

## 高二数学试卷

考生须知

1. 本试卷共 4 页,共两部分,21 道小题,满分 150 分.考试时间 120 分钟.
2. 在答题卡上准确填写学校名称、姓名、班级和教育 ID 号.
3. 试题答案一律填涂或书写在答题卡上,在试卷上作答无效.
4. 在答题卡上,选择题用 2B 铅笔作答,其他试题用黑色字迹签字笔作答.
5. 考试结束后,请将答题卡上交.

### 第一部分(选择题 共 40 分)

一、选择题共 10 小题,每小题 4 分,共 40 分.在每小题列出的四个选项中,选出符合题目要求的一项.

- (1) 在空间直角坐标系中, $A(2,1,3), B(3,2,1)$ ,则 $\vec{AB} =$   
 (A)  $(1,1,-2)$  (B)  $(-1,-1,2)$  (C)  $(5,3,4)$  (D)  $(6,2,3)$
- (2) 直线  $y = \sqrt{3}x + 1$  的倾斜角的大小是  
 (A)  $\frac{\pi}{6}$  (B)  $\frac{\pi}{3}$  (C)  $\frac{2\pi}{3}$  (D)  $\frac{5\pi}{6}$
- (3) 某网站举行购物抽奖活动,规定购物消费每满 100 元就送一次抽奖机会,中奖的概率为 10%.那么以下理解正确的是  
 (A) 某人抽奖 100 次,一定能中奖 10 次  
 (B) 某人消费 1000 元,至少能中奖 1 次  
 (C) 某人抽奖 1 次,一定不能中奖  
 (D) 某人抽奖 10 次,可能 1 次也没中奖
- (4) 设  $P$  是椭圆  $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$  上的动点,则  $P$  到该椭圆的两个焦点的距离之和为  
 (A) 4 (B) 8 (C)  $2\sqrt{7}$  (D) 10
- (5) 在某次数学考试中,整个年级的数学成绩取值只有  $y_1, y_2, \dots, y_n$  这  $n$  个数,这些值的频率分别为  $p_1, p_2, \dots, p_n$ ,若年级的平均成绩记为  $\bar{y}$ ,则下面结论正确的是  
 (A)  $\bar{y} > \sum_{i=1}^n y_i p_i$  (B)  $\bar{y} < \sum_{i=1}^n y_i p_i$   
 (C)  $\bar{y} = \sum_{i=1}^n y_i p_i$  (D) 无法判断  $\bar{y}$  与  $\sum_{i=1}^n y_i p_i$  的大小关系
- (6) 若直线  $l_1: x + my + 1 = 0$  与  $l_2: (m-2)x + 2my + 2 = 0$  平行,则实数  $m$  等于  
 (A) 0 (B) 1 (C) 4 (D) 0 或 4
- (7) 若焦点在  $y$  轴上的双曲线的离心率为  $\sqrt{3}$ ,则其渐近线方程为  
 (A)  $y = \pm\sqrt{2}x$  (B)  $y = \pm\sqrt{3}x$  (C)  $y = \pm\frac{\sqrt{2}}{2}x$  (D)  $y = \pm\frac{\sqrt{3}}{2}x$

(8) 若圆  $C$  与直线  $x+y=0$  和  $x+y-8=0$  都相切, 且圆心在直线  $x-y=0$  上, 则圆  $C$  的方程为

(A)  $(x+2)^2+(y+2)^2=8$

(B)  $(x-2)^2+(y-2)^2=8$

(C)  $(x+2)^2+(y+2)^2=16$

(D)  $(x-2)^2+(y-2)^2=16$

(9) 在平行六面体  $ABCD-A_1B_1C_1D_1$  中,  $AC$  与  $BD$  的交点为  $M$ . 设  $\overrightarrow{A_1B_1}=\mathbf{a}$ ,  $\overrightarrow{A_1D_1}=\mathbf{b}$ ,  $\overrightarrow{AA_1}=\mathbf{c}$ , 则

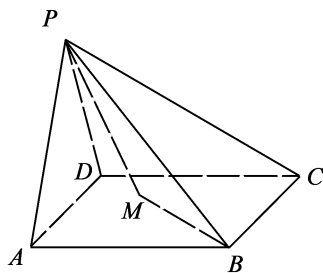
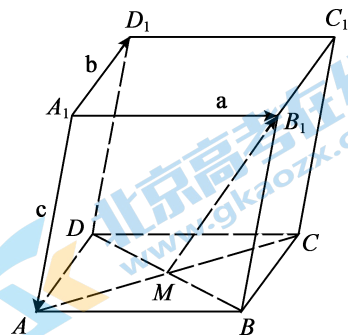
下列向量中与  $\overrightarrow{MB_1}$  相等的向量是

(A)  $\frac{1}{2}\mathbf{a}-\frac{1}{2}\mathbf{b}-\mathbf{c}$

(B)  $-\frac{1}{2}\mathbf{a}-\frac{1}{2}\mathbf{b}-\mathbf{c}$

(C)  $-\frac{1}{2}\mathbf{a}+\frac{1}{2}\mathbf{b}-\mathbf{c}$

(D)  $\frac{1}{2}\mathbf{a}+\frac{1}{2}\mathbf{b}-\mathbf{c}$



(10) 如图, 在四棱锥  $P-ABCD$  中, 底面  $ABCD$  是边长为 2 的正方形, 侧面  $PAD$  是等边三角形, 侧面  $PAD \perp$  底面  $ABCD$ ,  $M$  为底面  $ABCD$  内的一个动点, 且满足  $MP \perp MB$ . 则点  $M$  到直线  $CD$  的最短距离为

(A)  $\frac{\sqrt{5}}{2}$

(B)  $\frac{4-\sqrt{5}}{2}$

(C)  $2-\sqrt{2}$

(D)  $\frac{3-\sqrt{5}}{2}$

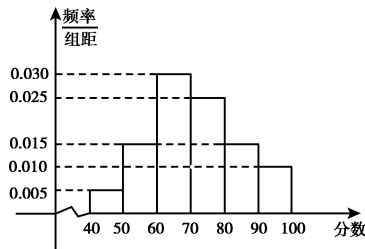
第二部分 (非选择题 共 110 分)

二、填空题共 5 道小题, 每题 5 分, 共 25 分, 把答案填在答题卡上.

(11) 已知向量  $\mathbf{a}=(2,-3,1)$ ,  $\mathbf{b}=(2,k,2)$ , 且  $\mathbf{a} \perp \mathbf{b}$ , 则实数  $k=$  \_\_\_\_\_.

(12) 已知抛物线焦点在  $x$  轴正半轴上, 焦点到准线的距离是 2, 则抛物线的标准方程是 \_\_\_\_\_.

(13) 从高二年级学生中随机抽取部分学生, 将他们的某科测试成绩分为 6 组:  $[40, 50)$ ,  $[50, 60)$ ,  $[60, 70)$ ,  $[70, 80)$ ,  $[80, 90)$ ,  $[90, 100]$  加以统计, 得到如图所示的频率分布直方图, 若该年级共有学生 500 名, 据此估计, 该模块测试成绩不少于 60 分的学生人数为 \_\_\_\_\_.



(14) 已知圆  $C: (x-4)^2 + (y-3)^2 = 1$ ,  $A(-m, 0)$ ,  $B(m, 0)$ . 若圆  $C$  上存在点  $P$  使  $\angle APB = \frac{\pi}{2}$ , 则

正数  $m$  的值可以是\_\_\_\_\_. (写出一个满足条件的值即可)

(15) 已知曲线  $C$  的方程为  $\frac{x^2}{k-2} + \frac{y^2}{6-k} = 1 (k \in R)$ , 有下列结论:

① 当  $k=4$  时, 曲线  $C$  为圆;

② “ $k>4$ ” 是 “曲线  $C$  为焦点在  $x$  轴上的椭圆” 的充分而不必要条件;

③ 当  $k=0$  时, 曲线  $C$  为双曲线, 其渐近线方程为  $y = \pm\sqrt{3}x$ ;

④ 存在实数  $k$  使得曲线  $C$  为双曲线, 其离心率为  $\sqrt{2}$ ;

其中正确的结论是\_\_\_\_\_. (写出所有正确结论的序号)

### 三、解答题共 6 道题, 共 85 分, 解答应写出文字说明, 证明过程或演算步骤.

(16) (本题满分 15 分)

某学校 300 名学生参加某次测评, 根据男女学生人数比例, 使用分层抽样的方法从中随机抽取了 30 名学生, 记录他们的分数如下:

32, 34, 35, 42, 44, 46, 52, 53, 55, 56, 62, 64, 64, 64, 67,

68, 72, 74, 74, 75, 76, 76, 78, 82, 82, 83, 84, 85, 86, 87.

(I) 求样本数据的中位数、众数、极差并估计 80% 分位数;

(II) 从总体的 300 名学生中随机抽取一人, 估计其分数在区间  $[60, 80)$  内的概率;

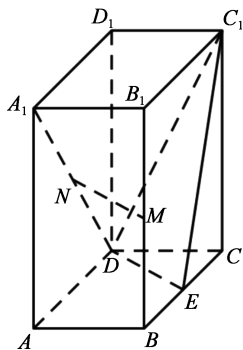
(III) 已知样本中有一半男生的分数不小于 70, 且样本中分数不小于 70 的男女生人数相等. 试估计总体中男生和女生的人数.

(17) (本题满分 14 分)

如图, 四棱柱  $ABCD-A_1B_1C_1D_1$  的底面是矩形,  $C_1C \perp$  平面  $ABCD$ ,  $C_1C = BC = 2$ ,  $AB = 1$ ,  $E, M, N$  分别是  $BC, BB_1, A_1D$  的中点.

(I) 证明:  $MN \parallel$  平面  $C_1DE$ ;

(II) 求点  $C$  到平面  $C_1DE$  的距离.



(18) (本题满分 14 分)

袋子中有 5 个大小质地完全相同的球, 其中 2 个红球、3 个白球, 从中不放回地依次随机摸出 2 个球;

(I) 求第一次摸到红球的概率;

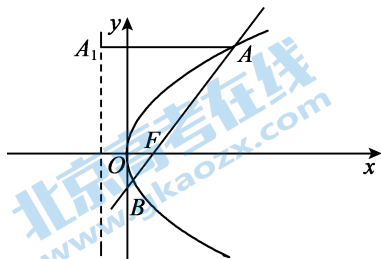
(II) 求至少有一次摸到红球的概率.

(19) (本题满分 14 分)

设抛物线  $C: y^2 = 2px (p > 0)$  的顶点为  $O$ , 焦点为  $F$ . 过点  $F$  且斜率为  $k$  的直线  $l$  与  $C$  有两个不同的交点  $A(4, 4), B(x_2, y_2)$ , 过点  $A$  作平行于  $C$  的对称轴的直线交  $C$  的准线于点  $A_1$ .

(I) 求抛物线  $C$  的方程及其准线方程;

(II) 求证:  $B, O, A_1$  三点共线.



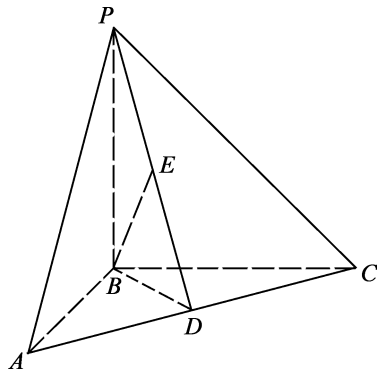
(20) (本题满分 14 分)

如图, 在三棱锥  $P-ABC$  的中,  $PB \perp$  平面  $ABC, AC = \sqrt{2}, AB = BC = 1, \triangle PAC$  为等边三角形,  $D$  是棱  $AC$  上的动点,  $E$  是线段  $PD$  的中点.

(I) 若  $D$  是棱  $AC$  的中点, 求证:  $AC \perp BE$ ;

(II) 若平面  $PBA$  与平面  $PBD$  所成角的余弦值为  $\frac{\sqrt{5}}{5}$ ,

求  $\frac{AD}{AC}$  的值.

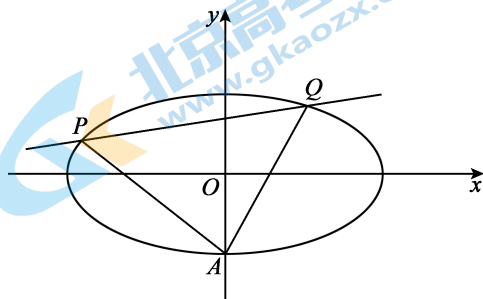


(21) (本题满分 14 分)

如图, 椭圆  $E: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$  经过点  $A(0, -1)$ , 且长轴长是短轴长的 2 倍.

(I) 求椭圆  $E$  的方程;

(II) 经过点  $(2, 1)$ , 且斜率为  $k$  的直线与椭圆  $E$  交于不同的两点  $P, Q$  (均异于点  $A$ ), 求证: 直线  $AP$  与  $AQ$  的斜率之和为定值.



## 关于我们

北京高考在线创办于 2014 年，隶属于北京太星网络科技有限公司，是北京地区极具影响力的中学升学服务平台。主营业务涵盖：北京新高考、高中生涯规划、志愿填报、强基计划、综合评价招生和学科竞赛等。

北京高考在线旗下拥有网站门户、微信公众平台等全媒体矩阵生态平台。平台活跃用户 40W+，网站年度流量数千万量级。用户群体立足于北京，辐射全国 31 省市。

北京高考在线平台一直秉承“精益求精、专业严谨”的建设理念，不断探索“K12 教育+互联网+大数据”的运营模式，尝试基于大数据理论为广大中学和家长提供新鲜的高考资讯、专业的高考政策解读、科学的升学规划等，为广大高校、中学和教科研单位提供“衔接和桥梁纽带”作用。

平台自创办以来，为众多重点大学发现和推荐优秀生源，和北京近百所中学达成合作关系，累计举办线上线下升学公益讲座数百场，帮助数十万考生顺利通过考入理想大学，在家长、考生、中学和社会各界具有广泛的口碑影响力

未来，北京高考在线平台将立足于北京新高考改革，基于对北京高考政策研究及北京高校资源优势，更好的服务全国高中家长和学生。



微信搜一搜

北京高考资讯