学校

班级

姓名

学号

密 封 线

20230607 项目第三次模拟测试卷

理科数学

本试卷共 4 页，23 小题，满分 150 分． 考试时间 120 分钟．

注意事项：

1. 答卷前，考生务必将自己的姓名、准考证号填涂在答题卡上，并在相应位置贴好条形码．
2. 作答选择题时，选出每小题答案后，用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案信息涂黑；如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其它答案．
3. 非选择题必须用黑色水笔作答，答案必须写在答题卡各题目指定区域内相应位置上；如需改动，先划掉原来答案，然后再写上新答案，不准使用铅笔和涂改液．不按以上要求作答无效．
4. 考生必须保证答题卡整洁．考试结束后，将试卷和答题卡一并交回．

一．选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的．

1．已知集合 $A=\{2,3,4,5,6\}$，$B=\{x\mid x^2-8x+12\ge 0\}$，则 $A\cap(C_{R}B)=$

A．$\{2,3,4,5\}$　　B．$\{2,3,4,5,6\}$　　C．$\{3,4,5\}$　　D．$\{3,4,5,6\}$

2．若虚数 z 使得 z^2+z 是实数，则 z 满足

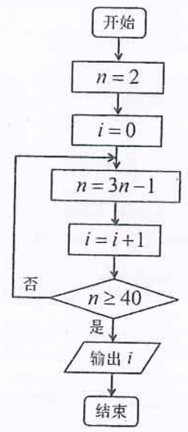
A．实部是 $-\frac{1}{2}$　　B．实部是 $\frac{1}{2}$

C．虚部是 $-\frac{1}{2}$　　D．虚部是 $\frac{1}{2}$

3．执行如图所示的程序框图，则输出的 $i=$

A．2　　B．3

C．4　　D．5

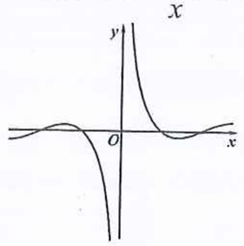


4．平面向量 $\vec{a}=(-2,k)$，$\vec{b}=(2,4)$，若 $\vec{a}\perp\vec{b}$，则 $|\vec{a}-\vec{b}|=$

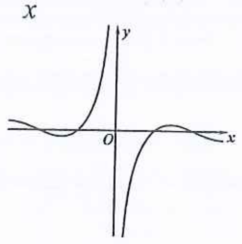
A．6　　B．5

C．$2\sqrt{6}$　　D．$2\sqrt{5}$

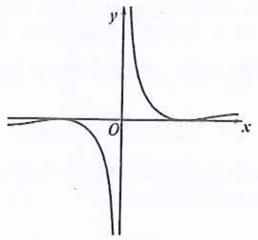
5．函数 $f(x)=\frac{2}{x}\cos x+\frac{1}{x}$ 的图象大致为



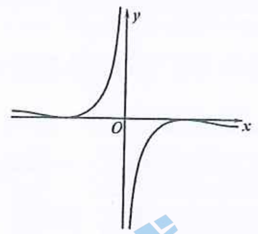
A



B

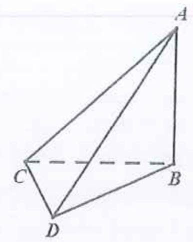


C



D

6．八一广场是南昌市的心脏地带，八一南昌起义纪念塔是八一广场的标志性建筑，塔座正面镌刻“八一南昌起义简介”碑文，东、西、南三门各有一副反映武装起义的人物浮雕，塔身正面为“八一起义纪念塔”铜胎鎏金大字．塔顶由一支直立的巨型“汉阳造”步枪和一面八一军旗组成．现某兴趣小组准备在八一广场上对八一南昌起义纪念塔的高度进行测量，并绘制出测量方案示意图，A 为纪念塔最顶端，B 为纪念塔的基座（B 在 A 的正下方），在广场内（与 B 在同一水平面内）选取 C、D 两点，测得 CD 的长为 m．已知兴趣小组利用测角仪可测得的角有 $\angle ACB$、$\angle ACD$、$\angle BCD$、$\angle ADC$、$\angle BDC$，则根据下列各组中的测量数据，不能计算出纪念塔高度 AB 的是



A．$m,\angle ACB,\angle BCD,\angle BDC$

B．$m,\angle ACB,\angle BCD,\angle ACD$

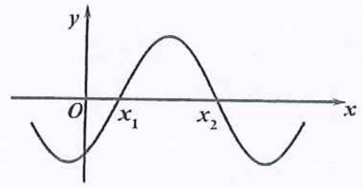
C．$m,\angle ACB,\angle ACD,\angle ADC$

D．$m,\angle ACB,\angle BCD,\angle ADC$

7．“数学王子”高斯是近代数学奠基者之一，他的数学研究几乎遍及所有领域，在数论、代数学、非欧几何、复变函数和微分几何等方面都作出了开创性的贡献．我们高中阶段也学习过很多高斯的数学理论，比如高斯函数、倒序相加法、最小二乘法等等．已知某数列的通项 $a_n=\begin{cases}\frac{2n-51}{2n-52},n\ne 26\\ 1,n=26\end{cases}$，则 $a_1+a_2+\ldots+a_{51}=$

A．48　　B．49　　C．50　　D．51

8．已知函数 $f(x)=A\sin(\omega x+\varphi)$ 的部分图象如图所示，其中 $A>0$，$\omega>0$，$-\frac{\pi}{2}<\varphi<0$．在已知 $\frac{x_2}{x_1}$ 的条件下，则下列选项中可以确定其值的量为



A．ω　　B．φ

C．$\frac{\varphi}{\omega}$　　D．$A\sin\varphi$

9．函数 $f(x)=\begin{cases}e^x-ax^2,x>0\\ -x^2+(a-2)x+2a,x\le 0,\end{cases}$ 若关于 x 的不等式 $f(x)\ge 0$ 的解集为 $[-2,+\infty)$，则实数 a 的取值范围是

A．$(-2,\frac{e}{2}]$　　B．$[0,\frac{e}{2}]$　　C．$[0,\frac{e^2}{4}]$　　D．$\{0\}\cup[\frac{e^2}{4},+\infty)$

10．不与 x 轴重合的直线 l 经过点 $N(x_N,0)(x_N\ne 0)$，双曲线 $C:\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$ 上存在两点 A，B 关于 l 对称，AB 中点 M 的横坐标为 x_M，若 $x_N=4x_M$，则 C 的离心率为

A．$\frac{5}{2}$　　B．$\sqrt{2}$　　C．2　　D．$\sqrt{5}$

11．已知两个全等的矩形 $ABCD$ 与 $ABEF$ 所在的平面互相垂直，$AB=2$，$BC=1$，点 P 为线段 CD 上的动点，则三棱锥 $P-ABE$ 的外接球体积的最小值为

A．$\frac{4\pi}{3}$　　B．$\frac{\sqrt{3}\pi}{2}$　　C．$\frac{5\sqrt{5}\pi}{6}$　　D．$\sqrt{6}\pi$

12．设函数 $f(x)=a^x(0<a<1)$，$g(x)=\log_b x(b>1)$，若存在实数 m,n 满足：①$|m-n|\le 1$，②$f(n)-g(n)=0$，③$f(m)+g(m)=0$，则 $\frac{1}{2}m-n$ 的取值范围是

A．$(-\frac{1}{2},-\frac{1}{4})$　　B．$(-\frac{1}{2},-\frac{3-\sqrt{5}}{4})$　　C．$(-\frac{3}{4},-\frac{1}{2})$　　D．$(-\frac{3+\sqrt{5}}{4},-\frac{1}{2})$

二．填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分,共 20 分.

13．$(2x-y)^5$ 的展开式中 x^2y^3 的系数是_________.（用数字作答）

14．两千多年前，古希腊数学家阿波罗尼斯发现用平面切割圆锥可以得到不同的曲线．用垂直于圆锥轴的平面去截圆锥，得到的是圆；把平面渐渐倾斜，得到椭圆；当平面倾斜到“和且仅和”圆锥的一条母线平行时，得到抛物线；用平行于圆锥的轴的平面截取，可得到双曲线的一支．已知圆锥的轴截面是一个边长为 2 的等边 ΔOAB（O 为圆锥的顶点），过 OA 的中点 M 作截面 α 与圆锥相交得到抛物线 C，将 C 放置在合适的平面直角坐标系中可得到方程 $y^2=2px$，则 $p=$______.

15．小明每天 $7:00$ 从家里出发去学校，有时坐公交车，有时骑自行车．他各记录了 50 次坐公交车和骑自行车所花的时间，经数据分析得到：坐公交车平均用时 30 分钟，样本方差为 36；骑自行车平均用时 34 分钟，样本方差为 4．假设坐公交车用时 X 和骑自行车用时 Y 都服从正态分布，则下列说法中正确的序号是__________.

①$P(X>32)>P(Y>32)$；②$P(X\le 36)=P(Y\le 36)$；

③若小明计划 $7:30$ 前到校，应选择坐公交车；④若小明计划 $7:40$ 前到校，应选择骑自行车.

16．已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1=1$，$a_{n+1}=\begin{cases}2a_n, n=2k-1,\\ a_n+1, n=2k,\end{cases}$ 其中 $k\in\mathbb{N}^*$，则数列 $\{a_n\}$ 的前 $2n$ 项和 S_{2n} 为__________.

三．解答题：共 70 分． 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤． 第 17～21 题为必考题，每个试题考生都必须作答；第 22、23 题为选考题，考生根据要求作答.

（一）必考题：共 60 分.

17．（12 分）在 ΔABC 中，$AC=2$，$\angle BAC=\dfrac{\pi}{3}$，$P$ 为 ΔABC 内的一点，满足 $AP\perp CP$，$\angle APB=\dfrac{2\pi}{3}$.

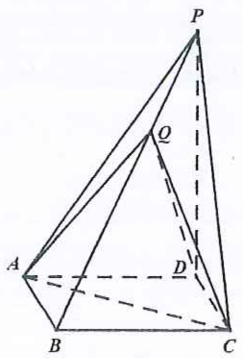
（1）若 $AP=PC$，求 ΔABC 的面积；

（2）若 $BC=\sqrt{7}$，求 AP.

18．（12 分）如图，四棱锥 $P-ABCD$ 的底面 $ABCD$ 为菱形，$\angle ABC=120^\circ$，ΔPAC 为等边三角形，点 Q 为棱 PB 上的动点.

（1）求证：$AC\perp QD$；

（2）若 $PD\perp$ 平面 $ABCD$，平面 AQD 与平面 CQD 的夹角的余弦值为 $\dfrac{19}{35}$，求 $\dfrac{PQ}{QB}$ 的值.



19．（12 分）随着春季学期开学，某市市场监管局加强了对学校食堂食品安全管理，助力推广校园文明餐桌行动，培养广大师生文明餐桌新理念，以“小餐桌”带动“大文明”，同时践行绿色发展理念.该市某中学有 A,B 两个餐厅为老师和学生提供午餐和晚餐服务.王同学、张老师两人每天午餐和晚餐都在学校就餐，近一个月（30 天）选择餐厅就餐情况统计如下表：

选择餐厅情况（午餐，晚餐）	(A,A)	(A,B)	(B,A)	(B,B)
王同学	9 天	6 天	12 天	3 天
张老师	6 天	6 天	6 天	12 天

假设王同学、张老师选择餐厅相互独立，用频率估计概率.

（1）估计一天中王同学午餐和晚餐选择不同餐厅就餐的概率；

（2）记 X 为王同学、张老师在一天中就餐餐厅的个数，求 X 的分布列和数学期望 $E(X)$；

（3）假设 M 表示事件“A 餐厅推出优惠套餐”，N 表示事件“某学生去 A 餐厅就餐”，$P(M)>0$，已知推出优惠套餐的情况下学生去该餐厅就餐的概率会比不推出优惠套餐的情况下去该餐厅就餐的概率要大，证明：$P(M\mid N)>P(M\mid \bar{N})$.

20．（12 分）已知函数 $f(x)=ae^x-x-a\ (a\in\mathbb{R})$.

（1）讨论 $f(x)$ 的单调性；

（2）证明：对任意 $a\in(0,1)$，存在正数 b 使得 $ae^b=a+b$，且 $2\ln a+b<0$.

21．（12 分）已知椭圆 $C:\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的离心率为 $\dfrac{1}{2}$，左、右焦点分别为 F_1，F_2，过 F_1 的直线 l 交 C 于 A,B 两点，当 $l\perp x$ 轴时，ΔABF_2 的面积为 3.

（1）求椭圆 C 的标准方程；

（2）是否存在定圆 E，使其与以 AB 为直径的圆内切？若存在，求出所有满足条件的圆 E 的方程；若不存在，请说明理由.

（二）选考题：共 10 分．请考生在第 22、23 题中任选一题作答，如果多做，则按所做的第一题计分.

22．（10 分）选修 4-4：坐标系与参数方程

在直角坐标系 xOy 中，直线 l 的参数方程为 $\begin{cases}x=4-\dfrac{\sqrt{2}}{2}t\\ y=4+\dfrac{\sqrt{2}}{2}t\end{cases}$（$t$ 为参数），以坐标原点 O 为极点，x 轴正半轴为极轴建立极坐标系，曲线 C 的极坐标方程为 $\rho=8\sin\theta$，A 为曲线 C 上一点.

（1）求点 A 到直线 l 距离的最大值；

（2）若点 B 为直线 l 与曲线 C 在第一象限的交点，且 $\angle AOB=\dfrac{7\pi}{12}$，求 ΔAOB 的面积.

23．（10 分）选修 4-5：不等式选讲

已知 $f(x)=|x-a|+|x+3a-2|$，$g(x)=-x^2+2ax+1(a\in\mathbb{R})$.

（1）若 $a=2$ 时，求不等式 $f(x)\ge 7$ 的解集；

（2）若对 $\forall x_1,x_2\in\mathbb{R}$，都有 $f(x_1)>g(x_2)$ 成立，求 a 的取值范围.

密 封 线