考生注意：

1. 本试卷分选择题和非选择题两部分，共 150 分。考试时间 120 分钟。
2. 请将各题答案填写在答题卡上。
3. 本试卷主要考试内容：高考全部内容。

一、选择题：本大题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分. 在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1. $\frac{(1-2i)^2}{i}=$

A. $-4+3i$　　B. $-4-3i$　　C. $-3+4i$　　D. $-3-4i$

2. 若集合 $A=\{x|x\leqslant -3\}$，$B=\{x|x^2\leqslant 9\}$，则 $A\cap B=$

A. $\varnothing$　　B. $\{x|-3\leqslant x\leqslant 3\}$

C. $\{-3\}$　　D. $\{x|x\leqslant -3\}$

3. 某咖啡店门前有一个临时停车位，小轿车在此停车时长超过 10 分钟就会被贴罚单. 某顾客将小轿车停在该车位后，来到该咖啡店消费，忽略该顾客从车内到咖啡店以及从咖啡店回到车内的时间，若该顾客上午 10:02 到达咖啡店内，他将在当天上午 10:08 至上午 10:15 的任意时刻离开咖啡店回到车内，则他的车不会被贴罚单的概率为

A. $\frac{2}{7}$　　B. $\frac{3}{7}$　　C. $\frac{4}{7}$　　D. $\frac{5}{7}$

4. 若某圆锥的底面半径 $r=1$，且底面的周长等于母线长，则该圆锥的高为

A. $\sqrt{4\pi^2-1}$　　B. $\sqrt{4\pi-1}$　　C. $\sqrt{2\pi^2-1}$　　D. $\sqrt{4\pi^2+1}$

5. 苏格兰数学家纳皮尔在研究天文学的过程中，为了简化其中的大数之间的计算而发明了对数. 利用对数运算可以求大数的位数. 已知 $\lg 5=0.699$，则 2^{31} 是

A. 9 位数　　B. 10 位数　　C. 11 位数　　D. 12 位数

6. 已知向量 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b},\boldsymbol{c}$ 满足 $\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c}=\boldsymbol{0}$，$|\boldsymbol{a}|=3$，$|\boldsymbol{c}|=4$，且 $\boldsymbol{a}\perp\boldsymbol{c}$，则 $|\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c}|=$

A. 5　　B. $5\sqrt{2}$　　C. 10　　D. $10\sqrt{2}$

7. 在梯形 $ABCD$ 中，$AD\parallel BC$，$CD=4$，$\triangle ABC$ 是边长为 3 的正三角形，则 $\sin\angle ADC=$

A. $\frac{\sqrt{3}}{4}$　　B. $\frac{3\sqrt{3}}{8}$　　C. $\frac{\sqrt{7}}{4}$　　D. $\frac{\sqrt{42}}{8}$

8. 设 x,y 满足约束条件 $\begin{cases}y+2\geqslant 0,\\ x-y\geqslant m,\\ x-4\leqslant 0,\end{cases}$ 其中 $m<0$. 若 $z=x+y$ 的最大值为 10，则 m 的值为

A. -2　　B. -3　　C. -4　　D. -5

9. 若函数 $f(x)=\cos(2x-2^n)(n\in\mathbf{N}^*)$ 的图象关于直线 $x=a_n$ 对称，且 a_n 是大于 2^{n-1} 的最小正数，则数列 $\{a_n\}$ 的前 10 项和为

A. $5\pi+2047$　　B. $10\pi+2047$　　C. $5\pi+1023$　　D. $10\pi+1023$

10. 已知 $f(x)$ 为定义在 $\mathbf{R}$ 上的奇函数，当 $x>0$ 时，$f(x)=\begin{cases}|2x-1|-1,0<x\leqslant 2,\\ 2^x+2x-9,x>2.\end{cases}$ 若函数 $g(x)=f(x)-k$ 恰有 5 个零点，则 k 的取值范围是

A. $(-2,-1)\cup(1,2)$　　B. $(-2,2)$

C. $(-1,0)\cup(0,1)$　　D. $(-1,1)$

11. 已知双曲线 C 的两个焦点为 F_1,F_2,P 为 C 上一点，$|PF_1|=|F_1F_2|$，$\angle PF_1F_2=30°$，则 C 的离心率为

A. $\dfrac{\sqrt{2}+\sqrt{3}}{2}$　　B. $\dfrac{1+2\sqrt{3}}{2}$　　C. $\dfrac{1+2\sqrt{2}}{2}$　　D. $\dfrac{1+\sqrt{2}+\sqrt{3}}{2}$

12. 若函数 $f(x)$，$g(x)$ 的导函数都存在，$f'(x)[g(x)+1]+f(x)g'(x)>4x^3$ 恒成立，且 $f(1)=g(1)=1$，则必有

A. $f(2)g(2)<16$　　B. $f(2)[g(2)+1]<17$

C. $f(2)g(2)>16$　　D. $f(2)[g(2)+1]>17$

二、填空题：本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分. 把答案填在答题卡的相应位置.

13. 若 $\tan(\alpha+\dfrac{\pi}{4})=7$，则 $\tan(-\alpha)=$____▲____.

14. 某双人美食套餐中，除必选菜品以外，另有四款凉菜及四款饮品可供选择，其中凉菜可四选二，不可同款，饮品选两杯，可以同款，则该双人套餐的供餐方案共有____▲____种.

15. 在长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，$AD=3$，侧面 CDD_1C_1 的面积为 6，D_1C 与底面 $ABCD$ 所成角的正切值为 $\dfrac{2}{3}$，则该长方体外接球的表面积为____▲____.

16. 过圆 $O:x^2+y^2-2x-4y+1=0$ 外一点 P 作圆 O 的两条切线，切点为 A，B，则 $\overrightarrow{PA}\cdot\overrightarrow{PB}$ 的最小值为____▲____，此时，$\log_2|OP|=$____▲____.

三、解答题：共 70 分. 解答应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤. 17～21 题为必考题，每个试题考生都必须作答. 第 22，23 题为选考题，考生根据要求作答.

（一）必考题：共 60 分.

17.（12 分）

在等差数列 $\{a_n\}$ 中，$a_2+a_3=a_4=5$.

(1) 求 $\{a_n\}$ 的通项公式；

(2) 求数列 $\{\dfrac{1}{a_{n+1}a_{n+2}}\}$ 的前 n 项和 S_n.

18.(12 分)

已知某公司生产的风干牛肉干是按包销售的，每包牛肉干的质量 M(单位：g)服从正态分布 $N(250,\sigma^2)$，且 $P(M<248)=0.1$.

(1)若从公司销售的牛肉干中随机选取 3 包，求这 3 包中恰有 2 包质量不小于 248 g 的概率；

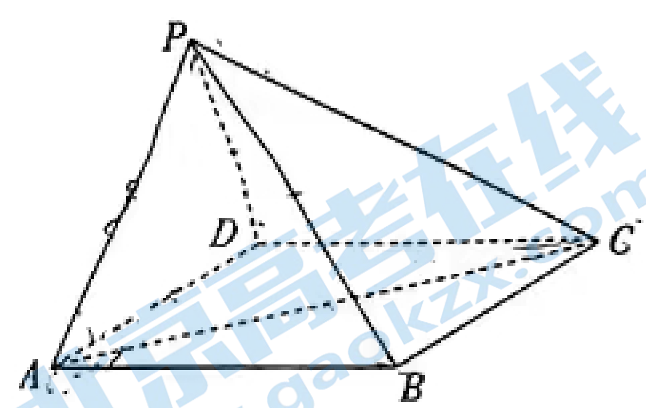
(2)若从公司销售的牛肉干中随机选取 N(N 为正整数)包，记质量在 248 g～252 g 内的包数为 X，且 $D(X)>320$，求 N 的最小值.

19.(12 分)

如图，在四棱锥 $P-ABCD$ 中，底面 $ABCD$ 为矩形，平面 $PAD\perp$平面 $ABCD$，$\triangle PAD$ 是边长为 2 的正三角形，且 $AC\perp PB$.

(1)求 AB 的长；

(2)求二面角 $A-PC-B$ 的余弦值.



20.(12 分)

已知椭圆 $E:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$的长轴为线段 AB，短轴为线段 CD，四边形 $ACBD$ 的面积为 4，且 E 的焦距为 $2\sqrt{3}$.

(1)求 E 的标准方程；

(2)若直线 $l:y=x+m$ 与 E 相交于 M，N 两点，点 $P(0,-m)$，且$\triangle PMN$ 的面积小于$\frac{8}{5}$，求 m 的取值范围.

21.(12 分)

已知函数 $f(x)=\dfrac{\ln x+a}{x}$,$x\in[1,+\infty)$.

(1)讨论 $f(x)$的单调性.

(2)是否存在两个正整数 x_1,x_2,使得当 $x_1>x_2$ 时,$(x_1-x_2)^{x_1x_2}=x_1^{x_2}x_2^{x_1}$? 若存在,求出所有满足条件的 x_1,x_2 的值;若不存在,请说明理由.

(二)选考题:共 10 分.请考生从第 22,23 两题中任选一题作答.如果多做,则按所做的第一个题目计分.

22.[选修 4—4:坐标系与参数方程](10 分)

在直角坐标系 xOy 中,以坐标原点 O 为极点,x 轴的正半轴为极轴建立极坐标系,曲线 M 的极坐标方程为 $\rho=\sin\theta(6+\rho\sin\theta)$.

(1)求 M 的直角坐标方程;

(2)点 A 的极坐标为$(2,\dfrac{3\pi}{2})$,P 为曲线 M 上任意一点,B 为线段 PA 的中点,求动点 B 的轨迹的直角坐标方程.

23.[选修 4—5:不等式选讲](10 分)

已知 $a^3+b^3+c^3=27$.

(1)若 $a>3$,证明 b 与 c 中至少有一个小于 0;

(2)若 a,b,c 均为正数,求$\dfrac{a^3+1}{a^3}+\dfrac{b^3+4}{b^3}+\dfrac{c^3+9}{c^3}$的最小值.