# 北京市东城区 2018—2019 学年度第二学期高三综合练习(二)

# 数学(理科)

2019.5

本试卷共 4 页，共 150 分。考试时长 120 分钟。考生务必将答案答在答题卡上，在试卷上作答无效。考试结束后，将答题卡交回。

## 第一部分（选择题　共 40 分）

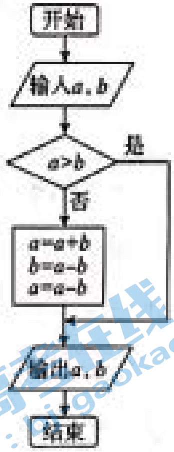
一、选择题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分。在每小题列出的四个选项中，选出符合题目要求的一项。

(1)已知集合 $A=\{-2,-1,0,1,2\}$，$B=\{x\,|\,x^2-x-2\leqslant 0\}$，则 $A\cap \complement_{\mathbf{R}}B=$

(A) $\{-2\}$　　(B) $\{0,1\}$

(C) $\{-2,-1,2\}$　　(D) $\{-1,0,1,2\}$

(2)执行如图所示的程序框图，输入 $a=2$，$b=5$，那么输出的 $a,b$ 的值分别为




(A) $7,-3$　　(B) $-3,-3$

(C) $5,-3$　　(D) $5,2$

(3)已知向量 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 不共线，且 $\overrightarrow{AB}=\boldsymbol{a}+m\boldsymbol{b}\,(m\neq 1)$，$\overrightarrow{AC}=n\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}$，若 $A,B,C$ 三点共线，则实数 $m,n$ 满足的条件为

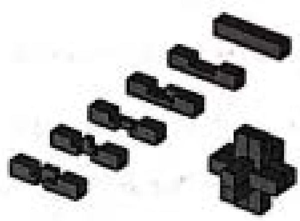
(A) $m+n=1$

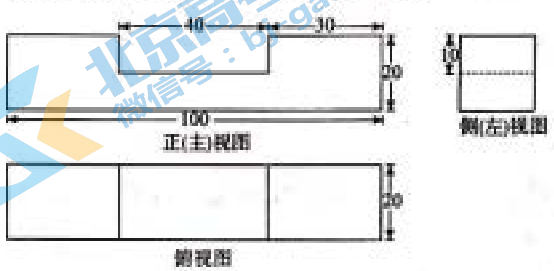
(B) $m+n=-1$

(C) $mn=1$

(D) $mn=-1$

(4)鲁班锁起源于中国古代建筑中首创的榫卯结构，相传由春秋时代鲁国工匠鲁班所作。右图是某个经典的六柱鲁班锁及其六个构件的图片，下图是其中一个构件的三视图（图中单位：mm），则此构件的体积为






(A) 34 000 $\text{mm}^3$　　(B) 33 000 $\text{mm}^3$　　(C) 32 000 $\text{mm}^3$　　(D) 30 000 $\text{mm}^3$

(5)已知 $S_n$ 是等差数列 $\{a_n\}$ 的前 $n$ 项和，则"$S_n>na_n$ 对 $n\geq 2$ 恒成立"是"$a_1>a_4$"的

(A) 充分而不必要条件　　(B) 必要而不充分条件

(C) 充分必要条件　　(D) 既不充分也不必要条件

(6)教室的图书角摆放了一些阅读书目，其中有 3 本相同的论语、6 本互不相同的近代文学名著，现从这 9 本书中选出 3 本，则不同的选法种数为

(A) 84　　(B) 42　　(C) 41　　(D) 35

(7)已知正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的棱长为 2，$P$ 是底面 $ABCD$ 上的动点，$PA\geq PC_1$，则满足条件的点 $P$ 构成的图形的面积等于

(A) $\frac{1}{2}$　　(B) $\frac{\pi}{4}$　　(C) $4-\frac{\pi}{4}$　　(D) $\frac{7}{2}$

(8)在交通工程学中，常作如下定义：

交通流量 $Q$(辆/时)：单位时间内通过某一道路横断面的车辆数；

车流速度 $V$(千米/时)：单位时间内车流平均行驶的距离；

车流密度 $K$(辆/千米)：单位长度道路上某一瞬间所存在的车辆数.

一般的，$V$ 和 $K$ 满足一个线性关系：$V=v_0(1-\frac{K}{k_0})$(其中 $v_0,k_0$ 是正数)，则以下说法正确的是

(A) 随着车流密度的增大，车流速度在逐渐增大

(B) 随着车流密度的增大，交通流量在逐渐增大

(C) 随着车流速度的增大，交通流量先减小、后增大

(D) 随着车流速度的增大，交通流量先增大、后减小

## 第二部分（非选择题　共 110 分）

二、填空题共 6 小题，每小题 5 分，共 30 分。

(9)已知复数 $z=\frac{1-i}{2i}$ 在复平面内对应的点为 $Z$，则点 $Z$ 关于虚轴对称的点位于第______象限.

(10)已知 $a=\log_2 6$，$b=\log_3 15$，若 $a>\log_3 m>b$，$m\in N^*$，则满足条件的一个 $m$ 的值为______.

(11)椭圆 $C_1:\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{b^2}=1$ 与曲线 $C_2$ 关于直线 $y=-x$ 对称，$C_1$ 与 $C_2$ 分别在第一、二、三、四象限交于点 $P_1,P_2,P_3,P_4$. 若四边形 $P_1P_2P_3P_4$ 的面积为 4，则点 $P_1$ 的坐标为______，$C_1$ 的离心率为______.

(12)将函数 $y=\sin 2x-\sqrt{3}\cos 2x$ 的图象向左平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位长度，得到函数 $y=g(x)$ 的图象，则 $g(\frac{5}{6}\pi)=$______.

(13)设关于 $x,y$ 的不等式组 $\begin{cases} x\leqslant 0, \\ 2x+y\geqslant 0, \\ mx-y+1\geqslant 0 \end{cases}$ 表示的平面区域为钝角三角形及其内部，则 $m$ 的取值范围是________.

(14)已知函数 $f(x)$，对于任意实数 $x\in[a,b]$，当 $a\leqslant x_0\leqslant b$ 时，记 $|f(x)-f(x_0)|$ 的最大值为 $D_{[a,b]}(x_0)$.

①若 $f(x)=(x-1)^2$，则 $D_{[0,3]}(2)=$________；

②若 $f(x)=\begin{cases} -x^2-2x, & x\leqslant 0, \\ 2-|x-1|, & x>0, \end{cases}$ 则 $D_{[a,a+2]}(-1)$的取值范围是________.

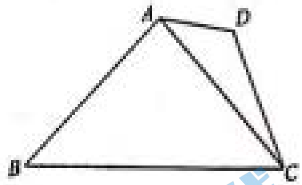
**三、解答题共 6 小题，共 80 分。解答应写出文字说明，演算步骤或证明过程。**

(15)(本小题 13 分)

如图，在四边形 $ABCD$ 中，$AC=\sqrt{7}$，$CD=2AD$，$\angle ADC=\frac{2\pi}{3}$.

(Ⅰ)求 $\angle CAD$ 的正弦值；

(Ⅱ)若 $\angle BAC=2\angle CAD$，且 $\triangle ABC$ 的面积是 $\triangle ACD$ 面积的 4 倍，求 $AB$ 的长.




(16)(本小题 13 分)

某工厂的机器上有一种易损元件 A，这种元件在使用过程中发生损坏时，需要送维修处维修．工厂规定当日损坏的元件 A 在次日早上 8:30 之前送到维修处，并要求维修人员当日必须完成所有损坏元件 A 的维修工作．每个工人独立维修元件 A 所需时间相同．维修处记录了某月 1 日至 20 日每天维修元件 A 的个数，具体数据如下表：

| 日　期 | 1 日 | 2 日 | 3 日 | 4 日 | 5 日 | 6 日 | 7 日 | 8 日 | 9 日 | 10 日 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 元件 A 个数 | 9 | 15 | 12 | 18 | 12 | 18 | 9 | 9 | 24 | 12 |
| 日　期 | 11 日 | 12 日 | 13 日 | 14 日 | 15 日 | 16 日 | 17 日 | 18 日 | 19 日 | 20 日 |
| 元件 A 个数 | 12 | 24 | 15 | 15 | 15 | 12 | 15 | 15 | 15 | 24 |

从这 20 天中随机选取一天，随机变量 $X$ 表示在维修处该天元件 A 的维修个数．

(Ⅰ)求 $X$ 的分布列与数学期望；

(Ⅱ)若 $a,b\in\mathbf{N}^*$，且 $b-a=6$，求 $P(a\leqslant X\leqslant b)$的最大值；

(Ⅲ)目前维修处有两名工人从事维修工作，为使每个维修工人每天维修元件 A 的个数的数学期望不超过 4 个，至少需要增加几名维修工人？（只需写出结论）

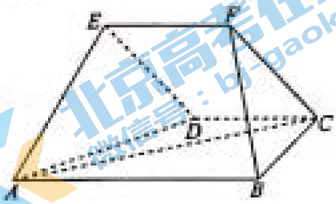
(17)(本小题 14 分)

如图,四边形 $ABCD$ 和三角形 $ADE$ 所在平面互相垂直,$AB/\!/CD$,$AB\perp BC$,$\angle DAB=60^\circ$,$AB=AD=4$,$AE\perp DE$,$AE=DE$,平面 $ABE$ 与平面 $CDE$ 交于 $EF$.

(Ⅰ)求证:$CD/\!/EF$;

(Ⅱ)若 $EF=CD$,求二面角 $A-BC-F$ 的余弦值;

(Ⅲ)在线段 $BC$ 上是否存在点 $M$,使得 $AM\perp EM$? 若存在,求 $BM$ 的长;若不存在,说明理由.




(18)(本小题 13 分)

已知点 $P(1,2)$ 到抛物线 $C:y^2=2px(p>0)$ 准线的距离为 2.

(Ⅰ)求 $C$ 的方程及焦点 $F$ 的坐标;

(Ⅱ)设点 $P$ 关于原点 $O$ 的对称点为点 $Q$,过点 $Q$ 作不经过点 $O$ 的直线与 $C$ 交于不同的两点 $A$,$B$,直线 $PA$,$PB$ 分别与 $x$ 轴交于点 $M$,$N$,求 $|MF|\cdot|NF|$ 的值.

(19)(本小题 14 分)

已知函数 $f(x)=x+\sin x$.

(Ⅰ)求曲线 $y=f(x)$ 在点 $(\frac{\pi}{2},f(\frac{\pi}{2}))$ 处的切线方程;

(Ⅱ)若不等式 $f(x)\geqslant ax\cos x$ 在区间 $[0,\frac{\pi}{2}]$ 上恒成立,求实数 $a$ 的取值范围.

(20)(本小题 13 分)

若 $n$ 行 $n$ 列的数表 $\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{pmatrix}$ $(n\geqslant 2)$ 满足:$a_{ij}\in\{0,1\}(i,j=1,2,\cdots,n)$,

$\sum_{k=1}^{n}a_{ik}=m(i=1,2,\cdots,n,0<m<n)$,$\sum_{k=1}^{n}|a_{ik}-a_{jk}|>0(i,j=1,2,\cdots,n,i\neq j)$,记这样的一个数表为 $A_n(m)$. 对于 $A_n(m)$,记集合 $T(n,m)=\{\sigma_{ij}\,|\,\sigma_{ij}=\sum_{k=1}^{n}a_{ik}a_{jk},1\leqslant i<j\leqslant n,i,j\in\mathbf{N}^*\}$.

$|T(n,m)|$ 表示集合 $T(n,m)$ 中元素的个数.

(Ⅰ)已知 $A_3(2)=\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$,写出 $\sigma_{ij}(1\leqslant i<j\leqslant 3,i,j\in\mathbf{N}^*)$ 的值;

(Ⅱ)是否存在数表 $A_4(2)$ 满足 $|T(4,2)|=1$? 若存在,求出数表 $A_4(2)$;若不存在,说明理由;

(Ⅲ)对于数表 $A_n(m)(0<m<n,m\in\mathbf{N}^*)$,求证:$|T(n,m)|\leqslant\frac{n}{2}$.

# 北京市东城区 2018—2019 学年度第二学期高三综合练习(二)

# 数学(理科)参考答案及评分标准

2019.5

一、选择题(共 8 小题,每小题 5 分,共 40 分)

(1)A　(2)D　(3)C　(4)C　(5)C　(6)B　(7)A　(8)D

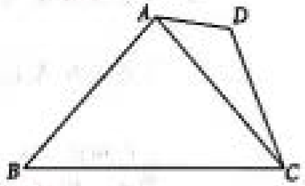
二、填空题(共 6 小题,每小题 5 分,共 30 分)

(9)四　(10)9(答案不唯一)　(11)$(1,1)$　$\frac{\sqrt{6}}{3}$　(12)$-\sqrt{3}$

(13)$(-2,0)\cup(\frac{1}{2},+\infty)$　(14)3　$[1,4]$

三、解答题(共 6 小题,共 80 分)

(15)(共 13 分)



解:(Ⅰ)在$\triangle ACD$中,设$AD=x(x>0)$,

由余弦定理得 $7=x^2+4x^2-2x\times 2x\cdot\cos\frac{2}{3}\pi$,

整理得 $7x^2=7$,解得 $x=1$.

所以 $AD=1$,$CD=2$.

由正弦定理得$\frac{DC}{\sin\angle CAD}=\frac{AC}{\sin\frac{2}{3}\pi}$,解得 $\sin\angle CAD=\frac{\sqrt{21}}{7}$. ………………… 6 分

(Ⅱ)由已知得 $S_{\triangle ABC}=4S_{\triangle ACD}$,

所以$\frac{1}{2}AB\cdot AC\cdot\sin\angle BAC=4\times\frac{1}{2}AD\cdot AC\cdot\sin\angle CAD$,

化简得 $AB\cdot\sin\angle BAC=4AD\cdot\sin\angle CAD$.

所以 $AB\cdot 2\sin\angle CAD\cdot\cos\angle CAD=4AD\cdot\sin\angle CAD$,

于是 $AB\cdot\cos\angle CAD=2AD$.

因为 $\sin\angle CAD=\frac{\sqrt{21}}{7}$,且$\angle CAD$为锐角,

所以 $\cos\angle CAD=\sqrt{1-\sin^2\angle CAD}=\frac{2\sqrt{7}}{7}$,

因此 $AB=\sqrt{7}$. ……………………………………………………………… 13 分

(16)(共 13 分)

解:(Ⅰ)由题意可知,$X$ 的所有可能取值为 9,12,15,18,24,

且 $P(X=9)=\frac{3}{20}$;$P(X=12)=\frac{5}{20}$;$P(X=15)=\frac{7}{20}$;

$P(X=18)=\frac{2}{20}$;$P(X=24)=\frac{3}{20}$.

所以 $X$ 的分布列为:

| $X$ | 9 | 12 | 15 | 18 | 24 |
|---|---|---|---|---|---|
| $P$ | $\frac{3}{20}$ | $\frac{5}{20}$ | $\frac{7}{20}$ | $\frac{2}{20}$ | $\frac{3}{20}$ |

故 $X$ 的数学期望 $E(X)=9\times\frac{3}{20}+12\times\frac{5}{20}+15\times\frac{7}{20}+18\times\frac{2}{20}+24\times\frac{3}{20}=15$.

……………………………………………………………………………… 5 分

(Ⅱ)当 $P(a\leqslant X\leqslant b)$ 取到最大值时，

$a,b$ 的取值只可能为：$\begin{cases}a=9,\\b=15,\end{cases}$ 或 $\begin{cases}a=12,\\b=18,\end{cases}$ 或 $\begin{cases}a=18,\\b=24.\end{cases}$

经计算 $P(9\leqslant X\leqslant 15)=\frac{15}{20}$，$P(12\leqslant X\leqslant 18)=\frac{14}{20}$，$P(18\leqslant X\leqslant 24)=\frac{5}{20}$，

所以 $P(a\leqslant X\leqslant b)$ 的最大值为 $\frac{15}{20}=\frac{3}{4}$. …………………………………… 10 分

(Ⅲ)至少增加 2 人. …………………………………………………………………… 13 分

(17)(共 14 分)

解：(Ⅰ)在四边形 $ABCD$ 中，$AB\parallel CD$.

因为 $AB\subset$ 平面 $ABE$，$CD\not\subset$ 平面 $ABE$，

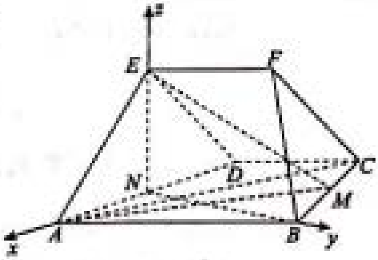
所以 $CD\parallel$ 平面 $ABE$.

因为 $CD\subset$ 平面 $CDE$，

且平面 $ABE\cap$ 平面 $CDE=EF$，

所以 $CD\parallel EF$. …………………………………………………………………… 4 分

(Ⅱ)如图，取 $AD$ 的中点 $N$，连接 $BN,EN$.




在等腰△$ADE$ 中，$EN\perp AN$.

因为平面 $ADE\perp$ 平面 $ABCD$，交线为 $AD$，

又 $EN\perp AD$，所以 $EN\perp$ 平面 $ABCD$.

所以 $EN\perp BN$.

由题意易得 $AN\perp BN$.

如图建立空间直角坐标系 $N-xyz$，

则 $N(0,0,0)$，$A(2,0,0)$，$B(0,2\sqrt{3},0)$，

$C(-3,\sqrt{3},0)$，$D(-2,0,0)$，$E(0,0,2)$.

因为 $EF=CD$，所以 $F(-1,\sqrt{3},2)$.

设平面 $BCF$ 的法向量为 $\boldsymbol{n}=(x,y,z)$，$\overrightarrow{BF}=(-1,-\sqrt{3},2)$，$\overrightarrow{BC}=(-3,-\sqrt{3},0)$，

则 $\begin{cases}\boldsymbol{n}\cdot\overrightarrow{BF}=0,\\\boldsymbol{n}\cdot\overrightarrow{BC}=0,\end{cases}$ 即 $\begin{cases}-x-\sqrt{3}y+2z=0,\\-3x-\sqrt{3}y=0.\end{cases}$

令 $y=\sqrt{3}$，则 $x=-1$，$z=1$.

于是 $\boldsymbol{n}=(-1,\sqrt{3},1)$.

又因为平面 $ABCD$ 的法向量 $\overrightarrow{NE}=(0,0,2)$，

所以 $\cos\langle\boldsymbol{n},\overrightarrow{NE}\rangle=\frac{\boldsymbol{n}\cdot\overrightarrow{NE}}{|\boldsymbol{n}||\overrightarrow{NE}|}=\frac{\sqrt{5}}{5}$.

由题知二面角 $A-BC-F$ 为锐角，

所以二面角 $A-BC-F$ 的余弦值为 $\frac{\sqrt{5}}{5}$. …………………………………… 9 分

(Ⅲ)不存在满足条件的点 $M$，使 $AM\perp EM$，理由如下：

若 $AM\perp EM$，则 $\overrightarrow{EM}\cdot\overrightarrow{AM}=0$.

因为点 $M$ 为线段 $BC$ 上的动点，设 $\overrightarrow{CM}=t\overrightarrow{CB}(0\leqslant t\leqslant 1)$，$M(u,v,0)$，

则 $(u+3,v-\sqrt{3},0)=t(3,\sqrt{3},0)$，解得 $M(3t-3,\sqrt{3}+\sqrt{3}t,0)$.

所以 $\overrightarrow{EM}=(3t-3,\sqrt{3}+\sqrt{3}t,-2)$，$\overrightarrow{AM}=(3t-5,\sqrt{3}+\sqrt{3}t,0)$.

所以 $\overrightarrow{EM}\cdot\overrightarrow{AM}=(3t-3,\sqrt{3}+\sqrt{3}t,-2)\cdot(3t-5,\sqrt{3}+\sqrt{3}t,0)=0$.

整理得 $2t^2-3t+3=0$，此方程无实根.

所以线段 $BC$ 上不存在点 $M$，使 $AM\perp EM$. ……………………………… 14 分

(18)(共 13 分)

解：(Ⅰ)由已知得 $1+\frac{p}{2}=2$，所以 $p=2$.

所以 $C$ 的方程为 $y^2=4x$，焦点 $F$ 的坐标为 $(1,0)$. ………………………… 4 分

(Ⅱ)设点 $A(x_1,y_1)$，$B(x_2,y_2)$. 由已知得 $Q(-1,-2)$.

由题意知直线 $AB$ 的斜率存在且不为 0.

设直线 $AB$ 的方程为 $y=k(x+1)-2(k\neq 0)$.

由 $\begin{cases} y^2=4x, \\ y=k(x+1)-2 \end{cases}$ 得 $ky^2-4y+4k-8=0$.

则 $y_1+y_2=\frac{4}{k}$，$y_1y_2=4-\frac{8}{k}$.

因为点 $A$，$B$ 在抛物线 $C$ 上，所以 $y_1^2=4x_1$，$y_2^2=4x_2$，

$k_{PA}=\frac{y_1-2}{x_1-1}=\frac{y_1-2}{\frac{y_1^2}{4}-1}=\frac{4}{y_1+2}$，$k_{PB}=\frac{y_2-2}{x_2-1}=\frac{4}{y_2+2}$.

因为 $PF\perp x$ 轴，

所以 $|MF|\cdot|NF|=\left|\frac{PF}{k_{PA}}\right|\cdot\left|\frac{PF}{k_{PB}}\right|=\frac{4}{|k_{PA}\cdot k_{PB}|}=\frac{|(y_1+2)(y_2+2)|}{4}$

$=\frac{|y_1y_2+2(y_1+y_2)+4|}{4}=\frac{\left|4-\frac{8}{k}+\frac{8}{k}+4\right|}{4}=2$.

所以 $|MF|\cdot|NF|$ 的值为 2. ………………………………………………… 13 分

(19)(共 14 分)

解：(Ⅰ)因为 $f(x)=x+\sin x$，

所以 $f'(x)=1+\cos x$，$f'(\frac{\pi}{2})=1$，$f(\frac{\pi}{2})=\frac{\pi}{2}+1$.

所以曲线 $f(x)$ 在点 $(\frac{\pi}{2},f(\frac{\pi}{2}))$ 处的切线方程为 $y=x+1$. ……………… 5 分

(Ⅱ)因为 $x\in[0,\frac{\pi}{2}]$，所以 $\sin x\geq 0$，$\cos x\geq 0$.

当 $a\leq 0$ 时，$f(x)=x+\sin x\geq 0$ 恒成立，$ax\cos x\leq 0$ 恒成立，

所以不等式 $f(x)\geq ax\cos x$ 在区间 $[0,\frac{\pi}{2}]$ 上恒成立.

当 $a>0$ 时，设 $g(x)=f(x)-ax\cos x=x+\sin x-ax\cos x$，

$g'(x)=1+\cos x-a\cos x+ax\sin x=1+(1-a)\cos x+ax\sin x$.

若 $0<a\leq 1$，$(1-a)\cos x\geq 0$，$ax\sin x\geq 0$，所以 $g'(x)>0$ 在区间 $[0,\frac{\pi}{2}]$ 上恒成立；

若 $1<a\leq 2$，$-1\leq 1-a\leq 0$，$1+(1-a)\cos x\geq 0$，$ax\sin x\geq 0$，

所以 $g'(x)>0$ 在区间 $[0,\frac{\pi}{2}]$ 上恒成立；

所以 $g(x)$ 在区间 $[0,\frac{\pi}{2}]$ 上单调递增，$g(x)_{\min}=g(0)=0$，

所以当 $a\leq 2$ 时，不等式 $f(x)\geq ax\cos x$ 在区间 $[0,\frac{\pi}{2}]$ 上恒成立；

当 $a>2$ 时，令 $h(x)=g'(x)=1+(1-a)\cos x+ax\sin x$，

$h'(x)=(2a-1)\sin x+ax\cos x$，$h'(x)>0$ 在区间 $[0,\frac{\pi}{2}]$ 上恒成立，

所以 $g'(x)$ 在区间 $[0,\frac{\pi}{2}]$ 上单调递增，

$g'(x)_{\min}=g'(0)=2-a<0$，$g'(x)_{\max}=g'(\frac{\pi}{2})=1+\frac{a\pi}{2}>0$，

所以存在 $x_0\in[0,\frac{\pi}{2}]$，使得 $g'(x_0)=0$.

当 $0<x<x_0$ 时，$g'(x)<0$，$g(x)$ 单调递减；

当 $x_0<x<\frac{\pi}{2}$ 时，$g'(x)>0$，$g(x)$ 单调递增；

当 $x=x_0$ 时，$g'(x)=0$，$g(x)$ 取得极小值；

而 $g(0)=0$，所以 $g(x_0)<0$，所以不等式 $g(x)\geqslant 0$ 在区间 $[0,\frac{\pi}{2}]$ 上不能恒成立.

所以不等式 $f(x)\geqslant ax\cos x$ 在区间 $[0,\frac{\pi}{2}]$ 上恒成立时实数 $a$ 的取值范围是 $(-\infty,2]$. ………………………………………………… 14 分

(20)(共 13 分)

解：(Ⅰ)$a_{12}=a_{13}=a_{23}=1$. ………………………………………………… 3 分

(Ⅱ)不存在数表 $A_4(2)$，使得 $|T(4,2)|=1$. 理由如下：

假设存在 $A_4(2)$，$|T(4,2)|=1$. 不妨设 $A_4(2)=\begin{bmatrix}1&1&0&0\\a_{21}&a_{22}&a_{23}&a_{24}\\a_{31}&a_{32}&a_{33}&a_{34}\\a_{41}&a_{42}&a_{43}&a_{44}\end{bmatrix}$，

$a_{ij}$ 的可能值为 0，1.

当 $a_{ij}=0(1\leqslant i<j\leqslant 4)$ 时，经验证这样的 $A_4(2)$ 不存在.

当 $a_{ij}=1(1\leqslant i<j\leqslant 4)$ 时，有 $\begin{cases}a_{21}+a_{22}=1,\\a_{31}+a_{32}=1,\\a_{41}+a_{42}=1,\end{cases}$

这说明此方程组至少有两个方程的解相同.

不妨设 $A_4(2)=\begin{bmatrix}1&1&0&0\\0&1&a_{23}&a_{24}\\0&1&a_{33}&a_{34}\\1&0&a_{43}&a_{44}\end{bmatrix}$，所以有 $\begin{cases}a_{23}+a_{24}=1,\\a_{33}+a_{34}=1,\\a_{43}+a_{44}=1,\end{cases}$

这也说明此方程组至少有两个方程的解相同.

这样的 $A_4(2)$ 只能为 $\begin{bmatrix}1&1&0&0\\0&1&0&1\\0&1&0&1\\1&0&1&0\end{bmatrix}$ 或 $\begin{bmatrix}1&1&0&0\\0&1&0&1\\0&1&1&0\\1&0&0&1\end{bmatrix}$，

这两种情况都与 $|T(4,2)|=1$ 矛盾. ………………………………………… 8 分

(Ⅲ)在数表 $A_n(m)$ 中，将 $a_{ij}$ 换成 $1-a_{ij}$，这将形成 $A_n(n-m)$.

由于 $a_{ij}=a_{i1}a_{j1}+a_{i2}a_{j2}+\cdots+a_{in}a_{jn}$，可得

$(1-a_{i1})(1-a_{j1})+(1-a_{i2})(1-a_{j2})+\cdots+(1-a_{in})(1-a_{jn})=n-m-m+a_{ij}$，

从而 $|T(n,m)|=|T(n,n-m)|$.

当 $m\leqslant\frac{n}{2}$ 时，由于 $\sum_{k=1}^{n}|a_{ik}-a_{jk}|>0(0\leqslant i<j\leqslant n,i,j\in N^*)$，

所以任两行相同位置的 1 的个数 $\leqslant\frac{n}{2}-1$.

又由于 $a_{ij}\geqslant 0$，而从 0 到 $\frac{n}{2}-1$ 的整数个数 $\leqslant\frac{n}{2}$，从而 $|T(n,m)|\leqslant\frac{n}{2}$.

从而当 $0<m<n$ 时，都有 $|T(n,m)|\leqslant\frac{n}{2}$. ……………………………………… 13 分