

数 学

学校 _____ 姓名 _____ 准考证号 _____

考生须知

1. 本试卷共 8 页，共三道大题，28 道小题。满分 100 分。考试时间 120 分钟。
2. 在答题卡上准确填写学校名称、姓名和准考证号。
3. 试题答案一律填涂或书写在答题卡上，选择题、作图题请用 2B 铅笔作答，其他试题请用黑色字迹签字笔作答，在试卷上作答无效。
4. 考试结束，请将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题（本题共 16 分，每小题 2 分）

下面各题均有四个选项，符合题意的选项只有一个。

1. 若 $2y = 5x (xy \neq 0)$ ，则下列比例式正确的是

(A) $\frac{x}{y} = \frac{5}{2}$

(B) $\frac{x}{5} = \frac{2}{y}$

(C) $\frac{x}{y} = \frac{2}{5}$

(D) $\frac{y}{x} = \frac{2}{5}$

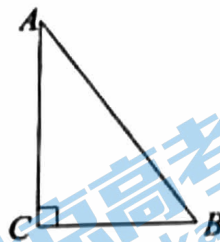
2. 如图，在 $Rt\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ 。若 $AC = 4$ ， $BC = 3$ ，则 $\sin A$ 的值为

(A) $\frac{3}{5}$

(B) $\frac{3}{4}$

(C) $\frac{4}{3}$

(D) $\frac{4}{5}$



3. 在平面直角坐标系 xOy 中，抛物线 $y = x^2$ 向上平移 2 个单位长度得到的抛物线为

(A) $y = (x+2)^2$

(B) $y = (x-2)^2$

(C) $y = x^2 - 2$

(D) $y = x^2 + 2$

4. 在平面直角坐标系 xOy 中，抛物线 $y = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$ 的示意图如图所示，

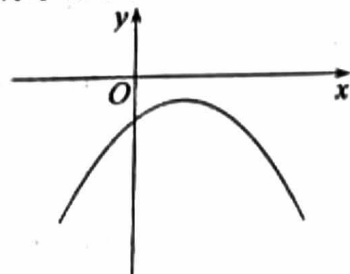
下列说法中正确的是

(A) $a < 0$

(B) $b < 0$

(C) $c > 0$

(D) $\Delta > 0$



5. 在平面直角坐标系 xOy 中，若函数 $y = \frac{k}{x} (x < 0)$ 的函数值 y 随着自变量 x 的增大而

增大，则函数 $y = \frac{k}{x} (x < 0)$ 的图象所在的象限为

(A) 第一象限

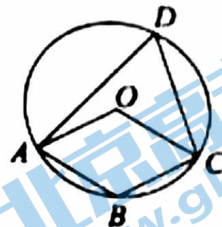
(B) 第二象限

(C) 第三象限

(D) 第四象限

6. 如图, 四边形 $ABCD$ 内接于 $\odot O$. 若四边形 $ABCO$ 是菱形, 则 $\angle D$ 的度数为

- (A) 45° (B) 60°
(C) 90° (D) 120°



7. 正方形的面积 y 与它的周长 x 满足的函数关系是

- (A) 正比例函数 (B) 一次函数 (C) 二次函数 (D) 反比例函数

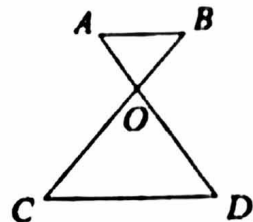
8. 在平面直角坐标系 xOy 中, 点 $(-1, y_1)$, $(2, y_2)$, $(4, y_3)$ 在抛物线 $y = ax^2 - 2ax + c$ 上. 当 $a > 0$ 时, 下列说法一定正确的是

- (A) 若 $y_1 y_2 < 0$, 则 $y_3 > 0$ (B) 若 $y_2 y_3 > 0$, 则 $y_1 < 0$
(C) 若 $y_1 y_3 < 0$, 则 $y_2 > 0$ (D) 若 $y_1 y_2 y_3 = 0$, 则 $y_2 = 0$

二、填空题 (本题共 16 分, 每小题 2 分)

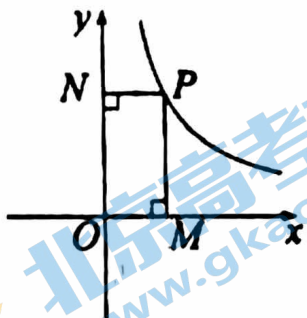
9. 如图, $AB \parallel CD$, AD, BC 交于点 O , $\frac{AO}{OD} = \frac{1}{2}$. 若 $BO = 3$,

则 OC 的长为_____.



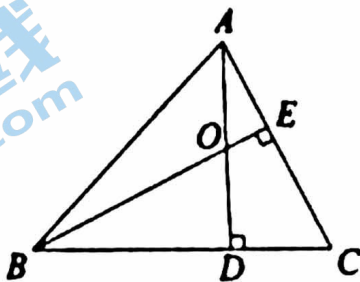
10. 在半径为 3 的圆中, 60° 的圆心角所对的弧长为_____.

11. 如图, 在平面直角坐标系 xOy 中, P 为函数 $y = \frac{m}{x} (x > 0)$ 图象上一点, 过点 P 分别作 x 轴、 y 轴的垂线, 垂足分别为 M, N . 若矩形 $PMON$ 的面积为 3, 则 m 的值为_____.

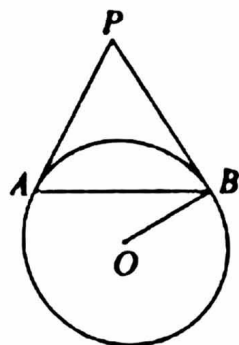


第 11 题图

12. 如图, $\triangle ABC$ 的高 AD, BE 相交于点 O , 写出一个与 $\triangle AOE$ 相似的三角形, 这个三角形可以是_____.



第 12 题图



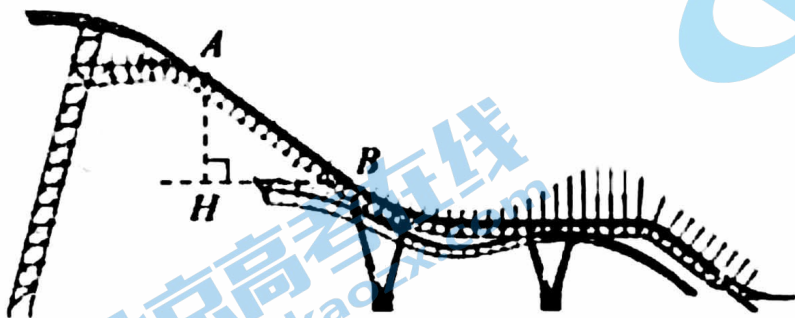
第 13 题图

13. 如图, PA, PB 是 $\odot O$ 的切线, 切点分别为 A, B . 若 $\angle OBA = 30^\circ$, $PA = 3$, 则 AB 的长为_____.

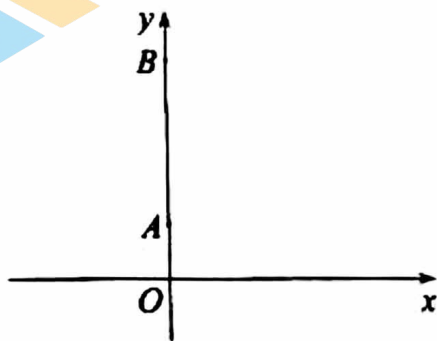
14. 有一块三角形的草坪，其中一边的长为10m. 在这块草坪的图纸上，这条边的长为5cm. 已知图纸上的三角形的周长为15cm，则这块草坪的周长为_____m.

15. 北京冬奥会雪上项目竞赛场地“首钢滑雪大跳台”巧妙地融入了敦煌壁画“飞天”元素. 如图，赛道剖面图的一部分可抽象为线段AB. 已知坡AB的长为30m，坡角 $\angle ABH$ 约为 37° ，则坡AB的铅直高度AH约为_____m.

(参考数据： $\sin 37^\circ \approx 0.60$ ， $\cos 37^\circ \approx 0.80$ ， $\tan 37^\circ \approx 0.75$.)



第15题图



第16题图

16. 如图，在平面直角坐标系 xOy 中， P 为 x 轴正半轴上一点. 已知点 $A(0,2)$ ， $B(0,8)$ ， $\odot M$ 为 $\triangle ABP$ 的外接圆.

(1) 点 M 的纵坐标为_____;

(2) 当 $\angle APB$ 最大时，点 P 的坐标为_____.

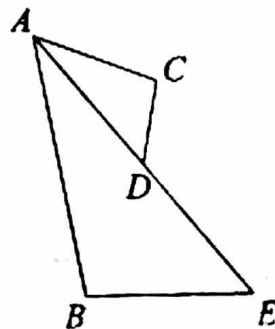
三、解答题(本题共68分，第17-20题，每小题5分；第21-23题，每小题6分；第24-25题，每小题5分；第26题6分；第27-28题，每小题7分) 解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程.

17. 计算： $\sqrt{3} \tan 60^\circ - 4 \cos 45^\circ - (\pi - 1)^0 + \sqrt{8}$.

18. 如图， AE 平分 $\angle BAC$ ， D 为 AE 上一点， $\angle B = \angle C$.

(1) 求证： $\triangle ABE \sim \triangle ACD$;

(2) 若 D 为 AE 中点， $BE=4$ ，求 CD 的长.



19. 在平面直角坐标系 xOy 中，已知抛物线 $y = x^2 - 4x + 3$.

(1) 求它的顶点坐标;

(2) 求它与 x 轴的交点坐标.

20. 下面是小石设计的“过三角形一个顶点作其对边的平行线”的尺规作图过程.

已知: 如图 1, $\triangle ABC$.

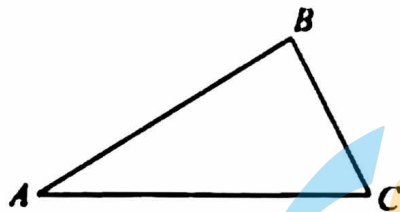


图 1

求作: 直线 BD , 使得 $BD \parallel AC$.

作法: 如图 2,

① 分别作线段 AC , BC 的垂直平分线 l_1 , l_2 .

两直线交于点 O ;

② 以点 O 为圆心, OA 长为半径作圆;

③ 以点 A 为圆心, BC 长为半径作弧,

交 \widehat{AB} 于点 D ;

④ 作直线 BD .

所以直线 BD 就是所求作的直线.

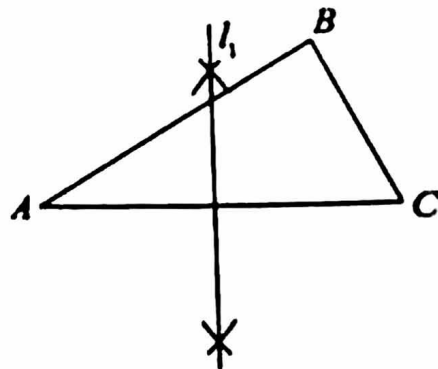


图 2

根据小石设计的尺规作图过程,

(1) 使用直尺和圆规, 补全图形; (保留作图痕迹)

(2) 完成下面的证明.

证明: 连接 AD ,

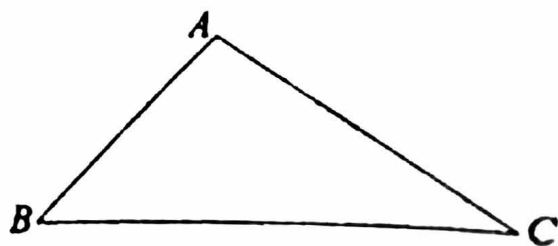
\because 点 A, B, C, D 在 $\odot O$ 上, $AD = BC$,

$\therefore \widehat{AD} = \underline{\hspace{2cm}}$.

$\therefore \angle DBA = \angle CAB$ () (填推理的依据).

$\therefore BD \parallel AC$.

21. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle B = 45^\circ$, $\tan C = \frac{2}{3}$, $AC = 2\sqrt{13}$, 求 BC 的长.



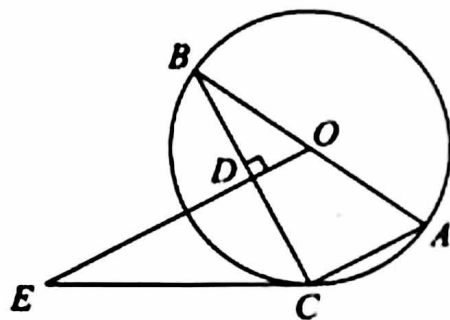
22. 在平面直角坐标系 xOy 中，二次函数图象上部分点的横坐标 x ，纵坐标 y 的对应值如下表：

x	...	-1	0	1	2	...
y	...	-3	0	1	0	...

- (1) 求这个二次函数的表达式；
- (2) 画出这个二次函数的图象；
- (3) 若 $y < -3$ ，结合函数图象，直接写出 x 的取值范围。

23. 如图， AB 为 $\odot O$ 的直径，点 C 在 $\odot O$ 上，连接 AC ， BC ，过点 O 作 $OD \perp BC$ 于点 D ，过点 C 作 $\odot O$ 的切线交 OD 的延长线于点 E 。

- (1) 求证： $\angle E = \angle B$ ；
- (2) 连接 AD ，若 $CE = 4\sqrt{5}$ ， $BC = 8$ ，求 AD 的长。

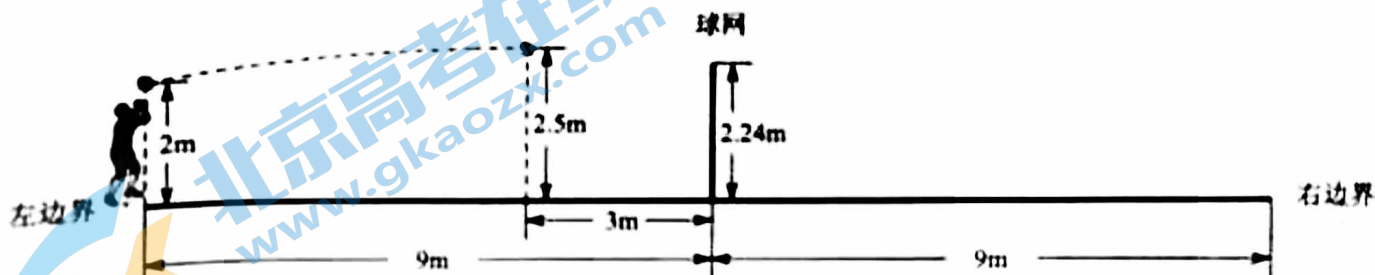


24. 如图，排球运动场的场地长 18m，球网高度 2.24m，球网在场地中央，距离球场左、右边界均为 9m。一名球员在场地左侧边界练习发球，排球的飞行路线可以看作是对称轴垂直于水平面的抛物线的一部分。某次发球，排球从左边界的正上方发出，击球点的高度为 2m，当排球飞行到距离球网 3m 时达到最大高度 2.5m。

小石建立了平面直角坐标系 xOy (1 个单位长度表示 1m)，求得该抛物线的表达式为 $y = -\frac{1}{72}x^2 + \frac{5}{2}$ 。

根据以上信息，回答下列问题：

- (1) 画出小石建立的平面直角坐标系；
- (2) 判断排球能否过球网，并说明理由。



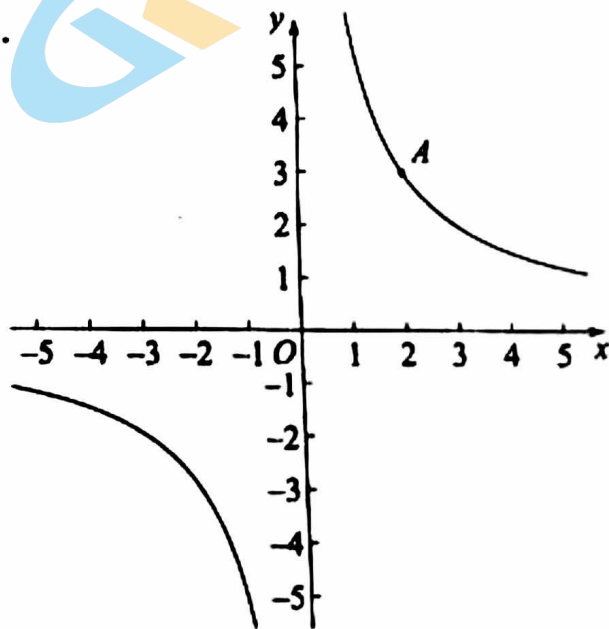
25. 在平面直角坐标系 xOy 中, 反比例函数 $y = \frac{k}{x} (k \neq 0)$ 的图象过点 $A(2,3)$.

(1) 求 k 的值;

(2) 过点 $P(m,0) (m \neq 0)$ 作 x 轴的垂线, 分别交反比例函数 $y = \frac{k}{x} (k \neq 0)$, $y = -\frac{4}{x}$ 的图象于点 M, N .

① 当 $m = -2$ 时, 求 MN 的长;

② 若 $MN \geq 5$, 直接写出 m 的取值范围.



26. 在平面直角坐标系 xOy 中, $A(m-1, y_1)$, $B(3, y_2)$ 是抛物线 $y = x^2 - 2mx + m^2 - 4$ 上两点.

(1) 将 $y = x^2 - 2mx + m^2 - 4$ 写成 $y = a(x-h)^2 + k$ 的形式;

(2) 若 $m = 0$, 比较 y_1, y_2 的大小, 并说明理由;

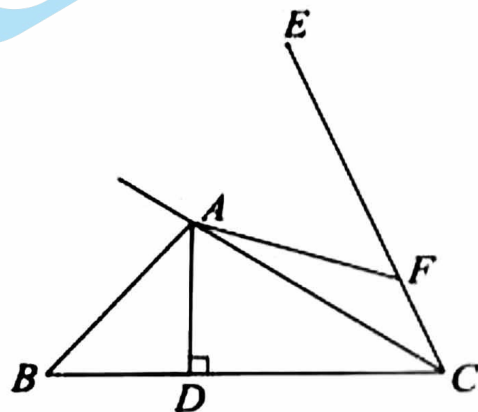
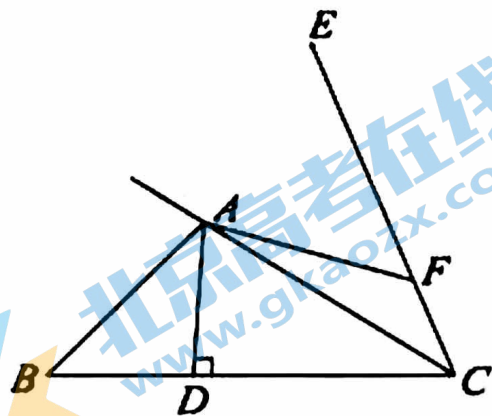
(3) 若 $y_1 < y_2$, 直接写出 m 的取值范围.

27. 如图, AD 是 $\triangle ABC$ 的高, 点 B 关于直线 AC 的对称点为 E , 连接 CE , F 为线段 CE 上一点 (不与点 E 重合), $AF=AB$.

(1) 比较 $\angle AFE$ 与 $\angle ABC$ 的大小;

(2) 用等式表示线段 BD , EF 的数量关系, 并证明;

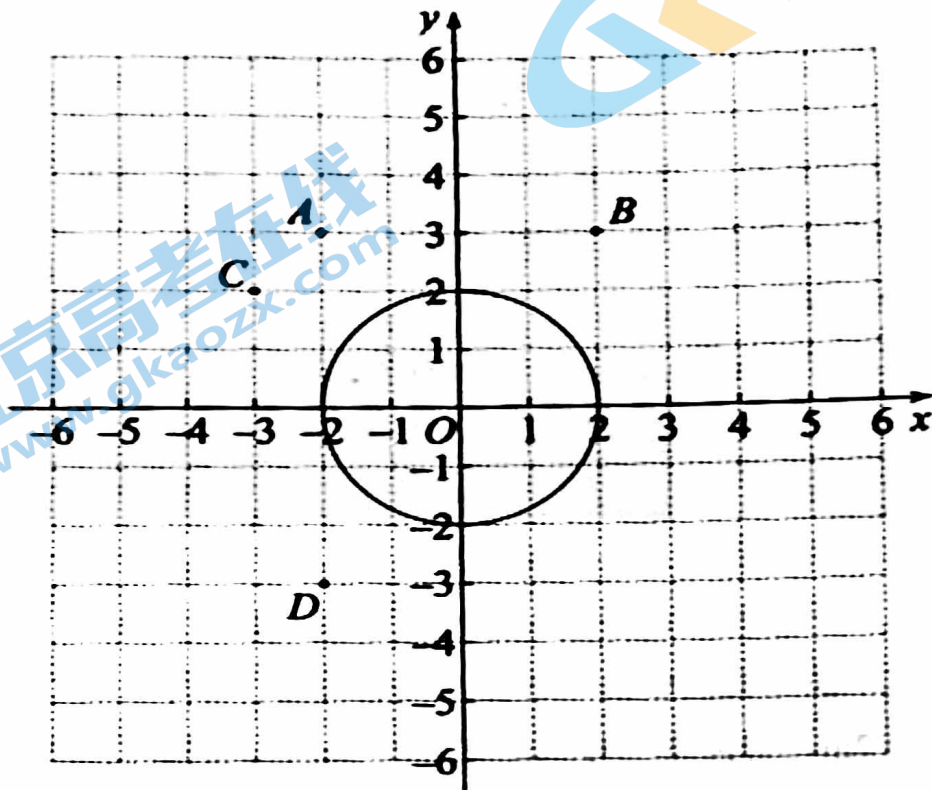
(3) 连接 BF , 取 BF 的中点 M , 连接 DM . 判断 DM 与 AC 的位置关系, 并证明.



备用图

28. 在平面直角坐标系 xOy 中, $\odot O$ 的半径为 2. 点 P, Q 为 $\odot O$ 外两点, 给出如下定义: 若 $\odot O$ 上存在点 M, N , 使得以 P, Q, M, N 为顶点的四边形为矩形, 则称点 P, Q 是 $\odot O$ 的“成对关联点”.

(1) 如图, 点 A, B, C, D 横、纵坐标都是整数. 在点 B, C, D 中, 与点 A 组成 $\odot O$ 的“成对关联点”的点是_____;



(2) 点 $E(t, t)$ 在第一象限, 点 F 与点 E 关于 x 轴对称. 若点 E, F 是 $\odot O$ 的“成对关联点”, 直接写出 t 的取值范围:

(3) 点 G 在 y 轴上. 若直线 $y=4$ 上存在点 H , 使得点 G, H 是 $\odot O$ 的“成对关联点”, 直接写出点 G 的纵坐标 y_G 的取值范围.

北京高一高二高三期末试题下载

北京高考资讯整理了【2022年1月北京各区各年级期末试题&答案汇总】专题，及时更新最新试题及答案。

通过【北京高考资讯】公众号，对话框回复【期末】或者底部栏目<试题下载→期末试题>，进入汇总专题，查看并下载电子版试题及答案！

