

# 2023 北京六十六中高一 10 月月考

## 数 学

2023.10

试卷说明:

1. 本试卷共三道大题, 共 4 页.
2. 卷面满分 100 分, 考试时间 60 分钟.
3. 试题答案一律在答题纸上作答, 在试卷上作答无效.

一、选择题 (每小题 3 分, 共 30 分)

1. 如果  $A = \{x | x > -1\}$ , 那么正确的结论是 ( )

- A.  $0 \subseteq A$       B.  $\{0\} \in A$       C.  $\{0\} \subseteq A$       D.  $\emptyset \in A$

2. 命题“ $\forall x \in \mathbf{R}, |x| + x^2 \geq 0$ ”的否定是 ( )

- A.  $\forall x \in \mathbf{R}, |x| + x^2 < 0$       B.  $\forall x \in \mathbf{R}, |x| + x^2 \leq 0$   
C.  $\exists x \in \mathbf{R}, |x| + x^2 < 0$       D.  $\exists x \in \mathbf{R}, |x| + x^2 \geq 0$

3. “ $|x-1| < 2$  成立”是“ $x(x-3) < 0$  成立”的

- A. 充分不必要条件      B. 必要不充分条件  
C. 充分必要条件      D. 既不充分也不必要条件

4. 设集合  $A = \{x, y\}, B = \{0, x^2\}$ , 若  $A = B$ , 则  $2x + y$  等于 ( )

- A. 0      B. 1  
C. 2      D. -1

5. 设  $a, b, c, d \in \mathbf{R}$  且  $a > b, c > d$ , 则下列结论中正确的是 ( )

- A.  $ac^2 > bc^2$       B.  $a - d > b - c$   
C.  $ad < bd$       D.  $a^2 > b^2$

6. 方程组  $\begin{cases} x + y = 0 \\ x^2 + y^2 = 2 \end{cases}$  的解集是 ( )

- A.  $\{(1, -1), (-1, 1)\}$       B.  $\{(1, 1), (-1, -1)\}$   
C.  $\{(2, -2), (-2, 2)\}$       D.  $\{(2, 2), (-2, -2)\}$

7. 已知  $M = 2a(a-2), N = (a+1)(a-3)$ , 则  $M, N$  的大小关系是 ( )

- A.  $M > N$       B.  $M \geq N$       C.  $M < N$       D.  $M \leq N$

8. 有以下四个条件: ①  $b > 0 > a$ ; ②  $0 > a > b$ ; ③  $a > 0 > b$ ; ④  $a > b > 0$ . 其中能使  $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$  成立的条件个数为 ( )

A. 0                      B. 1                      C. 2                      D. 3

9. 若集合  $A = \{x | x < 3 \text{ 或 } x \geq 7\}$ ,  $B = \{x | x < a\}$ ,  $(\complement_{\mathbb{R}} A) \cap B \neq \emptyset$ , 则  $a$  的取值范围为 ( )

A.  $a > 3$                       B.  $a \geq 3$                       C.  $a \geq 7$                       D.  $a > 7$

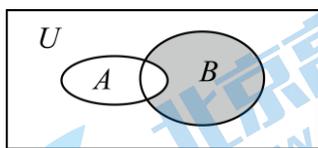
10. 对于任意实数  $x$ , 不等式  $(2-m)x^2 - 2(m-2)x + 4 > 0$  恒成立, 则  $m$  的取值范围是 ( )

A.  $\{m | -2 < m < 2\}$                       B.  $\{m | -2 < m \leq 2\}$   
C.  $\{m | m < -2 \text{ 或 } m > 2\}$                       D.  $\{m | m < -2 \text{ 或 } m \geq 2\}$

## 二、填空题 (每小题 4 分, 共 16 分)

11. 若方程  $x^2 + mx + n = 0 (m, n \in \mathbb{R})$  的解集为  $\{-2, -1\}$ , 则  $m = \underline{\hspace{2cm}}$ ,  $n = \underline{\hspace{2cm}}$ .

12. 已知全集  $U = \mathbb{R}$ ,  $A = \{x | x \leq 3\}$ ,  $B = \{x | -1 < x < 6\}$ , 则如图中阴影部分表示的集合是                     .



13. 若  $a < b, d < c$ , 并且  $(c-a)(c-b) < 0, (d-a)(d-b) > 0$ , 则  $a, b, c, d$  由小到大的顺序排列是                     .

14. 已知满足“如果  $x \in S$ , 则  $6-x \in S$ ”的自然数  $x$  构成集合  $S$ .”

(1) 若  $S$  是一个单元素集合, 则  $S = \underline{\hspace{2cm}}$ .

(2) 满足条件的  $S$  共有            个.

## 三、解答题 (共 54 分)

15. 已知全集  $U = \mathbb{R}$ , 集合  $A = \{x | 0 < x \leq 2\}$ ,  $B = \{x | x < -3 \text{ 或 } x > 1\}$

求: (1)  $A \cap B$ ;

(2)  $(\complement_U A) \cap (\complement_U B)$ .

16. 已知集合  $A = \{x | a-1 < x < 2a+3\}$ ,  $B = \{x | x^2 - 2x - 8 \leq 0\}$ .

(1) 当  $a=2$  时, 求  $A \cup B$ ;

(2) 若  $A \cap B = A$ , 求实数  $a$  的取值范围.

17. 求下列不等式解集.

(1)  $\frac{1-x}{x} \geq 2$

(2)  $|5-2x| \geq 3$

18. 已知  $x_1, x_2$  是方程  $x^2 - 6x + k = 0$  的两个实数根, 且  $x_1^2 \cdot x_2^2 - x_1 - x_2 = 115$ .

(1) 求  $k$  的取值.

(2) 求  $x_1^2 + x_2^2 - 8$  的值.

19. 关于  $x$  的不等式  $ax^2 - bx + 1 > 0$ .

(1) 若不等式的解集为  $\left\{x \mid -\frac{1}{3} < x < 1\right\}$ , 求实数  $a, b$  的值:

(2) 若  $b = a + 1$ , 解此不等式.



## 参考答案

### 一、选择题（每小题3分，共30分）

1. 【答案】C

【分析】利用元素与集合、集合与集合的关系判断可得出结论.

【详解】因为  $A = \{x|x > -1\}$ ，则  $0 \in A$ ， $\{0\} \subsetneq A$ ， $\{0\} \subseteq A$ ， $\emptyset \subsetneq A$ ，ABD错，C对.

故选：C.

2. 【答案】C

【分析】根据命题的否定的概念求解.

【详解】命题“ $\forall x \in \mathbb{R}, |x| + x^2 \geq 0$ ”的否定是  $\exists x \in \mathbb{R}, |x| + x^2 < 0$ ，

故选：C.

3. 【答案】B

【详解】试题分析：由  $|x-1| < 2$  得  $-1 < x < 3$ ，由  $x(x-3) < 0$  得  $0 < x < 3$ ，所以“ $|x-1| < 2$  成立”是“ $x(x-3) < 0$  成立”的必要不充分条件

考点：1. 解不等式；2. 充分条件与必要条件

4. 【答案】C

【分析】根据元素的确定性可得  $x=0$  或  $y=0$ ，再利用元素的互异性可确定  $y=0$ ， $x=1$ ，从而可得正确的选项.

【详解】由  $A=B$ ，得  $x=0$  或  $y=0$ .

当  $x=0$  时， $x^2=0$ ，不满足集合中元素的互异性，舍去；

当  $y=0$  时， $x^2=x$ ，则  $x=0$  或  $x=1$ ，由上知  $x=0$  不合适，故  $y=0$ ， $x=1$ ，

则  $2x+y=2$ .

故选：C.

【点睛】本题考查集合相等的性质以及集合元素的确定性和互异性，一般地，我们利用确定性求值，利用互异性取舍，本题属于基础题.

5. 【答案】B

【分析】

举特值可知ACD不正确；根据不等式的性质可知B正确.

【详解】对于A，当  $c=0$  时， $ac^2 > bc^2$  不成立，故A不正确；

对于B，因为  $a > b$ ， $c > d$ ，所以  $a+c > b+d$ ，所以  $a-d > b-c$ ，故B正确；

对于C，当  $d=-1$  时， $ad < bd$  不成立，故C不正确；

对于D，当  $a=1, b=-1$  时， $a^2 > b^2$  不成立，故D不正确.

故选：B

6. 【答案】A

【分析】

求出方程组的解，注意方程组的解是一对有序实数.

【详解】方程组  $\begin{cases} x+y=0 \\ x^2+y^2=2 \end{cases}$  的解为  $\begin{cases} x=1 \\ y=-1 \end{cases}$  或  $\begin{cases} x=-1 \\ y=1 \end{cases}$ ,

其解集为  $\{(1,-1),(-1,1)\}$ .

故选: A.

【点睛】本题考查集合的表示, 二元二次方程组的解是一对有序实数, 表示时用大括号括起来, 表示有序, 即代表元可表示为  $(x,y)$ , 一个解可表示为  $(1,-1)$ .

7. 【答案】A

【分析】利用作差法比较大小.

【详解】 $M-N=2a(a-2)-(a+1)(a-3)=a^2-2a+3=(a-1)^2+2>0$ ,

即  $M>N$ ,

故选: A.

8. 【答案】D

【分析】由不等式的性质判断各条件是否有  $\frac{1}{a}<\frac{1}{b}$  成立即可.

【详解】①  $b>0>a$ , 则  $\frac{1}{a}<0<\frac{1}{b}$  成立;

②  $0>a>b$ , 则  $\frac{1}{a}<\frac{1}{b}<0$  成立;

③  $a>0>b$ , 则  $\frac{1}{a}<\frac{1}{b}$  不成立;

④  $a>b>0$ , 则  $0<\frac{1}{a}<\frac{1}{b}$  成立;

故选: D

9. 【答案】A

【分析】根据补集的定义和运算求出  $\complement_{\mathbb{R}}A$ , 结合交集不为空集即可求出  $a$  的取值范围.

【详解】由  $A=\{x|x<3 \text{ 或 } x\geq 7\}$ , 得  $\complement_{\mathbb{R}}A=\{x|3\leq x<7\}$ ,

因为  $B=\{x|x<a\}$ ,  $(\complement_{\mathbb{R}}A)\cap B\neq\emptyset$ ,

所以  $a>3$ .

故选: A.

10. 【答案】B

【分析】讨论参数  $m$ , 结合一元二次不等式在实数集上恒成立列不等式求参数范围.

【详解】当  $2-m=0$ , 即  $m=2$  时,  $4>0$  对任意实数  $x$  都成立, 满足;

当  $2-m\neq 0$ , 即  $m\neq 2$  时, 要使题设一元二次不等式在  $\mathbb{R}$  上恒成立,

$$\text{则} \begin{cases} 2-m > 0 \\ \Delta = 4(m-2)^2 - 16(2-m) < 0 \end{cases} \Rightarrow -2 < m < 2;$$

综上,  $m$  的取值范围是  $\{m | -2 < m \leq 2\}$ .

故选: B

## 二、填空题 (每小题 4 分, 共 16 分)

11. 【答案】 ①. 3 ②. 2

【分析】直接利用韦达定理计算即可.

【详解】解: 由韦达定理可得  $\begin{cases} -m = -2-1 \\ n = (-2) \times (-1) \end{cases}$ , 解得  $\begin{cases} m = 3 \\ n = 2 \end{cases}$ .

故答案为: 3; 2.

【点睛】本题考查韦达定理的应用, 是基础题

12. 【答案】  $\{x | 3 < x < 6\}$

【分析】求出  $\complement_U A = \{x | x > 3\}$ , 图中阴影部分表示的集合是  $B \cap (\complement_U A)$ , 由此能求出结果.

【详解】 $\because$  全集  $U = \mathbb{R}, A = \{x | x \leq 3\}, \therefore \complement_U A = \{x | x > 3\}$ ,

$\because B = \{x | -1 < x < 6\}$ ,

$\therefore$  图中阴影部分表示的集合是:  $B \cap (\complement_U A) = \{x | 3 < x < 6\}$ .

故答案为:  $\{x | 3 < x < 6\}$ .

13. 【答案】  $d < a < c < b$

【分析】由  $a < b$ , 应用一元二次不等式的解法判断  $a, b$  分别与  $c$  和  $d$  的大小关系, 最后根据  $d < c$  得到它们的大小关系.

【详解】由  $a < b$  且  $(c-a)(c-b) < 0$ , 则  $a < c < b$ ,

由  $a < b$  且  $(d-a)(d-b) > 0$ , 则  $d > b$  或  $d < a$ ,

综上, 结合  $d < c$ , 故  $d < a < c < b$ .

故答案为:  $d < a < c < b$

14. 【答案】 ①.  $\{3\}$  ②. 15

【分析】(1) 如果  $x \in S$ , 则  $6-x \in S$ , 若  $S$  是一个单元素集合, 则  $6-x = x$  得解

(2) 讨论集合  $S$  元素个数得解

【详解】(1)  $S$  是一个单元素集合, 则  $6-x = x, \therefore x = 3, \therefore S = \{3\}$

(2) 当集合  $S$  元素个数为 1 个时  $S = \{3\}$

当集合  $S$  元素个数为 2 个时  $S = \{1, 5\}, \{2, 4\}, \{0, 6\}$ ,

当集合  $S$  元素个数为 3 个时  $S = \{1, 3, 5\}, \{2, 3, 4\}, \{0, 3, 6\}$ ,

当集合S元素个数为4个时  $S = \{1, 2, 4, 5\}, \{0, 1, 5, 6\}, \{0, 2, 4, 6\}$ ,

当集合S元素个数为5个时  $S = \{1, 2, 3, 4, 5\}, \{0, 1, 3, 5, 6\}, \{0, 2, 3, 4, 6\}$ ,

当集合S元素个数为6个时  $S = \{0, 1, 2, 4, 5, 6\}$ ,

当集合S元素个数为7个时  $S = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ ,

综上满足条件的S共有15个

故答案为{3}; 15

【点睛】本题考查集合元素的构成，属于基础题。

### 三、解答题（共54分）

15. 【答案】(1)  $\{x|1 < x \leq 2\}$ ; (2)  $\{x|-3 \leq x \leq 0\}$ .

【分析】

(1) 直接求集合的交集运算解题即可;

(2) 先求集合A, B的补集, 再求交集即可解题.

【详解】(1) 因为全集  $U = \mathbf{R}$ , 集合  $A = \{x|0 < x \leq 2\}$ ,  $B = \{x|x < -3 \text{ 或 } x > 1\}$

所以  $A \cap B = \{x|1 < x \leq 2\}$

(2)  $\complement_U A = \{x|x \leq 0, \text{ 或 } x > 2\}$ ;  $\complement_U B = \{x|-3 \leq x \leq 1\}$

$(\complement_U A) \cap (\complement_U B) = \{x|x \leq 0, \text{ 或 } x > 2\} \cap \{x|-3 \leq x \leq 1\} = \{x|-3 \leq x \leq 0\}$ .

【点睛】本题考查求集合交集和补集的运算，属于基础题。

16. 【答案】(1)  $[-2, 7)$

(2)  $a \leq -4$  或  $-1 \leq a \leq \frac{1}{2}$

【分析】(1) 可求出集合  $B = \{x|-2 \leq x \leq 4\}$ ,  $a=2$  时求出集合A, 然后进行并集的运算即可;

(2) 由集合间的包含关系得  $A \subseteq B$ , 讨论  $A = \emptyset$  和  $A \neq \emptyset$ , 综合可得解.

【小问1详解】

因为  $B = \{x|x^2 - 2x - 8 \leq 0\} = \{x|-2 \leq x \leq 4\}$

当  $a=2$  时,  $A = \{x|1 < x < 7\}$ ,  $\therefore A \cup B = [-2, 7)$ ;

【小问2详解】

因为  $A \cap B = A$ , 所以  $A \subseteq B$ ,

①当  $A = \emptyset$ , 即  $a-1 \geq 2a+3$ , 即  $a \leq -4$  时, 满足题意,

②当  $A \neq \emptyset$  时, 由  $A \subseteq B$ , 有  $\begin{cases} a-1 < 2a+3 \\ a-1 \geq -2 \\ 2a+3 \leq 4 \end{cases}$ , 解得  $-1 \leq a \leq \frac{1}{2}$ ,

综合①②得实数  $a$  的取值范围为:  $a \leq -4$  或  $-1 \leq a \leq \frac{1}{2}$

17. 【答案】(1)  $(0, \frac{1}{3}]$ ;

(2)  $(-\infty, 1] \cup [4, +\infty)$ .

【分析】(1) 将分式不等式化为  $\begin{cases} x(3x-1) \leq 0 \\ x \neq 0 \end{cases}$  求解集即可;

(2) 由公式法求绝对值不等式的解集.

【小问1详解】

$$\text{由 } \frac{1-x}{x} \geq 2 \Rightarrow 2 - \frac{1-x}{x} = \frac{3x-1}{x} \leq 0 \Rightarrow \begin{cases} x(3x-1) \leq 0 \\ x \neq 0 \end{cases} \Rightarrow 0 < x \leq \frac{1}{3},$$

所以, 不等式解集为  $(0, \frac{1}{3}]$ .

【小问2详解】

由  $|5-2x| \geq 3$ , 则  $5-2x \geq 3$  或  $5-2x \leq -3$ ,

所以  $x \leq 1$  或  $x \geq 4$ , 故不等式解集为  $(-\infty, 1] \cup [4, +\infty)$ .

18. 【答案】(1)  $-11$

(2)  $50$

【分析】(1) 由题意可得,  $x_1 + x_2 = 6$ ,  $x_1 \cdot x_2 = k$ ,  $\Delta = 36 - 4k \geq 0$ , 代入到  $x_1^2 \cdot x_2^2 - x_1 - x_2 = 115$ , 即可求解;

(2)  $x_1^2 + x_2^2 - 8 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 - 8$ , 代入即可求解.

【小问1详解】

由题意可得,  $x_1 + x_2 = 6$ ,  $x_1 \cdot x_2 = k$ ,  $\Delta = 36 - 4k \geq 0$ ,

所以  $k \leq 9$ ,

$$\because x_1^2 \cdot x_2^2 - x_1 - x_2 = k^2 - 6 = 115,$$

所以  $k = 11$  (舍) 或  $k = -11$ ,

故  $k = -11$ .

【小问2详解】

由题(1)得  $x_1^2 + x_2^2 - 8 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 - 8 = 36 + 2 \times 11 - 8 = 50$ .

19. 【答案】(1)  $a = -3, b = -2$ ;

(2) 答案见解析.

【分析】(1) 由一元二次不等式的解集, 结合对应方程根与系数关系列方程求参数;

(2) 讨论参数  $a$ , 利用一元二次不等式的解法求对应解集.

【小问1详解】

由题设,  $-\frac{1}{3}, 1$  是方程  $ax^2 - bx + 1 = 0$  的两个根且  $a < 0$ ,

$$\text{所以 } \begin{cases} \frac{b}{a} = \frac{2}{3} \\ \frac{1}{a} = -\frac{1}{3} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = -3 \\ b = -2 \end{cases}, \text{ 满足题设,}$$

故  $a = -3, b = -2$ .

【小问2详解】

由题设,  $ax^2 - (a+1)x + 1 > 0$ ,

当  $a = 0$  时,  $-x + 1 > 0 \Rightarrow x < 1$ , 此时解集为  $(-\infty, 1)$ ;

当  $a < 0$  时,  $x^2 - (1 + \frac{1}{a})x + \frac{1}{a} = (x-1)(x - \frac{1}{a}) < 0 \Rightarrow \frac{1}{a} < x < 1$ , 此时解集为  $(\frac{1}{a}, 1)$ ;

当  $a > 0$  时,  $x^2 - (1 + \frac{1}{a})x + \frac{1}{a} = (x-1)(x - \frac{1}{a}) > 0$

若  $\frac{1}{a} \leq 1$ , 即  $a \geq 1$  时, 解集为  $(-\infty, \frac{1}{a}) \cup (1, +\infty)$ ;

若  $\frac{1}{a} > 1$ , 即  $0 < a < 1$  时, 解集为  $(-\infty, 1) \cup (\frac{1}{a}, +\infty)$ ;

## 关于我们

北京高考在线创办于 2014 年，隶属于北京太星网络科技有限公司，是北京地区极具影响力的中学升学服务平台。主营业务涵盖：北京新高考、高中生涯规划、志愿填报、强基计划、综合评价招生和学科竞赛等。

北京高考在线旗下拥有网站门户、微信公众平台等全媒体矩阵生态平台。平台活跃用户 50W+，网站年度流量数千万量级。用户群体立足于北京，辐射全国 31 省市。

北京高考在线平台一直秉承“精益求精、专业严谨”的建设理念，不断探索“K12 教育+互联网+大数据”的运营模式，尝试基于大数据理论为广大中学和家长提供新鲜的高考资讯、专业的高考政策解读、科学的升学规划等，为广大高校、中学和教科研单位提供“衔接和桥梁纽带”作用。

平台自创办以来，为众多重点大学发现和推荐优秀生源，和北京近百所中学达成合作关系，累计举办线上线下升学公益讲座数千场，帮助数十万考生顺利通过考入理想大学，在家长、考生、中学和社会各界具有广泛的口碑影响力

未来，北京高考在线平台将立足于北京新高考改革，基于对北京高考政策研究及北京高校资源优势，更好的服务全国高中家长和学生。

推荐大家关注北京高考在线网站官方微信公众号：**京考一点通**，我们会持续为大家整理分享最新的高中升学资讯、政策解读、热门试题答案、招生通知等内容！

