# 2020 北京汇文中学高二（上）期中

## 数　　学

一、选择题

1.已知 $A(-1,-3),B(3,5)$，则直线 AB 的斜率为（　）

A. 2　　B. 1　　C. $\frac{1}{2}$　　D. 不存在

2. 圆心为 $(-3,2)$ 且过点 $A(1,-1)$ 的圆的方程是（　）

A. $(x-3)^2+(y-2)^2=5$　　B. $(x+3)^2+(y-2)^2=5$

C. $(x-3)^2+(y-2)^2=25$　　D. $(x+3)^2+(y-2)^2=25$

3. 焦点在 $x$ 轴上的椭圆 $\frac{x^2}{m}+\frac{y^2}{3}=1$ 的离心率是 $\frac{1}{2}$，则实数 $m$ 的值是（　）

A. 4　　B. $\frac{9}{4}$　　C. 1　　D. $\frac{3}{4}$

4. 已知圆 $O:x^2+y^2=1$，直线 $l:3x+4y-3=0$，则直线 $l$ 被圆 $O$ 所截的弦长为（　）

A. $\frac{6}{5}$　　B. 1　　C. $\frac{8}{5}$　　D.2

5.已知抛物线 $C:y^2=x$ 的焦点为 F，$A(x_0,y_0)$ 是 C 上一点，$|AF|=\frac{5}{4}x_0$，则 $x_0=$（　）

A. 1　　B. 2　　C. 4　　D. 8

6. 过点 $P$ $(-\sqrt{3},-1)$ 的直线 $l$ 与圆 $x^2+y^2=1$ 有公共点，则直线 $l$ 的倾斜角的取值范围是（　）

A. $(0,\frac{\pi}{6}]$　　B. $(0,\frac{\pi}{3}]$　　C. $[0,\frac{\pi}{6}]$　　D. $[0,\frac{\pi}{3}]$

7.已知抛物线 $y^2=4x$ 的动弦 $AB$ 的中点的横坐标为 2，则 $|AB|$ 的最大值为(　)

A．4　　B．6　　C．8　　D．12

8.直线 $l:ax+\frac{1}{a}y-1=0$ 与 $x,y$ 轴的交点分别为 $A,B$，直线 $l$ 与圆 $O:x^2+y^2=1$ 的交点为 $C,D$. 给出下面三个结论：

① $\forall a\ge 1,S_{\Delta AOB}=\frac{1}{2}$；　② $\exists a\ge 1,|AB|<|CD|$；③ $\exists a\ge 1,S_{\Delta COD}<\frac{1}{2}$

则所有正确结论的序号是

A.①②　　B.②③　　C.①③　　D.①②③



关注北京高考在线官方微信：北京高考资讯(ID:bj-gaokao)，　获取更多试题资料及排名分析信息。

二、填空题

9. 已知直线 $x-ay-1=0$ 与直线 $y=ax$ 平行，则实数 $a=$____.

10. 双曲线 $\dfrac{x^2}{16}-\dfrac{y^2}{9}=1$ 的渐近线方程为________________.

11.已知过点 $M(1,1)$ 的直线 $l$ 与圆 $(x+1)^2+(y-2)^2=5$ 相切，且与直线 $ax+y-1=0$ 垂直，则实数 $a=$_______；直线 $l$ 的方程为__________.

12. 已知 $F$ 为双曲线 $C:\dfrac{x^2}{3}-y^2=1$ 的一个焦点，则点 $F$ 到双曲线 $C$ 的一条渐近线的距离为_______.

13.设椭圆 $C:\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的左、右焦点分别为 $F_1$，$F_2$，P 为直线 $x=\dfrac{3}{2}a$ 上一点，$\triangle F_2PF_1$ 是底角为30°的等腰三角形，则C的离心率为___________。

14. 已知点 $A(-\dfrac{1}{2},0)$，抛物线 $y^2=2x$ 的焦点为 $F$，点 $P$ 在抛物线上，且 $|AP|=\sqrt{2}|PF|$，则 $|OP|=$____.

三、解答题:

15.已知圆 $C:x^2+y^2+10x+10y+34=0$.

（I）试写出圆 $C$ 的圆心坐标和半径;

（II）圆 $D$ 的圆心在直线 $x=-5$ 上，且与圆 $C$ 相外切，被 $x$ 轴截得的弦长为10，求圆 $D$ 的方程;

（III）过点 $P(0,2)$ 的直线交（II）中圆 $D$ 于 $E,F$ 两点，求弦 $EF$ 的中点 $M$ 的轨迹方程.

16.已知抛物线 $W$: $y^2=4x$ 的焦点为 $F$，直线 $y=2x+t$ 与抛物线 $W$ 相交于 $A,B$ 两点.

(I)将 $|AB|$ 表示为 $t$ 的函数;

(II)若 $|AB|=3\sqrt{5}$，求 $\triangle AFB$ 的周长.

17.已知椭圆 $W:\dfrac{x^2}{4}+y^2=1$，直线 $l$ 过点 $(0,-2)$ 与椭圆 $W$ 交于两点 $A,B$，$O$ 为坐标原点.

（I）设 $C$ 为 $AB$ 的中点，当直线 $l$ 的斜率为 $\dfrac{3}{2}$ 时，求线段 $OC$ 的长;

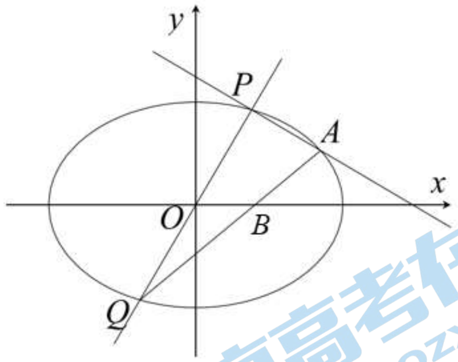
（II）当 $\Delta OAB$ 面积等于 1 时，求直线 $l$ 的斜率.


关注北京高考在线官方微信：北京高考资讯(ID:bj-gaokao)，获取更多试题资料及排名分析信息。

18.如图，已知直线 $y=kx(k\neq 0)$ 与椭圆 $C:\dfrac{x^2}{2}+y^2=1$ 交于 $P,Q$ 两点. 过点 $P$ 的直线 $PA$ 与 $PQ$ 垂直，且与椭圆 $C$ 的另一个交点为 $A$.

(I)求直线 $PA$ 与 $AQ$ 的斜率之积；

(II)若直线 $AQ$ 与 $x$ 轴交于点 $B$，求证：$PB$ 与 $x$ 轴垂直.






关注北京高考在线官方微信：北京高考资讯(ID:bj-gaokao)， 获取更多试题资料及排名分析信息。

# 2020 北京汇文中学高二（上）期中数学

## 参考答案

一、选择

1.A 2.D 3.A 4.C 5.A 6.D 7.B 8.C

二、填空

9.1 或-1　　10.$y=\pm\frac{3}{4}x$　　11.$\frac{1}{2}$；2x-y-1=0　　12.1　　13.$\frac{3}{4}$　　14.$\frac{\sqrt{5}}{2}$

三、解答题

15.（I）$(x+5)^2+(y+5)^2=16$，圆心(-5,-5)，半径 r=4.

（II）因为圆 D 圆心在 x=-5 上，所以设圆 D：$(x+5)^2+(y-b)^2=R^2$，

因为圆 D 与圆 C 外切，所以|CD|=b+5=R+r=4+R.

因为圆 D 被 x 轴截得弦长为 10，所以圆心 D 到 x 轴距离$|b|=\sqrt{R^2-5^2}$.

解得 R=13,b=12，即圆 D：$(x+5)^2+(y-12)^2=13^2$

（III）连接 DM、PM、DP，PM 中点为$N(-\frac{5}{2},7)$，

因为 M 为弦 EF 中点，所以 DM⊥PM，△MPD 为直角三角形，$|MN|=\frac{1}{2}|DP|=\frac{1}{2}\sqrt{(-5-0)^2+(12-2)^2}=\frac{5\sqrt{5}}{2}$.

因为动点 M 到定点$N(-\frac{5}{2},7)$的距离为定值$\frac{5\sqrt{5}}{2}$，所以动点 M 的轨迹为圆，其方程为$(x+\frac{5}{2})^2+(y-7)^2=\frac{125}{4}$.

16.（I）$\begin{cases}y=2x+t\\y^2=4x\end{cases}$，整理得$4x^2+4(t-1)x+t^2=0$，由韦达定理可得$\begin{cases}x_1+x_2=1-t\\x_1x_2=\frac{t^2}{4}\end{cases}$.

$|AB|=\sqrt{(x_1-x_2)^2+(y_1-y_2)^2}$

$=\sqrt{1+2^2}\sqrt{(x_1+x_2)^2-4x_1x_2}$

$=\sqrt{5}\sqrt{(1-t)^2-t^2}=\sqrt{5-10t}$.

（II）若$|AB|=3\sqrt{5}$，则 t=-4，

$|AF|+|BF|=x_1+x_2+2=7$。

△AFB 周长为$7+3\sqrt{5}$.

17.（I）因为直线 $l$ 过(0,-2)，斜率为$\frac{3}{2}$，所以$l: y=\frac{3}{2}x-2$.

联立$\begin{cases}y=\frac{3}{2}x-2\\x^2+4y^2-4=0\end{cases}$，得到$5x^2-12x+6=0$.



关注北京高考在线官方微信：北京高考资讯(ID:bj-gaokao)， 获取更多试题资料及排名分析信息。

由韦达定理，有$\begin{cases} x_1+x_2=\frac{12}{5} \\ x_1x_2=\frac{6}{5} \end{cases}$，所以 $C(\frac{6}{5},-\frac{1}{5})$，

$|OC|=\sqrt{(\frac{6}{5})^2+(-\frac{1}{5})^2}=\frac{\sqrt{37}}{5}$.

（II）设$l: y=kx-2$

联立$\begin{cases} y=kx-2 \\ x^2+4y^2-4=0 \end{cases}$，得到$(4k^2+1)x^2-16kx+12=0$

由韦达定理，有$\begin{cases} x_1+x_2=\frac{16k}{4k^2+1} \\ x_1x_2=\frac{12}{4k^2+1} \end{cases}$

O 到直线 $l$ 的距离为$d=\frac{|-2|}{\sqrt{k^2+(-1)^2}}$，

$|AB|=\sqrt{(x_1-x_2)^2+(y_1-y_2)^2}=\sqrt{k^2+1}\cdot\sqrt{(x_1+x_2)^2-4x_1x_2}$.

$S_{\triangle OAB}=\frac{1}{2}d\cdot|AB|=\sqrt{(x_1+x_2)^2-4x_1x_2}=\sqrt{\frac{(16k)^2-48(4k^2+1)}{(4k^2+1)^2}}=\frac{\sqrt{64k^2-48}}{4k^2+1}=1$.

化简得$(4k^2-7)^2=0$，解得$k=\pm\frac{\sqrt{7}}{2}$，即直线$l: y=\frac{\sqrt{7}}{2}x-2$或$y=-\frac{\sqrt{7}}{2}x-2$.

18.（I）设$P(x_1,y_1),A(x_2,y_2)$，联立$\begin{cases} y=kx \\ x^2+2y^2=2 \end{cases}$，得$(2k^2+1)x^2=2$，所以$Q(-x_1,-y_1)$

$k_{PA}=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$，$k_{AQ}=\frac{y_2+y_1}{x_2+x_1}$. $k_{PA}\cdot k_{AQ}=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}\cdot\frac{y_2+y_1}{x_2+x_1}$

因为 P,A 都在椭圆上，所以$\frac{x_1^2}{2}+y_1^2=1$，$\frac{x_2^2}{2}+y_2^2=1$.

$k_{PA}\cdot k_{AQ}=\frac{y_1^2-y_2^2}{x_1^2-x_2^2}=\frac{\left(1-\frac{x_1^2}{2}\right)\cdot\left(1-\frac{x_2^2}{2}\right)}{x_1^2-x_2^2}=\frac{\frac{1}{2}(x_2^2-x_1^2)}{x_1^2-x_2^2}=-\frac{1}{2}$.

（II）因为$k_{AQ}=\frac{y_2+y_1}{x_2+x_1}=-\frac{1}{2k_{PA}}$，又 PQ⊥PA，即$k_{PA}=-\frac{1}{k}$

所以$k_{AQ}=\frac{k}{2}$，所以直线 AQ：$y_1=\frac{k}{2}(x+x_1)$.

因为 P 在直线 y=kx 上，所以$y_1=kx_1$，

代入得到 B 点的横坐标为$x=x_1$，

所以直线 PB 与 x 轴垂直.


关注北京高考在线官方微信：北京高考资讯(ID:bj-gaokao)， 获取更多试题资料及排名分析信息。