2018 北京 101 中学高一（上）期中

数　　学

（本试卷满分 120 分，考试时间 100 分钟）

一、选择题共 8 小题。在每小题列出的四个选项中，选出符合题目要求的一项。

1. 设集合 M=$\{x\mid x<1\}$，N=$\{x\mid 0<x\le 1\}$，则 $M\cup N$=（　　）

A. {x|x<1}　　B. {x|0<x<1}　　C. {x|x≤1}　　D. {x|0<x≤1}

2. 下列函数中，在（−1，+∞）上为减函数的是（　　）

A. $y=3^x$　　B. $y=x^2-2x+3$　　C. y=x　　D. $y=-x^2-4x+3$

3. 计算 $\log_4 16+9^{\frac{1}{2}}$ 等于（　　）

A. $\dfrac{7}{3}$　　B. 5　　C. $\dfrac{13}{3}$　　D. 7

4. 函数 $f(x)=\sqrt{1-2^x}+\dfrac{1}{x+3}$ 的定义域为（　　）

A. （−3，0]　　B. （−3，1]

C. （−∞，−3）$\cup$（−3，0]　　D. （−∞，−3）$\cup$（−3，1]

5. 函数 $y=\left(\dfrac{1}{3}\right)^{-x^2+4x-5}$ 的单调递增区间是（　　）

A. [1，2]　　B. （−∞，−1）　　C. （−∞，2]　　D. [2，+∞）

6. 已知偶函数 f（x）在区间[0，+∞）上是减函数，则满足 f（2x−1）>$f(\dfrac{1}{4})$ 的 x 的取值范围是（　　）

A. （−∞，$\dfrac{5}{8}$）　　B. （$\dfrac{5}{8}$，+∞）

C. （$\dfrac{3}{8}$，$\dfrac{5}{8}$）　　D. （−∞，$\dfrac{3}{8}$）$\cup$（$\dfrac{5}{8}$，+∞）

7. 若函数 $f(x)=a^{|x+1|}$（a>0，a≠1）的值域为[1，+∞），则 f（−4）与 f（0）的关系是（　　）

A. f（−4）>f（0）　　B. f（−4）=f（0）　　C. f（−4）<f（0）　　D. 不能确定

8. 对于实数 a 和 b，定义运算“*”：$a*b=\begin{cases}a^2-ab, a\le b,\\ b^2-ab, a>b,\end{cases}$ 设 f（x）=（2x−1）*（x−2），如果关于 x 的方程 f（x）=m（m∈R）恰有三个互不相等的实数根 x_1，x_2．x_3，则 m 的取值范围是（　　）

A. （−∞，$\dfrac{9}{4}$]　　B. [0，$\dfrac{9}{4}$]　　C. （0，$\dfrac{9}{4}$）　　D. ϕ

二、填空题共 6 小题。

9. 已知全集 U=R，集合 A={x|x^2−4x+3>0}，则 $C_U A$=________。

10. 若 0<a<1，b<−1，则函数 $f(x)=a^x+b$ 的图象没有经过第________象限。

11. 已知 $\log_2 5=a$，$\log_8 6=b$，则用 a，b 表示 lg6=________。

12．函数 $y=\dfrac{3x+4}{x+2}$ {x≤0）的值域是________。

13．已知 a>0 且 a≠1，函数 $f(x)=\begin{cases}(a-2)x+3a-8, & x\le 0,\\ a^{x}, & x>0,\end{cases}$ 满足对任意不相等的实数 x_1，x_2，都有（x_1－x_2）[f（x_1）－f（x_2）]>0 成立，则实数 a 的取值范围是________。

14．设函数 f（x）=$a^x+b^x-c^x$，其中 c>a>0，c>b>0。若 a，b，c 是△ABC 的三条边长，则下列结论正确的是__________。（写出所有正确结论的序号）

①对任意的 x∈（－∞，1），都有 f（x）>0；

②存在 x∈R，使 a^x，b^x，c^x 不能构成一个三角形的三条边长；

③若△ABC 是顶角为 120° 的等腰三角形，则存在 x∈（1，2），使 f（x）=0。

三、解答题共 5 小题，共 50 分。解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程。

15．（8 分）已知函数 f（x）=a^{x-1}（x≥0），其中 a>0，a≠1.

（1）若 f（x）的图象经过点（$\dfrac{3}{2}$，2），求 a 的值；

（2）求函数 y=f（x）（x≥0）的值域.

16．（10 分）设集合 A={x|x^2－3x+2=0}，B={x|x^2+（a－1）x+a^2－5=0}.

（1）若 $A\cap B$={2}，求实数 a 的值；

（2）若 $A\cup B$=A，求实数 a 的取值范围。

17．（10 分）函数 $f(x)=\dfrac{ax+b}{4x^2+1}$ 是定义在 R 上的奇函数，且 f（1）=1。

（1）求 a，b 的值；

（2）判断并用定义证明 f（x）在（$\dfrac{1}{2}$，+∞）的单调性。

18．（12 分）已知二次函数 f（x）满足 f（0）=2，f（x+1）－f（x）=4x－4。

（1）求函数 f（x）的解析式；

（2）若关于 x 的不等式 f（x）－t<0 在[－1，2]上恒成立，求实数 t 的取值范围；

（3）若函数 g（x）=f（x）－mx 在区间（－1，2）内至少有一个零点，求实数 m 的取值范围。

19. （10 分）设 a 为实数，函数 f（x）$=\sqrt{1-x^2}+a\sqrt{1+x}+a\sqrt{1-x}$，

（1）设 t=$\sqrt{1+x}+\sqrt{1-x}$，求 t 的取值范围；

（2）把 f（x）表示为 t 的函数 h（t）；

（3）设 f（x）的最大值为 M（a），最小值为 m（a），记 g（a）=M（a）－m（a），求 g（a）的表达式。

2018 北京 101 中学高一（上）期中数学参考答案

1. C　2. D　3. B　4. C　5. D　6. C　7. A　8. C　9. [1，3]。

10. 一。

11. $\dfrac{3b}{a+1}$。

12. $(-\infty，2]\cup(3，+\infty)$。

13. (2，3] 。

14. ①②③。

15. （1）a=4；（2）当 a>1 时，值域$[\dfrac{1}{a}，+\infty)$，当 0<a<1 时，值域$(0，\dfrac{1}{a}]$。

16. （1）a=1 或−3；（2）a≤−3 或 a>$\dfrac{7}{3}$。

17. （1）a=5，b=0；（2）单调递减，证明略。

18. （1）$f(x)=2x^2-6x+2$；（2）t>10；（3）$m\in(-\infty，-10)\cup[-2，+\infty)$。

19. （1）$t\in[\sqrt{2}，2]$；

（2）$h(t)=\dfrac{1}{2}t^2+at-1$；

（3）$M(a)=\begin{cases}2a+1, a\ge -1-\dfrac{\sqrt{2}}{2},\\ \sqrt{2}a,\quad a< -1-\dfrac{\sqrt{2}}{2}.\end{cases}$

$$m(a)=\begin{cases}\sqrt{2}a, & a\ge -\sqrt{2},\\ -\dfrac{1}{2}a^2-1, & -2<a<-\sqrt{2},\\ 2a+1, & a\le -\sqrt{2},\end{cases}$$

$$g(a)=\begin{cases}(\sqrt{2}-2)a-1, & a\le -2,\\ \dfrac{1}{2}a^2+\sqrt{2}a+1, & -2<a<-1-\dfrac{\sqrt{2}}{2},\\ \dfrac{1}{2}a^2+2a+2, & -1-\dfrac{\sqrt{2}}{2}\le a<-\sqrt{2},\\ (2-\sqrt{2})a+1, & a\ge -\sqrt{2}.\end{cases}$$