

延庆区 2017—2018 学年度高三模拟试卷

数学（文科）

2018.3

本试卷共 5 页，满分 150 分，考试时间 120 分钟

第 I 卷（选择题）

一、选择题：本大题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 若集合 $A = \{x | 0 \leq x \leq 2\}$, $B = \{x | x - 1 > 0\}$, 则 $A \cup B =$

(A) $\{x | 0 \leq x \leq 2\}$

(B) $\{x | 1 < x \leq 2\}$

(C) $\{x | x \geq 0\}$

(D) $\{x | x > 1\}$

2. 在复平面内，复数 $\frac{2}{1+i}$ 的对应点位于的象限是

(A) 第一象限

(B) 第二象限

(C) 第三象限

3. 下列函数在其定义域内是增函数的是

(A) $y = \cos x$

(B) $y = \lg(x+1)$

(C) $y = e^{-x}$

(D) $y = |x+1|$

4. 已知函数 $f(x) = 2\sin(x + \frac{\pi}{3} + \varphi)$, 则 " $\varphi = \frac{2\pi}{3}$ " 是 " $f(x)$ 为奇函数" 的

(A) 充分不必要条件

(B) 必要不充分条件

(C) 充要条件

(D) 既不充分也不必要条件

5. 若 x, y 满足 $\begin{cases} x - y \leq 0 \\ x + y \geq 3 \\ x \geq 0 \end{cases}$ 则 $x^2 + y^2$ 的最小值为

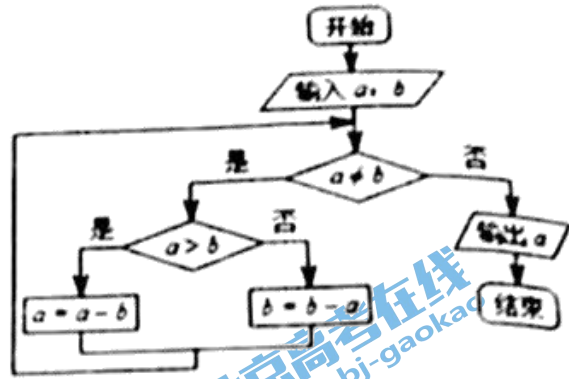
(A) 0

(B) 3

(C) 4.5

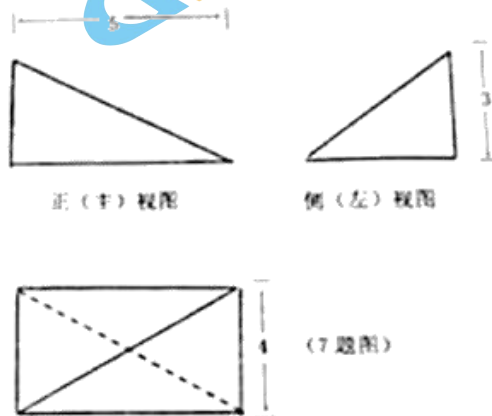
6. 该程序框图的算法思路来源于我国古代数学名著《九章算术》中的“更相减损术”，执行该程序框图，若输入的 a, b 分别为14, 4，则输出的 a 为

- (A) 0 (B) 2
(C) 4 (D) 14



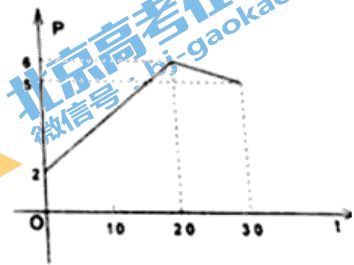
7. 某三棱锥的三视图如图所示，则该三棱锥的最长棱的长为

- (A) $\sqrt{32}$
(B) $\sqrt{34}$
(C) $\sqrt{41}$
(D) $5\sqrt{2}$



8. 某上市股票在30天内每股的交易价格 P （元）与时间 t （天）所组成的有序数对 (t, P) ，点 (t, P) 落在图中的两条线段上；该股票在30天内的日交易量 Q （万股）与时间 t （天）的部分数据如下表所示，且 Q 与 t 满足一次函数关系，那么在这30天中第几天日交易额最大

- (A) 10 (B) 15
(C) 20 (D) 25



第 t 天	4	10	16	22
Q (万股)	36	30	24	18

第 II 卷（非选择题）

二、填空题：本大题共 6 小题，每小题 5 分，共 30 分。

9. 双曲线 $\frac{x^2}{4} - y^2 = 1$ 的渐近线方程为_____.
10. 已知 $x > 0, y > 0$, 且 $2^x \cdot 4^y = 4$, 则 xy 的最大值为_____.
11. 已知 $a = (1, 2), b = (3, x)$, $(a + b) \perp a$ 则 $x =$ _____.
12. 无偿献血是践行社会主义核心价值观的具体行动, 需要在报名的 2 名男教师和 3 名女教师中, 选取 2 人参加无偿献血, 则恰好选中一名男教师和一名女教师的概率为_____.
13. 已知 $f(x), g(x)$ 在定义域内均为增函数, 但 $f(x) \cdot g(x)$ 不一定是增函数, 例如当 $f(x) =$ _____ 且 $g(x) =$ _____ 时, $f(x) \cdot g(x)$ 不是增函数.
14. 有 4 个不同国籍的人, 他们的名字分别是 A、B、C、D, 他们分别来自英国、美国、德国、法国（名字顺序与国籍顺序不一定一致）. 现已知每人只从事一个职业, 且:
- (1) A 和来自美国的人他们俩是医生;
 - (2) B 和来自德国的人他们俩是教师;
 - (3) C 会游泳而来自德国的人不会游泳;
 - (4) A 和来自法国的人他们俩一起去打球.
- 根据以上条件可推测出 A 是来自_____国的人, D 是来自_____国的人.

三、解答题：本大题共 6 小题，共 80 分. 解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤.

15. (本小题满分 13 分)

已知等差数列 $\{a_n\}$ 和等比数列 $\{b_n\}$, 其中数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , $a_1 = -1$,

$$b_1 = 1, a_2 + b_2 = 2, a_3 + b_3 = 5$$

(I) 求 $\{b_n\}$ 的通项公式和前 n 项和 S_n ;

(II) 设 $c_n = a_n + \log_2 b_n$, 求数列 $\{c_n\}$ 的前 n 项和 T_n .

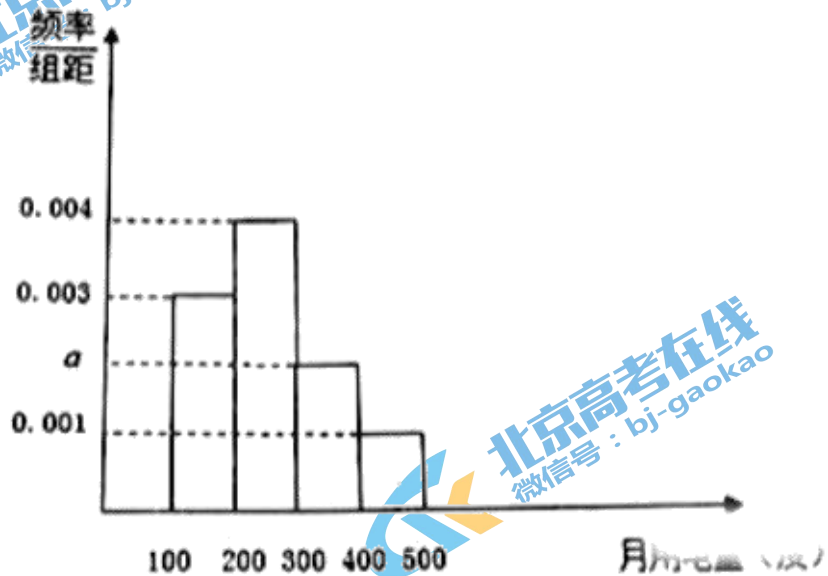
16. (本小题满分 13 分)

$\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 已知 $\sin A + \sqrt{3} \cos A = 0, a = 2\sqrt{7}, b = 2$.

- (I) 求角 A ;
- (II) 求边 c 及 $\triangle ABC$ 的面积.

17. (本小题满分 13 分)

为了鼓励市民节约用电, 某市实行“阶梯式”电价, 将每户居民的月用电量分为二档, 月用电量不超过 200 度的部分按 0.5 元/度收费, 超过 200 度的部分按 0.8 元/度收费. 某小区共有居民 1000 户, 为了解居民的用电情况, 通过抽样, 获得了今年 7 月份 100 户居民每户的用电量, 统计分析后得到如图所示的频率分布直方图.



- (I) 求 a 的值;
- (II) 试估计该小区今年 7 月份用电费用不超过 260 元的户数;
- (III) 估计 7 月份该市居民用户的平均用电费用 (同一组中的数据用该组区间的中值作代表).

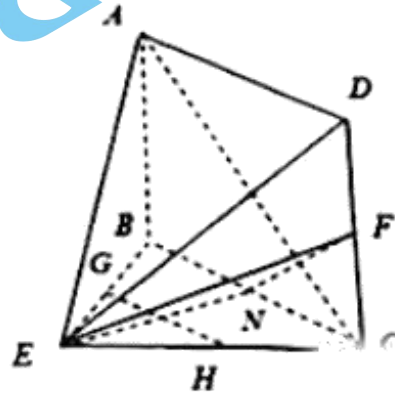
18. (本小题满分 14 分)

如图, 在几何体 $ABCDE$ 中, 四边形 $ABCD$ 是正方形, $AB \perp$ 平面 BEC , $BE \perp EC$, $BE = EC = 2$. 点 G, H 分别是线段 BE, EC 的中点, 点 F, N 分别是线段 CD, BC 的中点.

(I) 求证: $GH \parallel$ 平面 ADE ;

(II) 求证: $AC \perp$ 平面 ENF ;

(III) 在线段 CD 上是否存在一点 P , 使得 $V_{D-AEP} = \frac{4\sqrt{2}}{3}$, 若存在, 求 DP 的长, 若不存在, 请说明理由.



19. (本小题满分 13 分)

已知椭圆 $E: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 过点 $(0, \sqrt{2})$, 且离心率 $e = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

(I) 求椭圆 E 的方程;

(II) 设直线 $l: x = my - 1, (m \in R)$ 交椭圆 E 于

A, B 两点, 判断点 $G \left(-\frac{9}{4}, 0 \right)$ 与以线段 AB 为直径

的圆的位置关系, 并说明理由.



20. (本小题满分 14 分)

已知函数 $f(x) = e^x - x$ (e 为自然对数的底数).

(I) 求曲线 $y = f(x)$ 在点 $(0, f(0))$ 处的切线方程;

(II) 当 $x \in [0, 2]$ 时, 不等式 $f(x) > ax$ 恒成立, 求实数 a 的取值范围;

(III) 设 $g(x) = f(x) - ax$, 当函数 $g(x)$ 有且只有一个零点时, 求 a 的取值范围.

