

## 北京市第二次普通高中 2020-2021 学年高二学业水平考试合

## 格性考试数学试题

学校: \_\_\_\_\_ 姓名: \_\_\_\_\_ 班级: \_\_\_\_\_ 考号: \_\_\_\_\_

## 一、单选题

1. 已知集合  $A = \{0, 1, 2\}$ ,  $B = \{2, 3\}$ , 那么集合  $A \cap B$  等于 ( )
- A.  $\{2\}$                       B.  $\{1, 2\}$                       C.  $\{2, 3\}$                       D.  $\{0, 1, 2\}$
2. 函数  $f(x) = \sqrt{x-2}$  的定义域是 ( )
- A.  $(-\infty, -2]$                       B.  $(-\infty, 0]$                       C.  $[2, +\infty)$                       D.  $\mathbf{R}$
3. 如果  $\alpha = 27^\circ$ , 那么与角  $\alpha$  终边相同的角的集合可以表示为 ( )
- A.  $\{\beta \mid \beta = 27^\circ + k \cdot 360^\circ, k \in \mathbf{Z}\}$                       B.  $\{\beta \mid \beta = -27^\circ + k \cdot 360^\circ, k \in \mathbf{Z}\}$
- C.  $\{\beta \mid \beta = 27^\circ + k \cdot 180^\circ, k \in \mathbf{Z}\}$                       D.  $\{\beta \mid \beta = -27^\circ + k \cdot 180^\circ, k \in \mathbf{Z}\}$
4. 幂函数  $y = x^2$  的图象经过 ( )
- A. 点  $(2, 1)$                       B. 点  $(2, 2)$                       C. 点  $(2, 4)$                       D. 点  $(2, 8)$
5. 已知全集  $U = \{1, 2, 3\}$ ,  $M = \{1\}$ , 那么集合  $\complement_U M$  等于 ( )
- A.  $\{2\}$                       B.  $\{3\}$                       C.  $\{2, 3\}$                       D.  $\{1, 2, 3\}$
6. 函数  $f(x) = \frac{1}{x} - 1$  的零点的个数为 ( )
- A. 0                      B. 1                      C. 2                      D. 3
7. 已知平面向量  $\vec{a} = (1, 1)$ ,  $\vec{b} = (1, 2)$ , 那么  $\vec{a} \cdot \vec{b}$  等于 ( )
- A. 1                      B. 2                      C. 3                      D. 4
8. 2019 年某博物馆接待参观者 61.3 万人次。据统计, 18 岁以下 (不含 18 岁) 的参观人数占总参观人数的 11%; 18~24 岁的参观人数最多, 占总参观人数的 62%; 24 岁以上 (不含 24 岁) 的参观人数占总参观人数的 27%。为了解参观者对博物馆展览内容的需求及建议现采用分层抽样的方法抽取容量为 200 的样本进行调查, 那么应抽取 18~24 岁的人数为 ( )
- A. 20                      B. 22                      C. 34                      D. 124

9. 已知  $\sin \alpha = \frac{\sqrt{2}}{2}$ , 那么  $\sin(\pi - \alpha)$  的值是 ( )

- A. 0                      B.  $\frac{1}{2}$                       C.  $\frac{\sqrt{2}}{2}$                       D. 1

10. 已知函数  $f(x)$  是  $\mathbf{R}$  上的增函数, 那么 ( )

- A.  $f(3) > f(2) > f(1)$                       B.  $f(3) > f(1) > f(2)$   
C.  $f(1) > f(2) > f(3)$                       D.  $f(2) > f(3) > f(1)$

11. 已知函数  $y = \cos x$  的部分图象如图所示, 那么它的一条对称轴方程可以是 ( )



- A.  $x = 1$                       B.  $x = \frac{\pi}{2}$                       C.  $x = \pi$                       D.  $x = \frac{3\pi}{2}$

12. 计算  $\sin 40^\circ \cos 20^\circ + \cos 40^\circ \sin 20^\circ$  的结果是 ( )

- A. 0                      B.  $\frac{\sqrt{2}}{2}$                       C.  $\frac{\sqrt{3}}{2}$                       D. 1

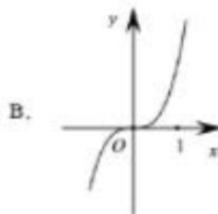
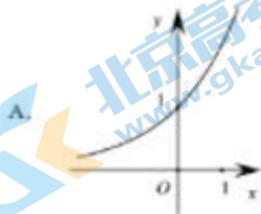
13. 已知函数  $f(x)$  为偶函数, 且  $f(-2) = 1$ , 那么  $f(2)$  等于 ( )

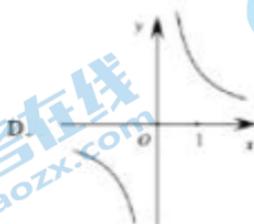
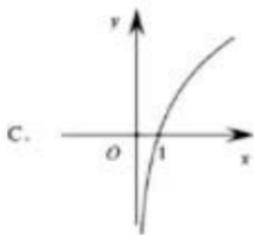
- A. 0                      B. 1                      C. 3                      D. 5

14. 函数  $f(x) = x^2 - 2x$  在区间  $[0, 1]$  上的最小值是 ( )

- A. -4                      B. -1                      C. 0                      D. 4

15. 函数  $y = 2^x$  的图象大致是 ( )





16. 要得到函数  $y = \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$  的图象, 只需将函数  $y = \sin x$  的图象 ( )

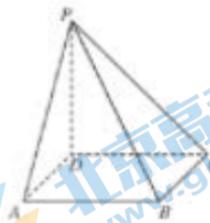
- A. 向左平移  $\frac{\pi}{4}$  个单位 B. 向右平移  $\frac{\pi}{4}$  个单位 C. 向上平移  $\frac{\pi}{4}$  个单位 D. 向下平移  $\frac{\pi}{4}$  个单位

单位

17. 已知  $\triangle ABC$  中,  $\angle A = 45^\circ$ ,  $AB = 2\sqrt{2}$ ,  $AC = 3$ , 那么  $BC$  等于 ( )

- A. 1                      B.  $\sqrt{5}$                       C.  $2\sqrt{3}$                       D. 6

18. 如图, 在四棱锥  $P-ABCD$  中, 底面  $ABCD$  为正方形,  $PD \perp$  底面  $ABCD$ ,  $AB = PD = 2$ , 那么该四棱锥的体积是 ( )

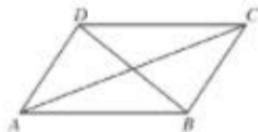


- A. 1                      B.  $\frac{4}{3}$                       C.  $\frac{8}{3}$                       D. 4

19. 计算  $3^0 + \log_2 2$  的结果是 ( )

- A. 1                      B. 2                      C. 3                      D. 4

20. 如图, 四边形  $ABCD$  是平行四边形, 那么  $\overline{AB} - \overline{AD}$  等于 ( )



- A.  $\overline{DB}$       B.  $\overline{CB}$       C.  $\overline{AC}$       D.  $\overline{DC}$

21. 已知平面向量  $\vec{a} = (0, 1)$ ,  $\vec{b} = (1, 0)$ , 给出下列四个结论:

- ①  $\vec{a} = \vec{b}$ ;      ②  $\vec{a} + \vec{b} = \vec{0}$       ③  $\vec{a} - \vec{b} = \vec{0}$       ④  $|\vec{a}| = |\vec{b}|$ .

其中正确结论的序号是 ( )

- A. ①      B. ②      C. ③      D. ④

22. 已知函数  $f(x)$  由下表给出:

$x$	1	2	3	4
$f(x)$	3	1	2	4

那么  $f(f(3))$  等于 ( )

- A. 1      B. 2      C. 3      D. 4

23. 已知复数  $z_1 = i$ ,  $z_2 = 2 + i$ , 那么  $z_1 + z_2$  等于 ( )

- A.  $1 + i$       B. 2      C.  $2i$       D.  $2 + 2i$

24. 不等式  $(x-1)(x-2) \leq 0$  的解集是 ( )

- A.  $\{x | -2 \leq x \leq 1\}$       B.  $\{x | 1 \leq x \leq 2\}$   
C.  $\{x | x \leq 1 \text{ 或 } x \geq 2\}$       D.  $\{x | x \leq -1 \text{ 或 } x \geq 2\}$

25. “三角形的三条边相等”是“三角形为等边三角形”的 ( )

- A. 充分不必要条件      B. 必要不充分条件  
C. 充要条件      D. 既不充分也不必要条件

26. 命题“ $\exists x \in \mathbf{R}, x^2 < 1$ ”的否定是 ( )

- A.  $\forall x \in \mathbf{R}, x^2 \geq 1$       B.  $\forall x \in \mathbf{R}, x^2 \leq 1$       C.  $\forall x \in \mathbf{R}, x^2 > 1$       D.  $\forall x \in \mathbf{R}, x^2 < 1$

27. 已知  $a > b$ , 那么下列结论正确的是 ( )

- A.  $a - b < 0$       B.  $a - b > 0$       C.  $a + b < 0$       D.  $a + b > 0$

28. 已知直线  $l$  经过点  $M(-1,0), N(0,2)$ , 那么直线  $l$  的斜率是 ( )

- A. -2                      B. -1                      C. 1                      D. 2

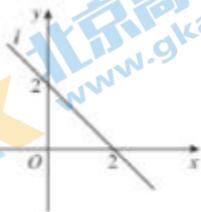
29. 已知直线  $l$  经过点  $P(1,0)$ , 且与直线  $y=2x-1$  平行, 那么直线  $l$  的方程是 ( )

- A.  $y=x-1$                       B.  $y=2x-2$                       C.  $y=-x+1$                       D.  $y=-2x+1$

30. 从甲、乙、丙、丁 4 人中选取一名志愿者参加社区活动, 那么被选中的人是甲或乙的概率是 ( )

- A.  $\frac{1}{5}$                       B.  $\frac{1}{3}$                       C.  $\frac{1}{2}$                       D.  $\frac{5}{6}$

31. 如图, 原点  $O(0,0)$  到直线  $l: x+y-2=0$  的距离是 ( )



- A.  $\sqrt{2}$                       B.  $\sqrt{3}$                       C. 2                      D. 3

32. 圆  $C_1: x^2+y^2=1$  与圆  $C_2: (x-2)^2+y^2=1$  的公共点的个数是 ( )

- A. 0                      B. 1                      C. 2                      D. 3

## 二、解答题

33. 某同学解答一道三角函数题: “已知函数  $f(x) = 2 \sin x \cos x + \frac{1}{2}$ . (I) 求函数  $f(x)$

的最小正周期; (II) 求函数  $f(x)$  在区间  $\left[0, \frac{3\pi}{4}\right]$  上的最小值.”

该同学解答过程如下:

解答: (I) 因为  $f(x) = 2 \sin x \cos x + \frac{1}{2}$ ,

所以  $f(x) = \sin 2x + \frac{1}{2}$ .

所以  $T = \frac{2\pi}{2} = \pi$ .

所以函数  $f(x)$  的最小正周期是  $\pi$ .

(II) 因为  $0 \leq x \leq \frac{3\pi}{4}$ ,

所以  $0 \leq 2x \leq \frac{3\pi}{2}$ .

所以当  $2x = \frac{3\pi}{2}$  时, 函数  $y = \sin 2x$  的最小值是  $-1$ .

所以当  $x = \frac{3\pi}{4}$  时, 函数  $f(x)$  的最小值是  $-\frac{1}{2}$ .

写出该同学在解答过程中用到了下表中的哪些数学知识。(写出 5 个即可)

任意角的概念	任意角的正弦、余弦、正切的定义
弧度制的概念	$\frac{\pi}{2} \pm \alpha, \pi \pm \alpha$ 的正弦、余弦、正切的诱导公式
弧度与角度的互化	函数 $y = \sin x, y = \cos x, y = \tan x$ 的图象
三角函数的周期性	正弦函数、余弦函数在区间 $[0, 2\pi]$ 上的性质
同角三角函数的基本关系式	正切函数在区间 $(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$ 上的性质
两角差的余弦公式	函数 $y = A \sin(\omega x + \varphi)$ 的实际意义
两角差的正弦、正切公式	两角和的正弦、余弦、正切公式
二倍角的正弦、余弦、正切公式	参数 $A, \omega, \varphi$ 对函数 $y = A \sin(\omega x + \varphi)$ 图象变化的影响

34. 阅读下面题目及其解答过程, 并补全解答过程.

已知函数  $f(x) = -2x + b (b \in \mathbf{R})$ .

(I) 当  $b = 0$  时, 判断函数  $f(x)$  的奇偶性;

(II) 求证: 函数  $f(x)$  在  $\mathbf{R}$  上是减函数.

解答: (I) 当  $b = 0$  时, 函数  $f(x)$  是奇函数. 理由如下:

因为  $f(x) = -2x + b$ ,

所以当  $b = 0$  时,  $f(x) = \textcircled{1}$ .

因为函数  $f(x)$  的定义域是  $\mathbf{R}$ ,

所以  $\forall x \in \mathbf{R}$ , 都有  $-x \in \mathbf{R}$ .

所以  $f(-x) = -2(-x) = 2x$ .

所以  $f(-x) = \textcircled{2}$ .

所以函数  $f(x)$  是奇函数.

(II) 证明: 任取  $x_1, x_2 \in \mathbf{R}$ , 且  $x_1 < x_2$ , 则  $\textcircled{3}$ .

因为  $f(x_1) = -2x_1 + b, f(x_2) = -2x_2 + b$ ,

所以  $f(x_1) - f(x_2) = (-2x_1 + b) - (-2x_2 + b) = \textcircled{4}$ .

所以  $\textcircled{5}$ .

所以  $f(x_1) > f(x_2)$ .

所以函数  $f(x)$  在  $\mathbf{R}$  上是减函数.

以上解答过程中, 设置了  $\textcircled{1}$ ~ $\textcircled{5}$  五个空格, 如下的表格中为每个空格给出了两个选项,

其中只有一个正确, 请选出你认为正确的, 并填写在答题卡的指定位置.

空格序号	选项	
$\textcircled{1}$	A. $-2x$	B. $2x$
$\textcircled{2}$	A. $f(x)$	B. $-f(x)$
$\textcircled{3}$	A. $x_1 - x_2 < 0$	B. $x_1 - x_2 > 0$
$\textcircled{4}$	A. $2(x_1 - x_2)$	B. $-2(x_1 - x_2)$
$\textcircled{5}$	A. $f(x_1) - f(x_2) < 0$	B. $f(x_1) - f(x_2) > 0$

35. 某创业公司销售一批新上市的电子产品, 销售期定为 31 天. 收集这 31 天的日销售额的数据后发现, 这批产品的日销售额开始时不断增加, 中间几天没有变化, 随后逐渐减少日销售额  $Y$  (单位: 万元) 随时间  $x$  (单位: 天) 变化的散点图如图 1 所示:

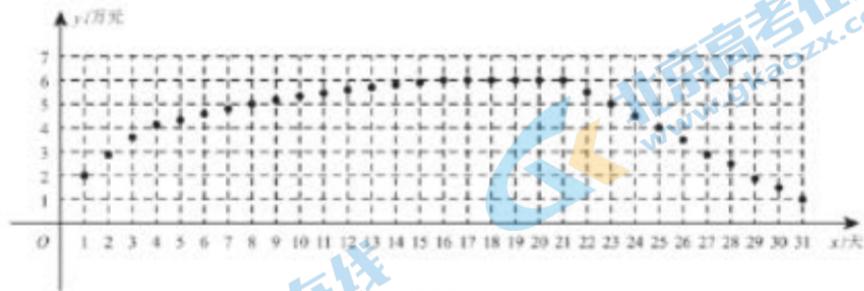


图 1

(1) 根据图 1 中的数据, 在这 31 天中, 该批产品的日销售额不大于 3 万元的天数是

(2) 通过观察图 1, 发现散点大致分布在三段不同的函数图象上, 如图 2 所示:

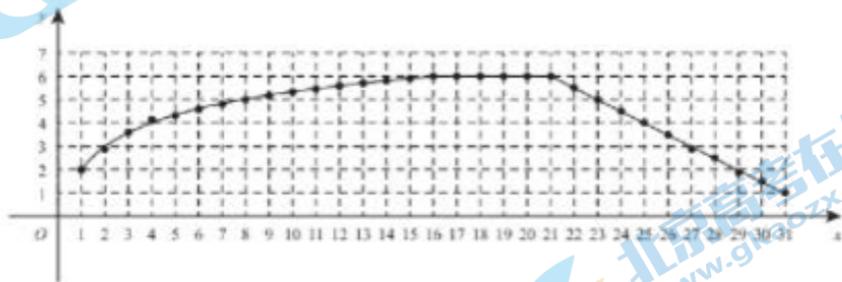


图 2

当  $1 \leq x \leq 16$  时, 基本满足函数关系式  $y = \log_a x + b (a > 1, b \in \mathbf{R})$ ;

当  $16 \leq x \leq 21$  时, 基本满足函数关系式  $y = 6$ ;

当  $21 \leq x \leq 31$  时, 基本满足函数关系式  $y = kx + m (k, m \in \mathbf{R})$ .

根据图 2 中的数据, 求  $a, b, k, m$  的值.

36. 已知  $x > 0$ , 求  $x - 1 + \frac{2}{x}$  的最小值.

甲、乙两位同学的解答过程分别如下:

甲同学的解答:

因为  $x > 0$ ,

$$\text{所以 } x-1+\frac{2}{x} \geq 2\sqrt{(x-1)\cdot\frac{2}{x}}.$$

上式中 equality 成立当且仅当  $x-1=\frac{2}{x}$ ,

$$\text{即 } x^2-x-2=0.$$

解得  $x_1=2, x_2=-1$  (舍).

$$\text{当 } x=2 \text{ 时, } 2\sqrt{(x-1)\cdot\frac{2}{x}}=2.$$

所以当  $x=2$  时,  $x-1+\frac{2}{x}$  的最小值为 2.

乙同学的解答:

因为  $x > 0$ ,

$$\text{所以 } x-1+\frac{2}{x}=x+\frac{2}{x}-1$$

$$\geq 2\sqrt{x\cdot\frac{2}{x}}-1$$

$$=2\sqrt{2}-1.$$

上式中 equality 成立当且仅当  $x=\frac{2}{x}$ ,

$$\text{即 } x^2=2,$$

解得  $x_1=\sqrt{2}, x_2=-\sqrt{2}$  (舍).

所以当  $x=\sqrt{2}$  时,  $x-1+\frac{2}{x}$  的最小值为  $2\sqrt{2}-1$ .

以上两位同学写出的结论一个正确, 另一个错误.

请先指出哪位同学的结论错误, 然后再指出该同学解答过程中的错误之处, 并说明错误的原因.

37. 已知直线  $l: x-y+1=0$  与圆  $C: x^2+(y-2)^2=4$  交于两点  $A, B$ , 求  $|AB|$ .

某同学的解答过程如下:

解答: 设  $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2)$ .

$$\text{联立方程组 } \begin{cases} x^2+(y-2)^2=4, \\ x-y+1=0. \end{cases}$$

消去  $y$ , 整理得  $2x^2-2x-3=0$ .

此方程根的判别式  $\Delta=(-2)^2-4\times 2\times(-3)=28>0$ .

所以  $x_1+x_2=2, x_1x_2=-\frac{3}{2}$ .

$$\text{所以 } |AB|=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$$

$$=\sqrt{(x_2-x_1)^2+[(x_2+1)-(x_1+1)]^2}$$

$$=\sqrt{2}\sqrt{(x_2-x_1)^2}$$

$$=\sqrt{2}\sqrt{(x_1+x_2)^2-4x_1x_2}$$

$$= \sqrt{2} \sqrt{4 - 4 \times (-3)}$$

$$= 4\sqrt{2}.$$

所以  $|AB| = 4\sqrt{2}$ .

指出上述解答过程中的错误之处，并写出正确的解答过程。

1. A

【分析】

由交集定义可直接求得结果.

【详解】

由交集定义知:  $A \cap B = \{2\}$ .

故选: A.

2. C

【分析】

解不等式  $x - 2 \geq 0$  即可得出定义域.

【详解】

由  $x - 2 \geq 0$ , 解得  $x \geq 2$

即该函数的定义域为  $[2, +\infty)$

故选: C

3. A

【分析】

根据角  $\alpha$  终边相同的角的集合为  $\{\beta | \beta = \alpha + k \cdot 360^\circ, k \in \mathbf{Z}\}$  即可得答案.

【详解】

因为与角  $\alpha$  终边相同的角的集合为  $\{\beta | \beta = \alpha + k \cdot 360^\circ, k \in \mathbf{Z}\}$ .

故当  $\alpha = 27^\circ$  时, 角  $\alpha$  终边相同的角的集合可以表示为  $\{\beta | \beta = 27^\circ + k \cdot 360^\circ, k \in \mathbf{Z}\}$ .

故选: A

【点睛】

方法点睛: 角  $\alpha$  终边相同的角的集合为  $\{\beta | \beta = \alpha + k \cdot 360^\circ, k \in \mathbf{Z}\}$

4. D

【分析】

将  $x = 2$  代入函数求解即可得答案.

【详解】

当  $x = 2$  时, 代入解析式得  $y = 2^2 = 8$ , 故幂函数  $y = x^2$  的图象经过点  $(2, 8)$ .

故选：D

5. C

【分析】

由补集的定义求解即可.

【详解】

$$\complement_U M = \{2, 3\}$$

故选：C

6. B

【分析】

直接令  $f(x) = 0$  即可得出结果.

【详解】

令  $f(x) = \frac{1}{x} - 1 = 1$ , 解得  $x = 1$ , 即函数  $f(x) = \frac{1}{x} - 1$  的零点的个数为 1.

故选：B.

7. C

【分析】

直接由向量数量积的坐标运算即可得解.

【详解】

平面向量  $\vec{a} = (1, 1)$ ,  $\vec{b} = (1, 2)$ ,

所以  $\vec{a} \cdot \vec{b} = 1 \times 1 + 1 \times 2 = 3$ .

故选：C.

8. D

【分析】

先求出各层抽取的比例, 进而得出 18~24 岁抽取的人数.

【详解】

$$\therefore 11\% : 62\% : 27\% = 11 : 62 : 27$$

$$\therefore 18 \sim 24 \text{ 岁抽取的人数为 } 200 \times \frac{62}{11+62+27} = 124$$

故选：D

9. C

【分析】

由诱导公式求解即可.

【详解】

$$\sin(\pi - \alpha) = \sin \alpha = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

故选：C

10. A

【分析】

根据函数  $f(x)$  在  $\mathbf{R}$  为增函数即可得答案.

【详解】

因为函数  $f(x)$  是  $\mathbf{R}$  上的增函数,  $3 > 2 > 1$ ,

$$\text{故 } f(3) > f(2) > f(1),$$

故选：A

11. C

【分析】

直接根据图象即可确定对称轴的方程.

【详解】

由图可知函数  $y = \cos x$  的图像关于  $x = \pi$  对称,

故选：C.

12. C

【分析】

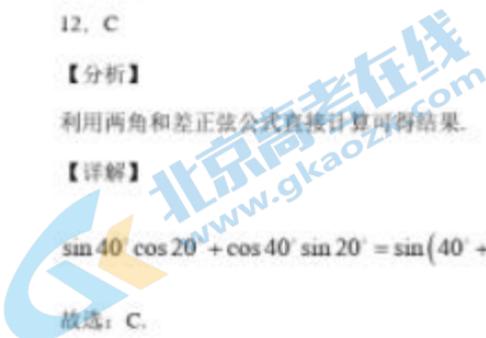
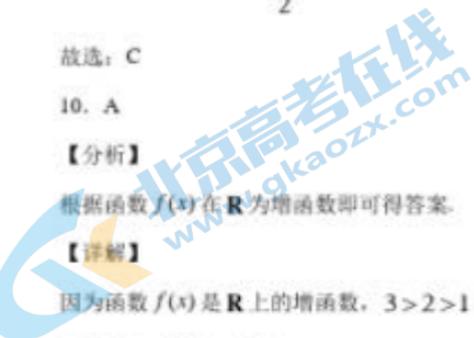
利用两角和差正弦公式直接计算可得结果.

【详解】

$$\sin 40^\circ \cos 20^\circ + \cos 40^\circ \sin 20^\circ = \sin(40^\circ + 20^\circ) = \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

故选：C.

13. B



【分析】

由偶函数定义可直接求得结果.

【详解】

$\because f(x)$  为偶函数,  $\therefore f(2) = f(-2) = 1$ .

故选: B.

14. B

【分析】

由  $f(x) = (x-1)^2 - 1$ , 结合范围可得解.

【详解】

函数  $f(x) = x^2 - 2x = (x-1)^2 - 1$ ,

在区间  $[0, 1]$  上有  $x=1$  时, 函数取得最小值  $-1$ .

故选: B.

15. A

【分析】

直接根据指数函数的定义可判断.

【详解】

$y = 2^x$  为递增的指数函数, 定义域为  $R$ , 且  $y = 2^x > 0$

根据指数函数的定义及图象性质可判断 A 为  $y = 2^x$  的图象.

故选: A

16. B

【分析】

根据平移法则可得答案.

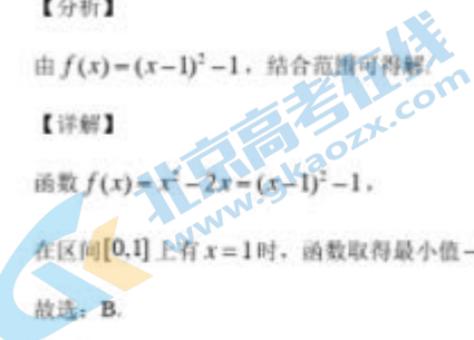
【详解】

根据左加右减可知:

将函数  $y = \sin x$  的图象向右平移  $\frac{\pi}{4}$  个单位得到函数  $y = \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$  的图象.

故选: B.

17. B



【分析】

由余弦定理求解即可.

【详解】

由余弦定理可得  $BC^2 = (2\sqrt{2})^2 + 3^2 - 2 \times 2\sqrt{2} \times 3 \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 5$ ,  $BC = \sqrt{5}$

故选: B

18. C

【分析】

先求得四棱锥的底面积和高, 再由体积公式求解即可.

【详解】

由底面  $ABCD$  为正方形,  $AB = 2$  得, 底面面积为  $S = 2 \times 2 = 4$ ,

$PD \perp$  底面  $ABCD$ ,  $PD = 2$ , 即高为 2,

所以该四棱锥的体积是  $\frac{1}{3} \times 4 \times 2 = \frac{8}{3}$ .

故选: C.

19. B

【分析】

根据指数和对数运算法则直接计算可得结果.

【详解】

$3^0 + \log_2 2 = 1 + 1 = 2$ .

故选: B.

20. A

【分析】

由平面向量减法三角形法则可直接得到结果.

【详解】

由平面向量减法的三角形法则知:  $\overline{AB} - \overline{AD} = \overline{DB}$ ,

故选: A.

21. D

【分析】

根据向量的概念, 可判定①不正确; 由向量的坐标运算, 可判定②③不正确; 由向量的模的

计算公式,可判定④正确.

**【详解】**

由题意,平面向量 $\vec{a}=(0,1)$ , $\vec{b}=(1,0)$ ,根据向量的概念,可得 $\vec{a} \neq \vec{b}$ ,所以①不正确;

由向量的坐标运算,可得 $\vec{a}+\vec{b}=(1,1)$ ,所以②不正确;

由向量的坐标运算,可得 $\vec{a}-\vec{b}=(-1,1)$ ,所以③不正确;

由向量的模的计算公式,可得 $|\vec{a}|=1$ , $|\vec{b}|=1$ ,所以④正确.

故选: D.

22. A

**【分析】**

根据表中数据运算即可求得结果.

**【详解】**

$\because f(3)=2, \therefore f(f(3))=f(2)=1$ .

故选: A.

23. D

**【分析】**

由复数的加法运算可直接得到结果.

**【详解】**

$z_1+z_2=i+2+i=2+2i$ .

故选: D.

24. B

**【分析】**

根据一元二次不等式的解法,即可求解.

**【详解】**

由一元二次不等式的解法,因为 $(x-1)(x-2) \leq 0$ ,可得 $1 \leq x \leq 2$ ,

即不等式的解集为 $\{x|1 \leq x \leq 2\}$ .

故选: B.

25. C

**【分析】**

本题首先可以判断“三角形的三条边相等”能否证明出“三角形为等边三角形”，然后判断“三角形为等边三角形”能否证明出“三角形的三条边相等”，最后即可得出结果。

**【详解】**

因为“三角形的三条边相等”可以证明出“三角形为等边三角形”，“三角形为等边三角形”也可以证明出“三角形的三条边相等”，

所以“三角形的三条边相等”是“三角形为等边三角形”的充要条件。

**【点睛】**

本题考查充分条件与必要条件的相关性质，如果“条件”可以证明出“结论”，则“条件”是“结论”的充分条件，如果“结论”可以证明出“条件”，则“条件”是“结论”的必要条件。

26. A

**【分析】**

将特称量词改为全称量词，再否定结论即可得解。

**【详解】**

因为命题“ $\exists x \in \mathbf{R}, x^2 < 1$ ”是存在量词命题，

所以其否定是全称量词命题，即 $\forall x \in \mathbf{R}, x^2 \geq 1$ ，

故选：A.

27. B

**【分析】**

根据不等式的性质可直接判断出结果。

**【详解】**

$\because a > b$ ， $\therefore a - b > 0$ ，知A错误，B正确；

当 $a > b > 0$ 时， $a + b > 0$ ，C错误；当 $0 > a > b$ 时， $a + b < 0$ ，D错误。

故选：B.

28. D

**【分析】**

根据直线的斜率公式，即可求解。

**【详解】**

因为直线  $l$  经过点  $M(-1,0), N(0,2)$ , 由直线的斜率公式, 可得  $k = \frac{2-0}{0-(-1)} = 2$ .

故选: D.

29. B

【分析】

由平行关系可得直线  $l$  斜率, 由直线点斜式方程可求得结果.

【详解】

$\because l$  与  $y = 2x - 1$  平行,  $\therefore$  直线  $l$  的斜率  $k = 2$ ,

$\therefore l$  方程为:  $y = 2(x - 1) = 2x - 2$ .

故选: B.

30. C

【分析】

分别求解甲被选中与乙被选中的概率, 再求并事件概率即可.

【详解】

设“甲被选中的事件”为  $A$ , “乙被选中的事件”为  $B$

则  $P(A) = \frac{1}{4}$ ,  $P(B) = \frac{1}{4}$

所以被选中的人是甲或乙的概率是  $P(A \cup B) = P(A) + P(B) = \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{1}{2}$

故选: C

31. A

【分析】

由距离公式求解即可.

【详解】

由距离公式可知, 原点  $O(0,0)$  到直线  $l: x + y - 2 = 0$  的距离  $d = \frac{|0+0-2|}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}$

故选: A

32. B

【分析】

由两圆方程可确定圆心和半径, 利用圆心距与半径之和相等可确定结果.

【详解】

由圆  $C_1$  的方程知：圆心  $C_1(0,0)$ ，半径  $r_1=1$ ；

由圆  $C_2$  的方程知：圆心  $C_2(2,0)$ ，半径  $r_2=1$ ；

∴ 两圆圆心距  $d=|C_1C_2|=2=r_1+r_2$ ，∴ 两圆相外切，∴ 两圆公共点个数为 1 个。

故选：B。

33. 答案见解析

【分析】

结合该同学的解答过程，逐步分析即可得解。

【详解】

(I) 根据题意因为  $f(x)=2\sin x \cos x + \frac{1}{2}$ ，所以  $f(x)=\sin 2x + \frac{1}{2}$ 。

该步用到“二倍角的正弦、余弦、正切公式”；

所以  $T = \frac{2\pi}{2} = \pi$ 。所以函数  $f(x)$  的最小正周期是  $\pi$ 。

该步用到“三角函数的周期性”；

(II) 因为  $0 \leq x \leq \frac{3\pi}{4}$ ，所以  $0 \leq 2x \leq \frac{3\pi}{2}$ 。

该步用到“弧度制的概念”

所以当  $2x = \frac{3\pi}{2}$  时，函数  $y = \sin 2x$  的最小值是  $-1$ 。

该步用到“正弦函数、余弦函数在区间  $[0, 2\pi]$  上的性质”；

所以当  $x = \frac{3\pi}{4}$  时，函数  $f(x)$  的最小值是  $-\frac{1}{2}$ 。

该步用到“参数  $A, \omega, \varphi$  对函数  $y = A\sin(\omega x + \varphi)$  图象变化的影响”

【点睛】

本题考查三角函数的二倍角公式，函数值域的求解等，考查运算求解能力，综合分析能力，

是基础题。本题解题的关键在于根据解题步骤，依次分析，即可求解。

34. ①A；②B；③A；④B；⑤B。

【分析】

根据选项一一判断即可。

【详解】

①中, 当 $b=0$ 时,  $f(x)=-2x+b=-2x$ ,

故选: A<sub>1</sub>

②中,  $f(-x)=-2(-x)=2x=-f(x)$ ,

故选: B<sub>1</sub>

③中,  $x_1 < x_2$ , 则  $x_1 - x_2 < 0$ ,

故选: A<sub>1</sub>

④中,  $f(x_1) - f(x_2) = (-2x_1 + b) - (-2x_2 + b) = -2x_1 + 2x_2 = -2(x_1 - x_2)$ ,

故选: B<sub>1</sub>

⑤中,  $f(x_1) - f(x_2) = -2(x_1 - x_2)$ , 因为  $x_1 - x_2 < 0$ , 所以  $f(x_1) - f(x_2) > 0$ ,

故选: B.

35. (1) 日销售额不大于3万元的天数是7天; (2)  $a=2, b=2, k=-\frac{1}{3}, m=\frac{34}{3}$ .

【分析】

(1) 根据图1中的数据, 日销售额不大于3万元的天数;

(2) 由图2中的数据, 结合点(1,2), (16,6), (31,1)和函数的解析式, 代入即可求解.

【详解】

(1) 由图1, 根据销售额 $Y$  (单位: 万元) 随时间 $x$  (单位: 天) 变化的散点图,

可得第1,2,27,28,29,30,31天的销售额不大于3万元, 共有7天.

(2) 由图2可知, 对于函数  $y = \log_a x + b (a > 1, b \in \mathbb{R})$

当 $x=1$ 时, 可得  $\log_a 1 + b = 2$ , 解得  $b = 2$ .

当 $x=16$ 时, 可得  $\log_a 16 + 2 = 6$ , 即  $\log_a 16 = 4$ , 解得  $a = 2$ .

对于函数  $y = kx + m (k, m \in \mathbb{R})$ ,

当 $x=16$ 时, 可得  $k \times 16 + m = 6$ , 当 $x=31$ 时, 可得  $k \times 31 + m = 1$ ,

$$\text{联立方程组} \begin{cases} 16k + m = 6 \\ 31k + m = 1 \end{cases}, \text{解得} k = -\frac{1}{3}, m = \frac{34}{3}.$$

36. 见解析

### 【分析】

根据基本不等式“一正二定三相等”可判断甲是错误的.

### 【详解】

甲同学的解答是错误的,

$$x-1+\frac{2}{x} \geq 2\sqrt{(x-1) \cdot \frac{2}{x}} \text{ 不对,}$$

不满足基本不等式:“一正二定三相等”中,“定”的要求,即积不是定值,不可以这样求解.

37. 见解析

### 【分析】

分析解析过程可知韦达定理表示错误,改正后可由  $|AB| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$   
 $= \sqrt{2} \sqrt{(x_1 + x_2)^2 - 4x_1x_2}$ , 代入韦达定理可得解.

### 【详解】

$x_1 + x_2 = 2, x_1x_2 = -3$  不对, 应该是  $x_1 + x_2 = 1, x_1x_2 = -\frac{3}{2}$ .

正确的解答过程为:

设  $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2)$ .

$$\text{联立方程组} \begin{cases} x^2 + (y-2)^2 = 4, \\ x - y + 1 = 0, \end{cases}$$

消去  $y$ , 整理得  $2x^2 - 2x - 3 = 0$ .

此方程根的判别式  $\Delta = (-2)^2 - 4 \times 2 \times (-3) = 28 > 0$ .

所以  $x_1 + x_2 = 1, x_1x_2 = -\frac{3}{2}$ .

$$\text{所以 } |AB| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$= \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + [(x_2 + 1) - (x_1 + 1)]^2}$$

$$= \sqrt{2} \sqrt{(x_2 - x_1)^2}$$

$$= \sqrt{2} \sqrt{(x_1 + x_2)^2 - 4x_1x_2}$$

$$= \sqrt{2} \sqrt{1 - 4 \times (-\frac{3}{2})}$$

$$= \sqrt{14}.$$

$$\text{所以 } |AB| = \sqrt{14}.$$

