北京市第一六一中学2022—2023学年第二学期期中阶段测试

高二数学

2023. 4

班级＿＿＿＿＿＿＿姓名＿＿＿＿＿＿＿学号＿＿＿＿＿

本试卷共3页，共150分，考试时长120分钟．考生务必将答案写在答题纸上，在试卷上作答无效．

一、选择题：本大题共12道小题，每小题4分，共48分．在每小题给出的四个选项中，只有一项符合题目的要求．把正确答案涂写在答题卡上相应的位置．

1．在等差数列$\{a_n\}$中，$a_3=1$，$a_5=5$，则$a_9=$

A．13　　B．14　　C．15　　D．16

2．在一个小组中有7名男同学和3名女同学，现从中选取5名同学担任交通安全宣传志愿者，则$\dfrac{C_3^2C_7^3}{C_{10}^5}$表示

A．5名同学中恰有3名女同学的概率　　B．5名同学中恰有2名女同学的概率

C．5名同学中恰有2名男同学的概率　　D．5名同学中至少2名女同学的概率

3．一个关于自然数n的命题，已经验证知$n=1$时命题成立，并在假设$n=k(k\in N^*)$时命题成立的基础上，证明了当$n=k+2$时命题成立，那么综上可知，该命题对于

A．一切自然数成立　　B．一切正整数成立

C．一切正奇数成立　　D．一切正偶数成立

4．某地区气象台统计，该地区下雨的概率是$\dfrac{4}{15}$，刮风的概率为$\dfrac{2}{15}$，既刮风又下雨的概率为$\dfrac{1}{10}$，则在刮风天里，下雨的概率为

A．$\dfrac{8}{225}$　　B．$\dfrac{1}{2}$　　C．$\dfrac{3}{8}$　　D．$\dfrac{3}{4}$

5. 设函数 $f(x)=x$，$g(x)=\sqrt{x}$，$h(x)=x^3$，当自变量 x 从 0 变到 2 时，它们的平均变化率分别记为 m_1，m_2，m_3，则 m_1，m_2，m_3 之间的大小关系为

A. $m_1<m_2<m_3$　　B. $m_2<m_1<m_3$

C. $m_3<m_2<m_1$　　D. $m_1<m_3<m_2$

6. 随机变量 X 的分布列如图，其中 a,b,c 成等差数列，则 $P(|X|=1)=$

X	-1	0	1
P	a	b	c

A. $\frac{2}{3}$　　B. $\frac{1}{2}$　　C. $\frac{1}{3}$　　D. $\frac{3}{4}$

7. 设随机变量 X 服从正态分布 $N(\mu,\sigma^2)$，若 $P(x\le 2)=0.2$，$P(2<x<4)=0.6$，则 $\mu=$

A. 1　　B. 2　　C. 3　　D. 4

8.《张邱建算经》是我国古代内容极为丰富的数学名著，书中有如下问题："今有女不善织，日减功迟，初日织五尺，末日织一尺，今三十织迄……"其大意为：有一女子不善于织布，每天比前一天少织同样多的布，第一天织 5 尺，最后一天织一尺，三十天织完……则该女子第 11 天织布

A. $\frac{11}{3}$尺　　B. $\frac{105}{29}$尺　　C. $\frac{65}{29}$尺　　D. $\frac{7}{3}$尺

9. 已知数列 $\{a_n\}$ 中，$a_1=1$，$a_n\cdot a_{n+1}=2^n$，$n\in N^*$，则下列结论错误的是

A. $a_2=2$　　B. $a_4-a_3=2$

C. $a_{2n-1}+a_{2n}=3n$　　D. $\{a_{2n}\}$ 是等比数列

10. 已知数列$\{a_n\}$的通项公式$a_n=n^2-9n-10$，记S_n为数列$\{a_n\}$的前n项和，若使S_n取得最小值，则$n=$

A. 5　　B. 5或6　　C. 10　　D. 9或10

11. 已知$\{a_n\}$是等比数列，则"数列$\{a_n\}$是递增数列"是"$a_1<a_2<a_3$"的

A. 充分不必要条件　　B. 充分不必要条件

C. 充分必要条件　　D. 既不充分也不必要条件

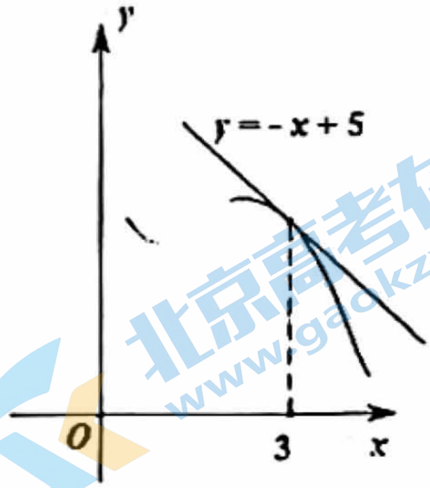
12. 已知$\{a_n\}$是各项均为正整数的递增数列，且$a_1\geq 3$，若$a_1+a_3+a_5\cdots+a_{2n-1}=130$，则$n$的最大值为

A. 7　　B. 8　　C. 9　　D. 10

二、填空题：本大题共6小题，共30分．把答案填在答题纸中相应的横线上．

13. 已知等比数列$\{a_n\}$满足$3a_3=2a_4$且$a_2=2$，则$a_1=$________．

14. 如右图，函数$y=f(x)$的图象在点P处的切线方程是$y=-x+5$，则$f(3)+f'(3)=$________



15. 某届冬奥会奥运村有智能餐厅A、人工餐厅B，运动员甲第一天随机地选择一餐厅用餐，如果第一天去A餐厅，那么第二天去A餐厅的概率为0.7；如果第一天去B餐厅，那么第二天去A餐厅的概率为0.8．运动员甲第二天去A餐厅用餐的概率为________．

16. 若数列$\{a_n\}$满足$a_1=2$，$a_{n+1}=\dfrac{1+a_n}{1-a_n}(n\in\mathrm{N}_+)$，则该数列的前2023项的乘积是____．

17．在一组数据 0，3，5，7，10 中加入一个整数 a 得到一组新数据，这组新数据与原数据相比平均数不增大且方差减小，则 a 的一个取值为__________.

18．对于数列 $\{a_n\}$，令 $T_n=a_1-a_2+a_3-a_4+\cdots+(-1)^{n+1}a_n$，给出下列四个结论：

①若 $a_n=n$，则 $T_{2023}=1012$；

②若 $T_n=n$，则 $a_{2023}=-1$；

③存在各项均为整数的数列 $\{a_n\}$，使得 $|T_n|>|T_{n+1}|$ 对任意的 $n\in N^*$ 都成立；

④若对任意的 $n\in N^*$，都有 $|T_n|<M$，则有 $|a_{n+1}-a_n|<2M$.

其中所有正确结论的序号是______.

三、解答题：本大题共 5 小题，共 72 分．解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤．请在答题纸中相应的位置上作答.

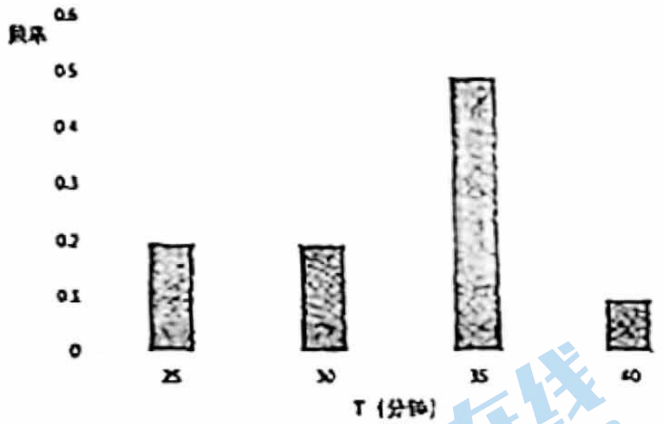
19．（14 分）已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n，$n\in N^*$，从条件①、条件②和条件③中选择两个作为已知，并完成解答.

（I）求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式；

（II）设等比数列 $\{b_n\}$ 满足 $b_2=a_4$，$b_3=a_7$，求数列 $\{a_n-b_n\}$ 的前 n 项和 T_n.

条件①：$a_1=-3$；条件②：$a_{n+1}-a_n=2$；条件③：$S_2=-4$.

20.（14 分）设某校新、老校区之间开车单程所需时间为 T，T 只与道路畅通状况有关，经统计分析结果如下：



以频率估计概率，回答下列问题：

（I）求 L 老师开车两次单程所需时间均为 35 分钟的概率；

（II）L 老师驾车从老校区出发，前往新校区做一个 50 分钟的讲座，结束后立即返回老校区.求 L 老师从离开老校区到返回老校区共用时间不超过 120 分钟的概率；

（III）若 L 老师开车 3 次从新校区到老校区，设"这 3 次单程所需时间既有 35 分钟，又有其它时间"为事件 A，"这 3 次单程所需时间至多有 1 次是 35 分钟"为事件 B．判断 A 与 B 是否相互独立.（结论不要求证明）

21.（15 分）某种水果按照果径大小可分为四个等级：A,B,C,D．某采购商从采购的一批水果中随机抽取 10 个，利用水果的等级分类标准得到的数据如下：

等级	A	B	C	D
个数	2	4	3	

（I）从这 10 个水果中有放回地随机抽取 3 个，求恰好有 2 个水果是 A 等级的概率.（结果用分数表示）

（II）用样本估计总体，果园老板提出两种购销方案给采购商参考.

方案 1：不分类卖出，单价为 20 元；

方案 2：分类卖出，分类后的水果售价如下：

等级	A	B	C	D
售价(元/kg)	24	22	18	16

从采购商的角度考虑，应该采用哪种方案?

（Ⅲ）从抽取的 10 个水果中随机抽取 3 个，X 表示抽取的是 A 等级果的数量，求 X 的分布列.

22.（15 分）已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n，且 $S_n=\frac{3}{2}a_n-\frac{1}{2}\left(n\in N^*\right)$，数列 $\{b_n\}$ 满足：$b_1=a_1$，$b_2=3$，$b_n+b_{n+2}=2b_{n+1}\left(n\in \mathrm{N}^*\right)$.

（Ⅰ）求数列 $\{a_n\}$，$\{b_n\}$ 的通项公式；

（Ⅱ）若数列 $\{c_n\}$，$c_1=a_1$，$c_{n+1}-c_n=b_n\left(n\in \mathrm{N}^*\right)$，求数列 $\{c_n\}$ 的通项公式；

（Ⅲ）若不等式 $k\cdot\left(\frac{2}{3}\right)^n\cdot a_{n+1}-b_n+6\geq 0$ 对任意 $n\in \mathrm{N}^*$ 恒成立，求实数 k 的取值范围.

23.（14 分）已知数列 $A:a_1,a_2,\cdots,a_N\ (N\geq 4)$，其中 $a_1,a_2,\cdots,a_N\in \mathbf{Z}$，且 $a_1<a_2<\cdots<a_N$.

若数列 $\bar{A}:\bar{a}_1,\bar{a}_2,\cdots,\bar{a}_N$ 满足 $\bar{a}_1=a_1,\bar{a}_N=a_N$，当 $i=2,3,\cdots,N-1$ 时，$\bar{a}_i=a_{i-1}+1$ 或 $a_{i+1}-1$，则称 $\bar{A}:\bar{a}_1,\bar{a}_2,\cdots,\bar{a}_N$ 为数列 A 的“紧数列”.

例如，数列 $A:2,4,6,8$ 的所有“紧数列”为 $2,3,5,8$；$2,3,7,8$；$2,5,5,8$；$2,5,7,8$.

（Ⅰ）直接写出数列 $A:1,3,6,7,8$ 的所有“紧数列” $\bar{A}$；

（Ⅱ）已知数列 A 满足：$a_1=1$，$a_N=2N$，若数列 A 的所有“紧数列” $\bar{A}$ 均为递增数列，

求证：所有符合条件的数列 A 的个数为 $N+1$；

（Ⅲ）已知数列 A 满足：$a_1=0$，$a_2=2$，对于数列 A 的一个“紧数列” $\bar{A}$，定义集合 $S(\bar{A})=\{a_i-\bar{a}_i\,|\,i=2,3,\cdots,N-1\}$，如果对任意 $x\in S(\bar{A})$，都有 $-x\notin S(\bar{A})$，那么称 $\bar{A}$ 为数列 A 的“强紧数列”. 若数列 A 存在“强紧数列”，求 a_N 的最小值.（用关于 N 的代数式表示）

北京市第一六一中学 2022—2023 学年第二学期期中阶段练习

高二数学参考答案

2023.4

一、选择题：本大题共 12 道小题，每小题 4 分，共 48 分。

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
A	B	C	D	B	A	C	B	C	D	C	D

二、填空题：本大题共 6 小题，共 30 分。

13. $\frac{4}{3}$;　　　　14. 1;

15. 0.75 ;　　　　16. 3;

17. 2(答案不唯一，$\{2,3,4,5\}$ 中任取一个都正确)

18. ①④

三、解答题：本大题共 5 小题，共 72 分。

19.（14 分）

解：(不能选择①③作为已知条件)

（I）选择①②作为已知条件. ………………2 分

因为 $a_1=-3$， $a_{n+1}-a_n=2$，

所以数列 $\{a_n\}$ 是以 $a_1=-3$ 为首项，公差 $d=2$ 的等差数列.

所以 $a_n=2n-5$. ………………6 分

选择②③作为已知条件. ………………2 分

因为 $a_{n+1}-a_n=2$，

所以数列 $\{a_n\}$ 是以 a_1 为首项，公差为 $d=2$ 的等差数列.

因为 $S_2=-4$，

所以 $a_1+a_2=-4$.

所以$2a_1+d=-4$.

所以$a_1=-3$.

所以$a_n=2n-5$. ………………6 分

（II）设等比数列$\{b_n\}$的公比为q，则$b_2=a_4=3$，$b_3=a_7=9$，$q=\dfrac{b_3}{b_2}=3$，

所以$b_1=\dfrac{b_2}{q}=\dfrac{3}{3}=1$.

所以等比数列$\{b_n\}$的通项公式为$b_n=b_1q^{n-1}=3^{n-1}$.

所以$a_n+b_n=(2n-5)+3^{n-1}$.

所以 $T_n=(a_1+b_1)+(a_2+b_2)+\cdots+(a_n+b_n)$

$=(a_1+a_2+\cdots+a_n)+(b_1+b_2+\cdots+b_n)$

$=\left[-3+(-1)+\cdots+(2n-5)\right]+\left(1+3+\cdots+3^{n-1}\right)$

$=\dfrac{n\times\left[-3+(2n-5)\right]}{2}+\dfrac{1-3^n}{1-3}$

$=n^2-4n+\dfrac{1}{2}\left(3^n-1\right)$. ………………14 分

20. （14 分）

解：(I) 设“L老师开车第一次单程所需时间为 35 分钟”为事件M ，“L老师开车第二次单程所需时间为 35 分钟”为事件N.

则“L老师开车两次单程所需时间均为 35 分钟”为事件MN, $P(M)=0.5, P(N)=0.5$.

因为事件M与事件N相互独立，

所以$P(MN)=P(M)P(N)=0.5\times0.5=0.25$.

因此，L 老师开车两次单程所需时间均为 35 分钟的概率为 0.25. ……4 分

（II）设 T_1, T_2 分别表示往、返所需时间，设事件 A:“L 老师共用时间不超过 120 分钟”，

由于讲座时间为 50 分钟，所以事件 A 对应于“L 老师在途中的时间不超过 70 分钟”.

$$P(\overline{A}) = P(T_1 + T_2 > 70) = P(T_1 = 35, T_2 = 40) + P(T_1 = 40, T_2 = 35) + P(T_1 = 40, T_2 = 40)$$

$$= 0.5 \times 0.1 + 0.1 \times 0.5 + 0.1 \times 0.1 = 0.11$$

故 $P(A) = 1 - P(\overline{A}) = 0.89$.

因此，L 老师共用时间不超过 120 分钟的概率为 0.89. …… 11 分

（III）独立. …… 14 分

21. （15 分）

解：（I）设从 10 个水果中随机抽取一个，抽到是 A 等级果的事件为 A，则 $P(A) = \frac{1}{5}$

现有放回地随机抽取 3 个，设抽到 A 等级果的个数为 X，则 $X \sim B\left(3, \frac{1}{5}\right)$

$\therefore$ 恰好抽到 2 个礼品果的概率为：$P(X = 2) = C_3^2 \left(\frac{4}{5}\right)^1 \left(\frac{1}{5}\right)^2 = \frac{12}{125}$ ……4 分

（II）设方案 2 的单价为 ξ，则单价的期望值为：

$$E(\xi) = 16 \times \frac{1}{10} + 18 \times \frac{3}{10} + 22 \times \frac{4}{10} + 24 \times \frac{2}{10} = \frac{16 + 54 + 88 + 48}{10} = 20.6$$

$\because E(\xi) > 20$

$\therefore$ 从采购商的角度考虑，应该采用第一种方案. …… 8 分

（III）抽取的 10 个水果中，则 A 等级果 2 个，非 A 等级果 8 个

现从中抽取 3 个，则精品果的数量 X 服从超几何分布，所有可能的取值为：$0,1,2$.

则 $P(X=0)=\dfrac{C_8^3}{C_{10}^3}=\dfrac{7}{15}$； $P(X=1)=\dfrac{C_8^2C_2^1}{C_{10}^3}=\dfrac{7}{15}$； $P(X=2)=\dfrac{C_8^1C_2^2}{C_{10}^3}=\dfrac{1}{15}$；

$\therefore X$ 的分布列如下：

X	0	1	2
P	$\dfrac{7}{15}$	$\dfrac{7}{15}$	$\dfrac{1}{15}$

…… 15 分

22. （15 分）

解：（I）数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n，且 $S_n=\dfrac{3}{2}a_n-\dfrac{1}{2}\left(n\in N^*\right)$ ①，

当 $n=1$ 时，$S_1=a_1=\dfrac{3}{2}a_1-\dfrac{1}{2}$，解得 $a_1=1$.

当 $n\geq 2$ 时，$S_{n-1}=\dfrac{3}{2}a_{n-1}-\dfrac{1}{2}\left(n\in \mathrm{N}^*\right)$ ②，

①②相减得：$a_n=\dfrac{3}{2}a_n-\dfrac{3}{2}a_{n-1}$，则 $\dfrac{a_n}{a_{n-1}}=3$（常数），

则数列 $\{a_n\}$ 是以 1 为首项，3 为公比的等比数列.则 $a_n=3^{n-1}\left(n\geq 2\right)$

当 $n=1$ 时，$a_1=3^{1-1}=1$，即满足上式.故 $a_n=3^{n-1}\left(n\in \mathrm{N}^*\right)$.

数列 $\{b_n\}$ 满足：$b_1=a_1=1$，$b_2=3$，$b_n+b_{n+2}=2b_{n+1}\left(n\in \mathrm{N}^*\right)$，

则数列 $\{b_n\}$ 是以 1 为首项，2 为公差的等差数列，故 $b_n=2n-1\left(n\in \mathrm{N}^*\right)$…….6 分

（II）$c_1=a_1=1$，$c_{n+1}-c_n=b_n=2n-1$

则 $c_n=\left(c_n-c_{n-1}\right)+\left(c_{n-1}-c_{n-2}\right)+\cdots+\left(c_3-c_2\right)+\left(c_2-c_1\right)+c_1$

$=\left[2(n-1)-1\right]+\left[2(n-2)-1\right]+\cdots+\left(2\times 2-1\right)+\left(2\times 1-1\right)+1$

$=\dfrac{1}{2}(n-1)\left[2(n-1)-1+1\right]+1=(n-1)^2+1$. …… 10 分

（III）不等式 $k\cdot\left(\frac{2}{3}\right)^n\cdot a_{n+1}-b_n+6\geq 0$ 即 $k\cdot\left(\frac{2}{3}\right)^n\cdot 3^n-(2n-1)+6\geq 0$

化简得 $k\geq\frac{2n-7}{2^n}$ 对任意 $n\in\mathbf{N}^*$ 恒成立.

设 $p_n=\frac{2n-7}{2^n}\left(n\in\mathrm{N}^*\right)$，则 $p_{n+1}-p_n=\frac{2(n+1)-7}{2^{n+1}}-\frac{2n-7}{2^n}=\frac{9-2n}{2^{n+1}}$，

当 $1\leq n<5$ 时，$p_{n+1}>p_n$，数列 $\{p_n\}$ 单调递增数列；

当 $n\geq 5$ 时，$p_{n+1}\leq p_n$，数列 $\{p_n\}$ 为单调递减数列，

由 $\frac{1}{16}=p_4<p_5=\frac{3}{32}$，所以当 $n=5$ 时，p_n 取得最大值 $\frac{3}{32}$，

所以要使 $k\geq\frac{2n-7}{2^n}$ 对任意 $n\in\mathbf{N}^*$ 恒成立，$k\geq\frac{3}{32}$.

故实数 k 的取值范围为 $\left[\frac{3}{32},+\infty\right)$. …… 15 分

23. （14 分）

解：（I）$\tilde{A}_1:1,2,4,7,8$；$\tilde{A}_2:1,2,6,7,8$；$\tilde{A}_3:1,5,4,7,8$；$\tilde{A}_4:1,5,6,7,8$. ....4 分

（II）依题意，对任意 $i=2,3,\cdots,N-2$，有 $\tilde{a}_i=a_{i-1}+1$ 或 $a_{i+1}-1$，$\tilde{a}_{i+1}=a_i+1$ 或 $a_{i+2}-1$，

因为 $\tilde{A}$ 均为递增数列，所以有 $\tilde{a}_i<\tilde{a}_{i+1}$，即同时满足：

$a_{i-1}+1<a_i+1$①，$a_{i+1}-1<a_{i+2}-1$②，$a_{i-1}+1<a_{i+2}-1$③，$a_{i+1}-1<a_i+1$④.

因为 A 为递增数列，因此①和②恒成立.

又因为 A 为整数数列，对于③，$a_{i-1}+1\leqslant a_i<a_{i+1}\leqslant a_{i+2}-1$ 也恒成立.

对于④，一方面，由 $a_{i+1}-1<a_i+1$，得 $a_{i+1}<a_i+2$，即 $a_{i+1}\leqslant a_i+1$.

另一方面，$a_{i+1}\geqslant a_i+1$，

所以 $a_{i+1}=a_i+1\,(i=2,3,\cdots,N-2)$，

即 A 从第 2 项到第 $N-1$ 项是连续的正整数，

所以 $a_2\geqslant a_1+1=2$，$a_{N-1}=a_2+N-3\leqslant a_N-1=2N-1$，因此 $2\leqslant a_2\leqslant N+2$，

故 a_2 共有 $N+1$ 种不同取值，即所有符合条件的数列 A 共有 $N+1$ 个. ......10 分

（III）记 $b_n=a_n-a_{n-1}$，依题意，$b_n\in\mathbf{N}^*\,(n=2,3,\cdots,N)$.

对任意 $i=2,3,\cdots,N-1$，有 $a_i-\tilde{a}_i=b_i-1$ 或 $-b_{i+1}+1$，

注意到$0 \notin S(\tilde{A})$，即对任意$i \in \{2,3,\cdots,N-1\}$，有$a_i - \tilde{a}_i \neq 0$，

若$a_i - \tilde{a}_i = b_i - 1 \neq 0$，则$b_i \neq 1$，即$b_i \geqslant 2$；

若$a_i - \tilde{a}_i = -b_{i+1} + 1 \neq 0$，则$b_{i+1} \neq 1$，即$b_{i+1} \geqslant 2$，

即对任意$i = 2,3,\cdots,N-1$，或者$b_i \geqslant 2$，或者$b_{i+1} \geqslant 2$.

所以$b_i + b_{i+1} \geqslant 3$，所以$b_i - 1 = -b_{i+1} + 1$不能成立.

记 $T_1 = \{i \mid a_i - \tilde{a}_i = b_i - 1, i = 2,3,\cdots,N-1\}$，

$T_2 = \{i \mid a_i - \tilde{a}_i = -b_{i+1} + 1, i = 2,3,\cdots,N-1\}$，

则$T_1 \cap T_2 = \varnothing$，且$T_1 \cup T_2 = \{2,3,\cdots,N-1\}$.

注意到：若存在$j \in T_2$且$2 \leqslant j \leqslant N-2$，即$a_j - \tilde{a}_j = -b_{j+1} + 1$，则$j+1 \in T_2$.

否则，若$j+1 \in T_1$，则$a_{j+1} - \tilde{a}_{j+1} = b_{j+1} - 1 = -(-b_{j+1} + 1) = -(a_j - \tilde{a}_j)$，不合题意.

因此集合T_1, T_2有以下三种情形:

① $T_1 = \{2,3,\cdots,N-1\}$，$T_2 = \varnothing$.

对任意$i \in \{2,3,\cdots,N-1\}$，有$b_i \geqslant 2$，则

$a_N = a_1 + (b_2 + b_3 + \cdots + b_{N-1}) + b_N \geqslant 0 + (N-2) \cdot 2 + 1 = 2N-3$，

当且仅当：$b_2 = b_3 = \cdots = b_{N-1} = 2$，$b_N = 1$，

即$A: 0,2,4,\cdots,2N-4,2N-3$时，等号成立，

此时存在“强紧数列”$\tilde{A}: 0,1,3,\cdots,2N-3$，

故此情形下，a_N的最小值为$2N-3$；

② $T_1 = \{2,3,\cdots,k\}$，$T_2 = \{k+1,k+2,\cdots,N-1\}$，其中$k = 2,3,\cdots,N-2$.

对任意$i \in T_1$，有$b_i \geqslant 2$，对任意$j \in T_2$，有$b_{j+1} \geqslant 2$.

$$a_N = a_1 + (b_2 + b_3 + \cdots + b_k) + b_{k+1} + (b_{k+2} + b_{k+3} \cdots + b_N)$$
$$\geqslant 0 + (k-1) \cdot 2 + 1 + (N-k-1) \cdot 2 = 2N-3.$$

故此情形下，a_N的最小值不小于$2N-3$；

③ $T_1 = \varnothing$，$T_2 = \{2,3,\cdots,N-1\}$.

对任意$i \in \{2,3,\cdots,N-1\}$，有$b_{i+1} \geqslant 2$，

$$a_N = a_1 + b_2 + (b_3 + b_4 \cdots + b_N) \geqslant 0 + 2 + (N-2) \cdot 2 = 2N-2 > 2N-3.$$

故此情形下，a_N的最小值不小于$2N-3$.

综上，a_N的最小值为$2N-3$. ......14 分

关于我们

北京高考在线创办于 2014 年，隶属于北京太星网络科技有限公司，是北京地区极具影响力的中学升学服务平台。主营业务涵盖：北京新高考、高中生涯规划、志愿填报、强基计划、综合评价招生和学科竞赛等。

北京高考在线旗下拥有网站门户、微信公众平台等全媒体矩阵生态平台。平台活跃用户 40W+，网站年度流量数千万量级。用户群体立足于北京，辐射全国 31 省市。

北京高考在线平台一直秉承 ＂精益求精、专业严谨＂ 的建设理念，不断探索“K12 教育+互联网+大数据”的运营模式，尝试基于大数据理论为广大中学和家长提供新鲜的高考资讯、专业的高考政策解读、科学的升学规划等，为广大高校、中学和教科研单位提供“衔接和桥梁纽带”作用。

平台自创办以来，为众多重点大学发现和推荐优秀生源，和北京近百所中学达成合作关系，累计举办线上线下升学公益讲座数百场，帮助数十万考生顺利通过考入理想大学，在家长、考生、中学和社会各界具有广泛的口碑影响力

未来，北京高考在线平台将立足于北京新高考改革，基于对北京高考政策研究及北京高校资源优势，更好的服务全国高中家长和学生。