

初三年级第一学期数学作业 5

2023.10.25

作业设计教师：赵桐 审核教师：何庆青

一、选择题（本题共 16 分，每小题 2 分）

1. 我国传统文化中的“福禄寿喜”图（如图）由四个图案构成。这四个图案中既是轴对称图形，又是中心对称图形的是



A



B



C



D

2. 一元二次方程 $4x^2 - 6x + 1 = 0$ 的二次项系数、一次项系数、常数项分别是

- A. 4, 6, 1 B. 4, 6, -1 C. 4, -6, 1 D. 4, -6, -1

3. 抛物线 $y = -x^2 + 2x$ 的对称轴是直线

- A. $x = -1$ B. $x = 1$ C. $x = 0$ D. $y = 1$

4. 用配方法解方程 $x^2 + 2x - 4 = 0$ ，配方正确的是

- A. $(x+1)^2 = 3$ B. $(x-1)^2 = 4$
C. $(x-1)^2 = 5$ D. $(x+1)^2 = 5$

5. 如图所示的是正十二角星体，因为其独特的对称美，所以 2019 年在英国举办的第 60 届国际数学奥林匹克的会标就选用了正十二角星体。若将它绕自身中心旋转一定角度之后能与原图重合，则这个角度不可能是

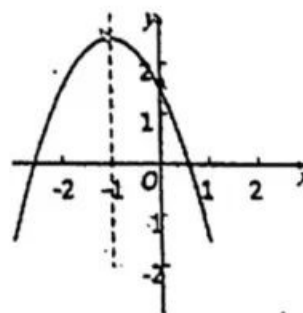
- A. 60° B. 90° C. 120° D. 180°



6. 二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 的图象如图所示，其对称轴是 $x = -1$ ，

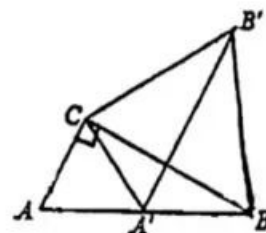
下列结论中，错误的是

- A. $abc > 0$ B. $4ac < b^2$
C. $2a + b = 0$ D. $a - b + c > 2$



7. 如图，在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle ACB = 90^\circ$ ， $\angle A = 60^\circ$ ， $AC = 6$ ，将 $\triangle ABC$ 绕点 C 按逆时针方向旋转得到 $\triangle A'B'C'$ ，此时点 A' 恰好在 AB 边上，则点 B' 与点 B 之间的距离为

- A. 12 B. 6 C. $6\sqrt{2}$ D. $6\sqrt{3}$



8. 已知关于 x 的一元二次方程 M 为 $ax^2 + bx + c = 0$, N 为 $cx^2 + bx + a = 0$ ($a \neq c$), 则下列结论中, 正确的有 () 个

- ①如果 5 是方程 M 的一个根, 那么 $\frac{1}{5}$ 是方程 N 的一个根
 ②如果方程 M 有两个不相等的实数根, 那么方程 N 也有两个不相等的实数根
 ③如果方程 M 与方程 N 恰有一个相同的根, 那么这个根必是 $x=1$
 ④当 $b=0$ 且 $a=-c$ 时, 方程 M 与方程 N 有相同的根

A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

二、填空题 (本题共 16 分, 每空 2 分)

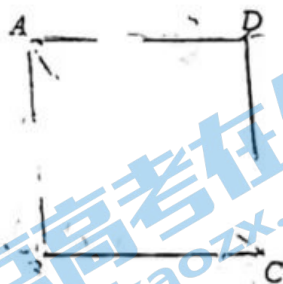
9. 点 $P(2, -1)$ 关于原点对称的点 P' 的坐标是 _____

10. 已知 $(-5, y_1)$, $(2, y_2)$ 是抛物线 $y = -2(x+1)^2 - 1$ 上的点, 则 y_1 与 y_2 的大小关系为: y_1 _____ y_2

11. 某工厂废气年排放量为 450 万立方米, 为改善空气质量, 决定分两期治理, 使废气的排放量减少到 288 万立方米. 如果每期治理中废气减少的百分率相同, 设每期减少的百分率为 x , 则可列方程为 _____.

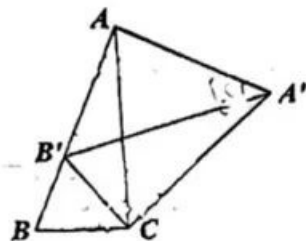
12. 如果关于 x 的方程 $(m+3)x^2 - 2(m+1)x + m = 0$ 有且只有一个实数根, 那么关于 x 的方程 $(m+1)x^2 - 2mx + m - 1 = 0$ 的根为 _____

13. 如图, 点 P 为正方形 $ABCD$ 内一点, 若 $PA=1$, $PB=2$, $\angle APB=135^\circ$, 则 PC 的长为 _____.



14. 已知关于 x 的二次函数 $y = mx^2 - m^2x + mx + 2$, 若当 $x > 1$ 时, y 随 x 的增大而增大, 则 m 的取值范围是 _____

15. 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $\angle B = 65^\circ$. 在同一平面内, 将 $\triangle ABC$ 绕点 C 顺时针旋转到 $\triangle A'B'C$, 若 B' 恰好落在线段 AB 上, 连接 AA' . 下列结论: ① $AC = AA'$, ② 旋转角是 50° , ③ CB' 平分 $\angle BCA$, ④ $AB \perp AA'$, 所有正确结论的序号是 _____



16. 已知 y 是关于 x 的二次函数, 部分 y 与 x 的对应值如下表所示:

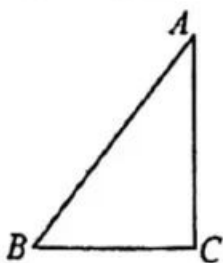
x	...	a	-2	-1	$-a-2$	...
y	...	1	-2	-3	1	...

则当 $-4 < x < 0$ 时, y 的取值范围是 _____

三、解答题（本题共 68 分）

17. 解方程： $x^2 - 4x - 3 = 0$.

18. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle ACB = 90^\circ$ ，将 $\triangle ABC$ 绕点 C 顺时针旋转 90° 得到 $\triangle DEC$ ，点 A 与点 D 对应，点 B 与点 E 对应。



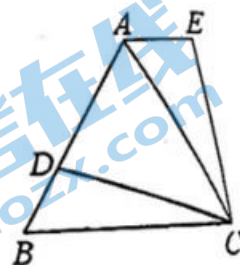
(1) 依题意补全图形；

(2) 线段 AB 与线段 DE 的关系为_____。

19. 已知 m 是方程 $x^2 - 4x + 2 = 0$ 的一个根，求 $(m-4)^2 + (m+1)(m-1)$ 的值。

20. 如图，在等边 $\triangle ABC$ 中，点 D 是 AB 边上一点，连接 CD ，将线段 CD 绕点 C 按顺时针方向旋转 60° 后得到 CE ，连接 AE 。

求证： $AE \parallel BC$ 。



21. 已知二次函数几组 x 与 y 的对应值如下表：

x	...	-2	-1	0	1	2	3	...
y	...		2	-1	-2	-1	2	...

(1) 求此二次函数的表达式；

(2) 直接写出当 x 取何值时， $|y| < 2$

22. 关于 x 的一元二次方程 $2x^2 + (3m-2)x + m(m-1) = 0$

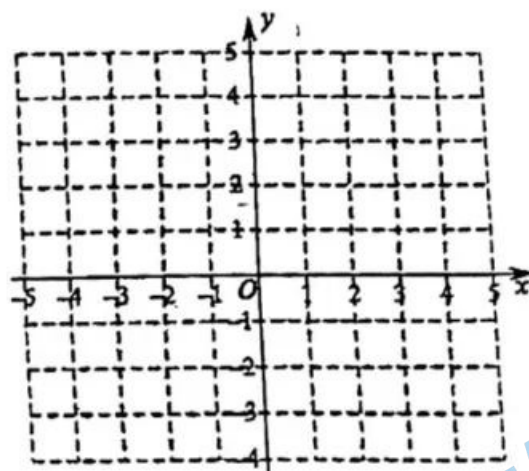
(1) 求证：不论 m 为何值，方程总有实数根；

(2) 若此方程恰有一个实数根大于 1，求 m 的取值范围。

23. 在平面直角坐标系 xOy 中，二次函数的顶点为 $(2, -1)$ ，且经过点 $A(0, 3)$ 。

(1) 求这个二次函数的解析式，并画出它的图象；

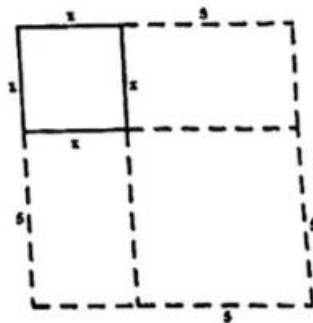
(2) 当 $1 \leq x \leq 4$ 时，对于 x 的每一个值，函数 $y = kx + 2k (k \neq 0)$ 的值都大于该二次函数的函数值，直接写出 k 的取值范围。



24. 古代丝绸之路上的花刺子模地区曾经诞生过一位伟大的数学家——“代数学之父”阿尔·花拉子米。在研究一元二次方程解法的过程中，他觉得“有必要用几何学方式来证明曾用数字解释过的问题的正确性”。以 $x^2 + 10x = 39$ 为例，在边长为 x 的正方形的两个相邻边上作边长分别为 x 和 5 的矩形，再补上一个边长为 5 的小正方形，最终把图形补成一个大正方形。

通过不同的方式来表示大正方形的面积，可以将原方程化为 $(x + \underline{\hspace{2cm}})^2 = 39 + \underline{\hspace{2cm}}$ ，

从而得到此方程的正根为 $\underline{\hspace{2cm}}$



25. 如图1, 一灌溉车正为绿化带浇水, 喷水口 H 离地竖直高度为 $h=1.2$ 米. 建立如图2所示的平面直角坐标系, 可以把灌溉车喷出水的上、下边缘抽象为两条抛物线的部分图象, 把绿化带横截面抽象为矩形 $DEFG$, 其水平宽度 $DE=2$ 米, 竖直高度 $EF=0.7$ 米, 下边缘抛物线是由上边缘抛物线向左平移得到, 上边缘抛物线最高点 A 离喷水口的水平距离为2米, 高出喷水口0.4米, 灌溉车到绿化带的距离 OD 为 d 米.



图1

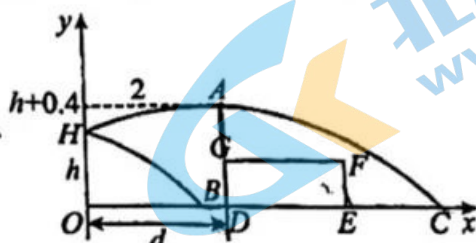


图2

- (1) 求上边缘抛物线喷出水的最大射程 OC ;
- (2) 求下边缘抛物线与 x 轴交点 B 的坐标;
- (3) 若 $d=3.2$ 米, 灌溉车行驶时喷出的水_____ (填“能”或“不能”) 浇灌到整个绿化带.

26. 已知关于 x 的二次函数 $y_1 = x^2 + bx + c$ (实数 b, c 为常数).

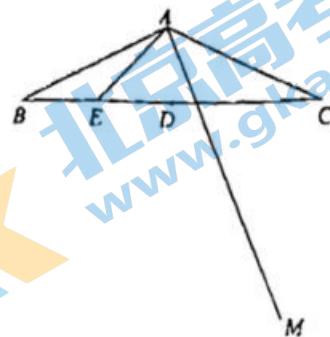
- (1) 若二次函数的图象经过点 $(0, 4)$, 对称轴为 $x=1$, 求此二次函数的表达式;
- (2) 若 $b^2 - c = 0$, 当 $b-3 \leq x \leq b$ 时, 二次函数的最小值为21, 求 b 的值;
- (3) 记关于 x 的二次函数 $y_2 = 2x^2 + x + m$, 若在(1)的条件下, 当 $0 \leq x \leq 1$ 时, 总有 $y_2 \geq y_1$, 求实数 m 的最小值.

27. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB=AC$, $\angle BAC=2\alpha$ ($45^\circ < \alpha < 90^\circ$), D 是 BC 的中点, E 是 BD 的中点, 连接 AE . 将射线 AE 绕点 A 逆时针旋转 α 得到射线 AM , 过点 E 作 $EF \perp AE$ 交射线 AM 于点 F .

(1) ①依题意补全图形;

②求证: $\angle B = \angle AFE$;

(2) 连接 CF , DF , 用等式表示线段 CF , DF 之间的数量关系, 并证明.



28. 在平面直角坐标系 xOy 中, 已知点 $A(a, b)$. 对于点 $P(x, y)$ 给出如下定义: 当 $x \neq a$ 时, 若实数 k 满足 $|y-b| = k|x-a|$, 则称 k 为点 P 关于点 A 的距离系数. 若图形 M 上所有点关于点 A 的距离系数存在最小值, 则称此最小值为图形 M 关于点 A 的距离系数.

(1) 当点 A 与点 O 重合时, 在 $P_1(2, 2)$, $P_2(-2, 1)$, $P_3(-4, 4)$ 中, 关于点 A 的距离系数为1的是

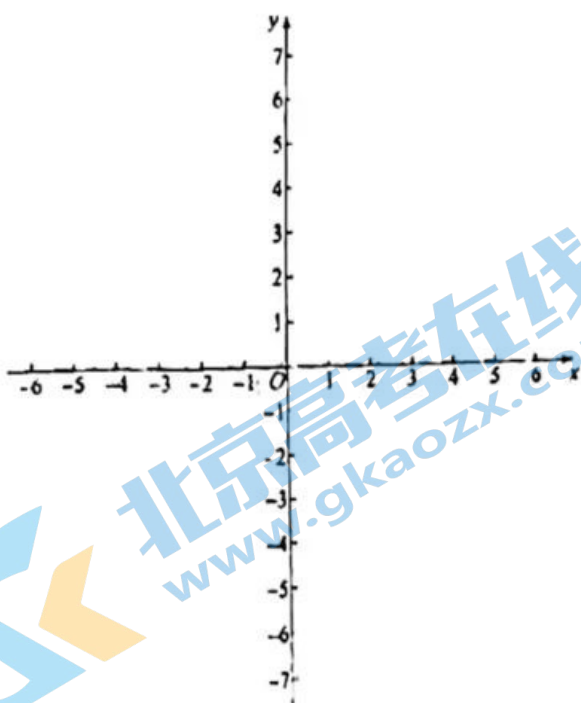
_____;

(2) 已知点 $B(-2, 1)$, $C(1, 1)$, 若线段 BC 关于点 $A(m, -1)$ 的距离系数小于 $\frac{1}{2}$, 则 m 的取值范围为_____;

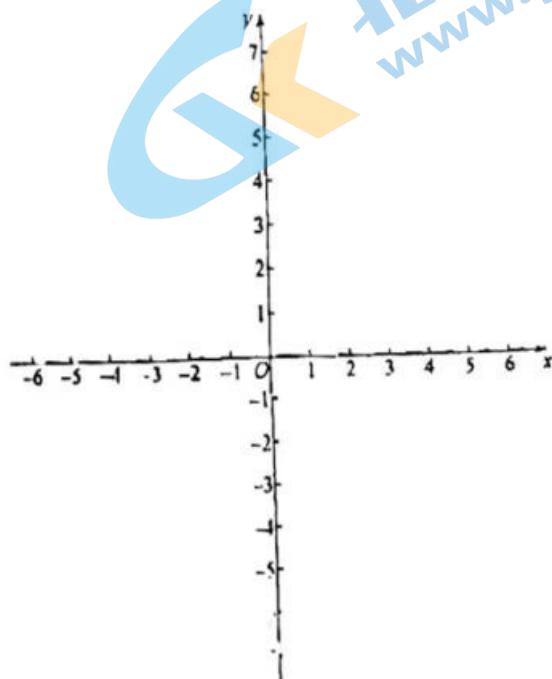
(3) 已知点 $A(4, 0)$, $T(0, t)$, 其中 $2 \leq t \leq 4$. 以点 T 为对角线的交点作边长为2的正方形, 正方形的各边均与某条坐标轴垂直, 点 D , E 为该正方形上的动点, 线段 DE 的长度是一个定值 ($0 < DE < 2$).

① 线段 DE 关于点 A 的距离系数的最小值为_____;

② 若线段 DE 关于点 A 的距离系数的最大值是 $\frac{3}{2}$, 则 DE 的长为_____.



备用图1



备用图2