高二年级　　数学学科

（时间：120 分钟　　　满分：150 分）

一、选择题：本大题共 10 个小题，每小题 5 分，共 50 分. 在每小题给出的四个选项中，有且只有一项是符合题目要求的.

1. 直线 $\sqrt{3}x+y+1=0$ 的倾斜角是（　）

A. 30°　　B. 60°　　C. 120°　　D. 135°

2. 双曲线 $\frac{x^2}{2}-\frac{y^2}{2}=1$ 的左焦点的坐标为（　）

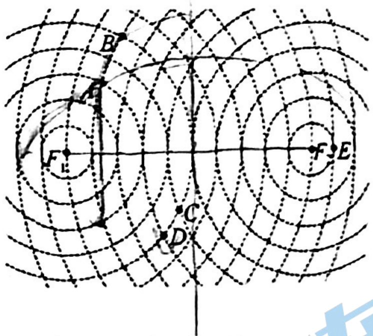
A. $(-2,0)$　　B. $(-\sqrt{2},0)$　　C. $(-1,0)$　　D. $(-4,0)$

3. 在空间直角坐标系 $O-xyz$ 中，点 $A(1,3,0),B(0,3,-1)$，则（　）

A. 直线 AB // 坐标平面 xOy　　B. 直线 $AB\perp$ 坐标平面 xOy

C. 直线 AB // 坐标平面 xOz　　D. 直线 $AB\perp$ 坐标平面 xOz

4. 如图，F_1，F_2 是平面上的两点，且 $|F_1F_2|=10$，图中的一系列圆是圆心分别为 F_1，F_2 的两组同心圆，每组同心圆的半径分别是 1，2，3，…，A，B，C，D，E 是图中两组同心圆的部分公共点，若点 A 在以 F_1，F_2 为焦点的椭圆 M 上，则（　）



A. 点 B 和 C 都在椭圆 M 上

B. 点 C 和 D 都在椭圆 M 上

C. 点 D 和 E 都在椭圆 M 上

D. 点 E 和 B 都在椭圆 M 上

5. 已知直线 $l:y=kx+b$，$\odot O:x^2+y^2=1$，则“$|b|<1$”是“直线 l 与 $\odot O$ 相交”的（　）

A. 充分而不必要条件　　B. 必要而不充分条件

C. 充分必要条件　　D. 既不充分也不必要条件

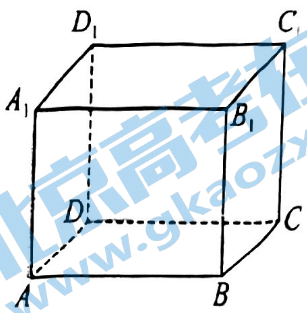
6. 已知 A，B（异于坐标原点）是圆 $(x-2)^2+(y-1)^2=5$ 与坐标轴的两个交点，则下列点 M 中，使得 $\triangle MAB$ 为钝角三角形的是（　）

A. $M(0,0)$　　B. $M\left(4,\frac{3\sqrt{2}}{2}\right)$　　C. $M(2,1-\sqrt{5})$　　D. $M(1,2\sqrt{2})$

7. 过双曲线 $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$ 的右焦点 F 作一条渐近线的垂线，垂足为 A. 若 $\angle AFO=2\angle AOF$（O 为坐标原点），则该双曲线的离心率为（　）

A. $\frac{\sqrt{5}}{2}$　　B. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$　　C. 2　　D. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ 或 2

8．如图，在长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，$AA_1=AB=2$，$BC=1$，点 P 在侧面 A_1ABB_1 上．若点 P 到直线 AA_1 和 CD 的距离相等，则 A_1P 的最小值是（　）



A．$\dfrac{\sqrt{5}}{2}$　　B．$\sqrt{3}$　　C．2　　D．$\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$

9．设点 F_1，F_2 分别为椭圆 $C:\dfrac{x^2}{4}+y^2=1$ 的左，右焦点，点 P 是椭圆 C 上任意一点，若使得 $\overrightarrow{PF_1}\cdot\overrightarrow{PF_2}=m$ 成立的点恰好是 4 个，则实数 m 的一个取值可以为（　）

A．0　　B．1　　C．2　　D．3

10、对于平面上点 P 和曲线 C，任取 C 上一点 Q，若线段 PQ 的长度存在最小值，则称该值为点 P 到曲线 C 的距离，记作 $d(P,C)$．下列结论中正确的个数为（　）

①若曲线 C 是一个点，则点集 $D=\{P\,|\,d(P,C)\le 2\}$ 所表示的图形的面积为 4π；

②若曲线 C 是一个半径为 2 的圆，则点集 $D=\{P\,|\,d(P,C)\le 1\}$ 所表示的图形的面积为 9π；

③若曲线 C 是一个长度为 2 的线段，则点集 $D=\{P\,|\,d(P,C)\le 1\}$ 所表示的图形的面积为 $\pi+4$；

④若曲线 C 是边长为 9 的等边三角形，则点集 $D=\{P\,|\,d(P,C)\le 1\}$ 所表示的图形的面积为 $54+\pi-3\sqrt{3}$．

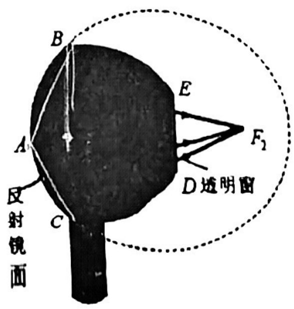
A．1　　B．2　　C．3　　D．4

二、填空题：本大题共 6 个小题，每小题 5 分，共 30 分．

11．若直线 $x-ay+1=0$ 与直线 $2x+y=0$ 垂直，则 a 的值为________．

12．在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，点 E 为上底面 A_1C_1 的中心，若 $\overrightarrow{AE}=\overrightarrow{AA_1}+x\overrightarrow{AB}+y\overrightarrow{AD}$，则 $x=$________，$y=$________．

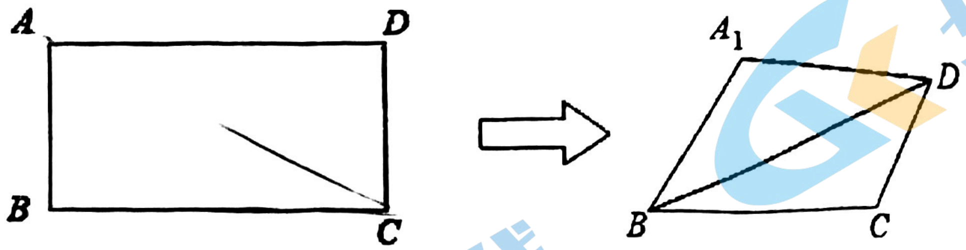
13．如图，一种电影放映灯的反射镜面是旋转椭圆面（椭圆绕其对称轴旋转一周形成的曲面）的一部分．过对称轴的截口 BAC 是椭圆的一部分，灯丝位于椭圆的一个焦点 F_1 上，片门位于另一个焦点 F_2 上．由椭圆一个焦点 F_1 发出的光线，经过旋转椭圆面反射后集中到另一个焦点 F_2．已知 $BC\perp F_1F_2$，$|F_1B|=\dfrac{\sqrt{6}}{3}$，$|F_1F_2|=4$，则截口 BAC 所在椭圆的离心率为________．



14．设点 $A(1,0)$，$N(-2,3)$，直线 $l:x+ay+2a-1=0$，$AM\perp l$ 于点 M，则 $|MN|$ 的最大值为________．

15．已知两点 $F_1(-1,0),F_2(1,0)$．点 $P(\cos\theta,\sin\theta)$ 满足 $|PF_1|-|PF_2|=\sqrt{2}$，则 $\triangle PF_1F_2$ 的面积是____；θ 的一个取值为____．

16．如图，在矩形 $ABCD$ 中，$AB=1$，$AD=\sqrt{3}$，将 $\triangle ABD$ 沿 BD 所在的直线进行翻折，得到空间四边形 A_1BCD．



给出下面三个结论：

①在翻折过程中，存在某个位置，使得 $A_1C\perp BD$；

②在翻折过程中，三棱锥 A_1-BCD 的体积不大于 $\frac{1}{4}$；

③在翻折过程中，存在某个位置，使得异面直线 A_1D 与 BC 所成角为 45°．

其中所有正确结论的序号是__________．

三、解答题：本大题共 5 个小题，共 70 分．

17．（本题 13 分）已知直线 l 经过两条直线 $l_1:3x+4y-2=0$ 和 $l_2:2x+y+2=0$ 的交点．

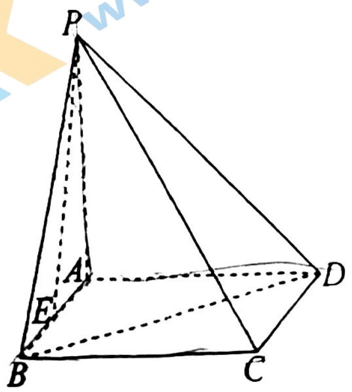
（I）若直线 l 与直线 $3x+y-1=0$ 平行，求直线 l 的方程；

（II）若直线 l 与圆 $C:(x-1)^2+(y-1)^2=25$ 相交所得弦长为 8，求直线 l 的方程．

18．（本题 13 分）如图，在四棱锥 $P-ABCD$ 中，$PA\perp$ 平面 $ABCD$，底面 $ABCD$ 为正方形，E 为线段 AB 的中点，$PA=AB=2$．

（I）求证：$BC\perp PE$；

（II）求平面 PAB 与平面 PBD 夹角的余弦值．

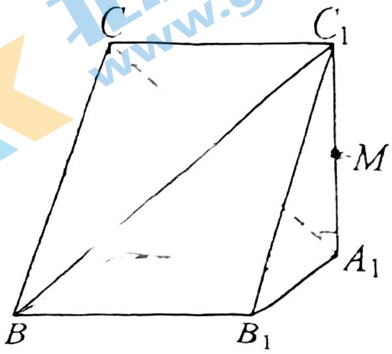


19.（本题15分）如图，在三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中，四边形 AA_1C_1C 是边长为4的正方形. 再从条件①、条件②、条件③中选择两个能解决下面问题的条件作为已知.

（I）求证：$AB\perp$ 平面 AA_1C_1C；

（II）求直线 BC_1 与平面 A_1BC 所成角的正弦值；

（III）设 M 是 A_1C_1 的中点，棱 BB_1 上是否存在点 G，使得 $MG\parallel$ 平面 A_1BC？若存在，求线段 BG 的长；若不存在，说明理由.



条件①：$BC=BA_1=2\sqrt{5}$；

条件②：$BC_1\perp A_1C$；

条件③：平面 $ABC\perp$ 平面 AA_1C_1C.

注：如果选择多种方案分别解答，那么按第一种方案解答计分.

20.（本题14分）已知椭圆 $E:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的离心率为 $\frac{\sqrt{6}}{3}$，一个焦点为 $(2,0)$.

（I）求椭圆 E 的方程；

（II）设 O 为原点，直线 $y=x+m$（$m\neq 0$）与椭圆 E 交于不同的两点 A,B，且与 x 轴交于点 C，P 为线段 OC 的中点，点 B 关于 x 轴的对称点为 B_1.

证明：ΔPAB_1 是等腰直角三角形.

21.（本题15分）设正整数 $n\geqslant 3$，集合 $A=\{a\mid a=(x_1,x_2,\cdots,x_n),x_k\in R,k=1,2,\cdots,n\}$ 对于集合 A 中的任意元素 $a=(x_1,x_2,\ldots,x_n)$ 和 $b=(y_1,y_2,\ldots,y_n)$，及实数 λ，定义：当且仅当 $x_i=y_i$（$i=1,2,\ldots,n$）时 $a=b$；$a+b=(x_1+y_1,x_2+y_2,\ldots,x_n+y_n)$；$\lambda a=(\lambda x_1,\lambda x_2,\ldots,\lambda x_n)$.若 A 的子集 $B=\{a_1,a_2,a_3\}$ 满足：当且仅当 $\lambda_1=\lambda_2=\lambda_3=0$ 时，$\lambda_1a_1+\lambda_2a_2+\lambda_3a_3=(0,0,\ldots,0)$，则称 B 为 A 的完美子集.

（I）当 $n=3$ 时，已知集合 $B_1=\{(1,0,0),(0,1,0),(0,0,1)\}$，$B_2=\{(1,2,3),(2,3,4),(4,5,6)\}$，分别判断这两个集合是否为 A 的完美子集，并说明理由；

（II）当 $n=3$ 时，已知集合 $B=\{(2m,m,m-1),(m,2m,m-1),(m,m-1,2m)\}$. 若 B 不是 A 的完美子集，求 m 的值；

（III）已知集合 $B=\{a_1,a_2,a_3\}\subseteq A$，其中 $a_i=(x_{i1},x_{i2},\ldots,x_{in})$（$i=1,2,3$），若 $2|x_{ii}|>|x_{1i}|+|x_{2i}|+|x_{3i}|$ 对任意 $i=1,2,3$ 都成立，判断 B 是否一定为 A 的完美子集.若是，请说明理由；若不是，请给出反例.

2023--2024 学年高二数学期中试卷参考答案

一、选择题

1．C　2．A　3．C　4．C　5．A　6．D　7．B　8．B　9．A　10．C

二、填空题

11．2　12．$x=\frac{1}{2}$，$y=\frac{1}{2}$　13．$\frac{\sqrt{6}}{3}$

14．6　15．$\frac{1}{2}$　$\frac{\pi}{6}$（答案不唯一）　16．②③

三、解答题

17．已知直线l经过两条直线$l_1:3x+4y-2=0$和$l_2:2x+y+2=0$的交点.

（Ⅰ）若直线l与直线$3x+y-1=0$平行，求直线l的方程；

（Ⅱ）若直线l与圆$C:(x-1)^2+(y-1)^2=25$相交所得弦长为 8，求直线l的方程.

【解析】（Ⅰ）$\begin{cases}3x+4y-2=0\\2x+y+2=0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x=-2\\y=2\end{cases}$，即交点为$(-2,2)$.

设直线l的方程为$3x+y+c=0(c\neq-1)$，把点$(-2,2)$代入方程得$c=4$，

所以直线l的方程为$3x+y+4=0$.

（Ⅱ）圆$C:(x-1)^2+(y-1)^2=25$，圆心为$(1,1)$，半径为5.

设圆心$(1,1)$到直线l的距离为d，则$d=\sqrt{5^2-4^2}=3$.

若直线l过点$(-2,2)$且斜率不存在，则$l:x=-2$，到圆心$(1,1)$的距离为3，满足条件；

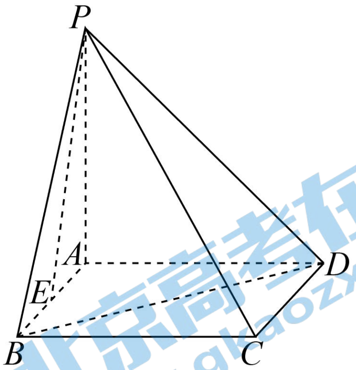
若直线l过点$(-2,2)$且斜率存在，设$l:y-2=k(x+2)$，即$kx-y+2k+2=0$，

由题意$d=\frac{|k-1+2k+2|}{\sqrt{k^2+1}}=3$，解得$k=\frac{4}{3}$.

所以$l:y-2=\frac{4}{3}(x+2)$，即$4x-3y+14=0$.

综上所述，直线l的方程为$x=-2$或$4x-3y+14=0$.

18．如图，在四棱锥$P-ABCD$中，$PA\perp$平面$ABCD$，底面$ABCD$为正方形，E为线段AB的中点，$PA=AB=2$.



（Ⅰ）求证：$BC\perp PE$；

（Ⅱ）求平面PAB与平面PBD夹角的余弦值.

【解析】（Ⅰ）由$PA\perp$平面$ABCD$，根据线面垂直的性质定理可知，$PA\perp BC$

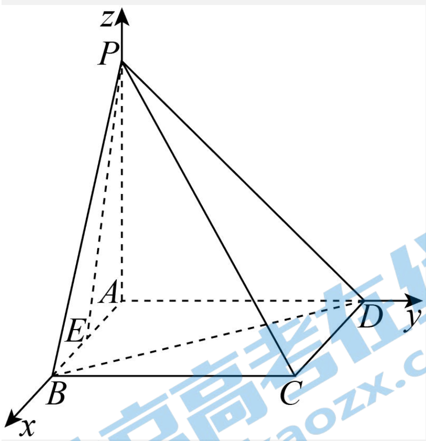
又因为底面$ABCD$为正方形，所以$AB\perp BC$，

又因为$PA\cap BA=A$，且PA,BA含于平面PAB,所以$BC\perp$平面PAB；

E为线段AB的中点，$PE\subset$平面PAB，

所以，$BC\perp PE$

（Ⅱ）根据题意可知，以A点为坐标原点，分别以AB、AD、AP所在直线为x轴、y轴、z轴建立空间直角坐标系，如下图所示：



则$A(0,0,0),B(2,0,0),D(0,2,0),P(0,0,2)$；

则$\overrightarrow{PB}=(2,0,-2),\overrightarrow{PD}=(0,2,-2)$，

设平面PBD的一个法向量为$\vec{n}=(x,y,z)$，

得$\begin{cases}\vec{n}\cdot\overrightarrow{PB}=2x-2z=0\\ \vec{n}\cdot\overrightarrow{PD}=2y-2z=0\end{cases}$，令$z=1$可得，$x=1,y=1$，即$\vec{n}=(1,1,1)$；

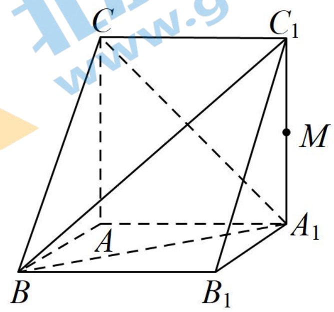
易知，$\overrightarrow{AD}=(0,2,0)$是平面$PAB$的一个法向量，

设平面PAB与平面PBD的夹角为θ，

则$\cos\theta=\left|\cos\langle\vec{n},\overrightarrow{AD}\rangle\right|=\dfrac{\left|\vec{n}\bullet\overrightarrow{AD}\right|}{\left|\vec{n}\right|\left|\overrightarrow{AD}\right|}=\dfrac{2}{\sqrt{3}\times 2}=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$

所以，平面PAB与平面PBD夹角的余弦值为$\dfrac{\sqrt{3}}{3}$

19．如图，在三棱柱$ABC-A_1B_1C_1$中，四边形AA_1C_1C是边长为4的正方形.再从条件①、条件②、条件③中选择两个能解决下面问题的条件作为已知.



（Ⅰ）求证：$AB\perp$平面AA_1C_1C；

（Ⅱ）求直线BC_1与平面A_1BC所成角的正弦值；

（Ⅲ）设M是A_1C_1的中点，棱BB_1上是否存在点G，使得MG // 平面A_1BC？若存在，求线段BG的长；若不存在，说明理由.

条件①：$BC=BA_1=2\sqrt{5}$；

条件②：$BC_1\perp A_1C$；

条件③：平面$ABC\perp$平面AA_1C_1C.

注：如果选择多种方案分别解答，那么按第一种方案解答计分.

【解析】（Ⅰ）因所求问题包括线面角大小，需要求出AB边长，故①必选，

选②缺垂直条件，因为$BC_1\perp A_1C$，又四边形AA_1C_1C是边长为4的正方形，所以$AC_1\perp A_1C$，$AC_1\cap BC_1=C_1$，$AC_1\subset$平面ABC_1，$BC_1\subset$平面ABC_1，所以$A_1C\perp$平面ABC_1，又$AB\subset$平面ABC_1，所以$A_1C\perp AB$，选①②无法证明$AB\perp$平面AA_1C_1C；

故只能选择①③，理由如下：

因为平面 $ABC\perp$ 平面 AA_1C_1C，平面 $ABC\cap$ 平面 $AA_1C_1C=AC$，四边形 AA_1C_1C 是边长为 4 的正方形，所以 $AA_1\perp AC$，所以 $AA_1\perp$ 平面 ABC，

又因为 $AB\subset$ 平面 ABC，所以 $AA_1\perp AB$，$BC=BA_1=2\sqrt{5}$，所以 $AB=2$，

又因为 $AB^2+AA_1^2=BC^2$，所以 $AB\perp AC$，$AC\subset$ 平面 ABC，$AA_1\cap AC=A$，

所以 $AB\perp$ 平面 AA_1C_1C；

（Ⅱ）由（Ⅰ）知 AB,AA_1,AC 两两垂直，故以 AB 方向为 x 轴，AA_1 方向为 y 轴，AC 方向为 z 轴，建立空间直角坐标系，则 $B(2,0,0),A_1(0,4,0),C(0,0,4),C_1(0,4,4)$，故 $\overrightarrow{BC_1}=(-2,4,4)$，

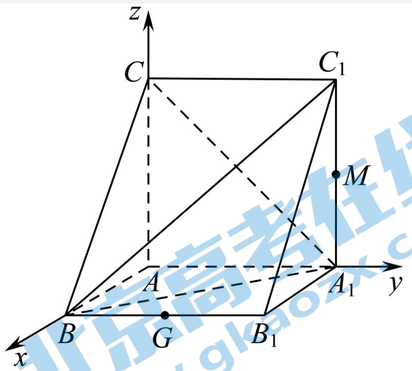
$\overrightarrow{BA_1}=(-2,4,0),\overrightarrow{BC}=(-2,0,4)$，设平面 A_1BC 的方向量为 $\vec{n}=(x,y,z)$，则 $\begin{cases}\vec{n}\cdot\overrightarrow{BA_1}=0\\ \vec{n}\cdot\overrightarrow{BC}=0\end{cases}$，即

$\begin{cases}x-2y=0\\ x-2z=0\end{cases}$，令 $x=2$，得 $y=z=1$，故 $\vec{n}=(2,1,1)$，设直线 BC_1 与平面 A_1BC 所成角为 θ，则

$\sin\theta=\left|\cos\left\langle\overrightarrow{BC_1},\vec{n}\right\rangle\right|=\dfrac{4}{6\sqrt{6}}=\dfrac{\sqrt{6}}{9}$，故直线 BC_1 与平面 A_1BC 所成角的正弦值为 $\dfrac{\sqrt{6}}{9}$；

（Ⅲ）假设存在设点 G，使得 $MG\parallel$ 平面 A_1BC，则 $G(2,m,0),m\in[0,2]$，因为 $MG\parallel$ 平面 A_1BC，所以 $\overrightarrow{MG}\perp\vec{n}$，$M(0,4,2)$，所以 $\overrightarrow{MG}=(2,m-4,-2)$，$\overrightarrow{MG}\cdot\vec{n}=4+m-4-2=0$，解得 $m=2$，故 $G(2,2,0)$，$BG=2$，

所以存在点 G，G 为 BB_1 中点，使得 $MG\parallel$ 平面 A_1BC，此时 $BG=2$.



20．已知椭圆 $E:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$（$a>b>0$）的离心率为 $\frac{\sqrt{6}}{3}$，一个焦点为 $(2,0)$.

（Ⅰ）求椭圆 E 的方程；

（Ⅱ）设 O 为原点，直线 $y=x+m$（$m\neq 0$）与椭圆 E 交于不同的两点 A,B，且与 x 轴交于点 C，P 为线段 OC 的中点，点 B 关于 x 轴的对称点为 B_1.证明：$\triangle PAB_1$ 是等腰直角三角形.

【解析】（Ⅰ）因为椭圆 E 的离心率为 $\frac{\sqrt{6}}{3}$，一个焦点为 $(2,0)$

所以 $e=\frac{c}{a}=\frac{\sqrt{6}}{3},c=2$，所以 $a=\sqrt{6},b^2=a^2-c^2=2$.

所以椭圆 E 的方程为 $\frac{x^2}{6}+\frac{y^2}{2}=1$.

（Ⅱ）设点 $C(-m,0)$，则点 $P(-\frac{m}{2},0)$，

所以联立方程 $\begin{cases} y=x+m \\ x^2+3y^2=6 \end{cases}$ 得 $4x^2+6mx+3m^2-6=0$，

所以有 $\Delta=36m^2-16(3m^2-6)>0$，解得 $-2\sqrt{2}<m<2\sqrt{2}$，

因为 $m\neq 0$，故 $-2\sqrt{2}<m<0$ 或 $0<m<2\sqrt{2}$

设 $A(x_1,y_1),B(x_2,y_2),B_1(x_2,-y_2)$，

所以 $x_1+x_2=-\frac{3m}{2}$.

设向量 $\overrightarrow{PA}=(x_1+\frac{m}{2},y_1),\overrightarrow{PB_1}=(x_2+\frac{m}{2},-y_2)$，

所以 $\overrightarrow{PA}\cdot\overrightarrow{PB_1}=(x_1+\frac{m}{2})(x_2+\frac{m}{2})-y_1y_2=(x_1+\frac{m}{2})(x_2+\frac{m}{2})-(x_1+m)(x_2+m)$

$=-\frac{m}{2}(x_1+x_2)-\frac{3}{4}m^2=\frac{3m^2}{4}-\frac{3m^2}{4}=0$，

所以 $PA\perp PB_1$，即 $\angle APB_1=90^\circ$，

设 AB 的中点为 $M(x_0,y_0)$，则 $x_0=\frac{x_1+x_2}{2}=-\frac{3m}{4},y_0=x_0+m=\frac{m}{4}$.

所以 $k_{PM}=\frac{-\frac{3}{4}m+\frac{m}{2}}{\frac{m}{4}-0}=-1$，

又因为 $k_{AB}=1$，所以 $PM\perp AB$，

所以 $|PA|=|PB|$，

因为点 B 关于 x 轴的对称点为 B_1.

所以$|PB|=|PB_1|$，

所以$|PA|=|PB_1|$，

所以$\triangle PAB_1$是等腰直角三角形.

21．设正整数n≥3，集合$A=\{a\,|\,a=(x_1,x_2,\cdots,x_n),x_k\in R,k=1,2,\cdots,n\}$对于集合$A$中的任意元素$a$=（$x_1$，$x_2$，…，$x_n$）和$b$=（$y_1$，$y_2$，…，$y_n$），及实数$\lambda$，定义：当且仅当$x_i=y_i$（$i$=1，2，…，$n$）时$a=b$；$a+b$=（$x_1+y_1$，$x_2+y_2$，…，$x_n+y_n$）；$\lambda a$=（$\lambda x_1$，$\lambda x_2$，…，$\lambda x_n$）.

若A的子集B=｛a_1，a_2，a_3｝满足：当且仅当$\lambda_1=\lambda_2=\lambda_3=0$时，$\lambda_1a_1+\lambda_2a_2+\lambda_3a_3$=（0，0，…，0），则称$B$为$A$的完美子集.

（Ⅰ）当$n=3$时，已知集合B_1=｛(1，0，0)，(0，1，0)，(0，0，1)｝，B_2=｛(1，2，3)，(2，3，4)，(4，5，6)｝，分别判断这两个集合是否为A的完美子集，并说明理由；

（Ⅱ）当$n=3$时，已知集合B=｛($2m$，m，$m-1$)，(m，$2m$，$m-1$)，(m，$m-1$，$2m$)｝.若B不是A的完美子集，求m的值；

（Ⅲ）已知集合B=｛a_1，a_2，a_3｝⊆A，其中a_i=（x_{i1}，x_{i2}，…，x_{in}）（i=1，2，3），若$2|x_{ii}|>|x_{1i}|+|x_{2i}|+|x_{3i}|$对任意$i$=1，2，3都成立，判断$B$是否一定为$A$的完美子集.若是，请说明理由；若不是，请给出反例.

【解析】（Ⅰ）B_1是完美子集；

设$\lambda_1a_1+\lambda_2a_2+\lambda_3a_3$=（0，0，0），

即$\lambda_1=\lambda_2=\lambda_3=0$.

所以B_1是完美子集.

B_2不是完美子集.

设$\lambda_1a_1+\lambda_2a_2+\lambda_3a_3$=（0，0，0），

即$\begin{cases}\lambda_1+2\lambda_2+4\lambda_3=0,\\2\lambda_1+3\lambda_2+5\lambda_3=0,\\3\lambda_1+4\lambda_2+6\lambda_3=0.\end{cases}$

令$\lambda_3=1$，则$\lambda_1=2$，$\lambda_2=-3$.

所以B_2不是完美子集.

（Ⅱ）因为B不是完美子集，

所以存在（λ_1，λ_2，λ_3）≠（0，0，0），使得$\lambda_1a_1+\lambda_2a_2+\lambda_3a_3$=（0，0，0），

即 $\begin{cases} 2m\lambda_1+m\lambda_2+m\lambda_3=0, \\ m\lambda_1+2m\lambda_2+(m-1)\lambda_3=0, \\ (m-1)\lambda_1+(m-1)\lambda_2+2m\lambda_3=0. \end{cases}$

因为 $B=\{(2m，m，m-1)，(m，2m，m-1)，(m，m-1，2m)\}$，

由集合的互异性得，$m\neq0$ 且 $m\neq-1$.

所以 $2\lambda_1+\lambda_2+\lambda_3=0$，$\lambda_3=-2\lambda_1-\lambda_2$，$(\lambda_1，\lambda_2)\neq(0，0)$.

所以 $\begin{cases} (-m+2)\lambda_1+(m+1)\lambda_2=0, \\ (-3m-1)\lambda_1+(-m-1)\lambda_2=0. \end{cases}$

所以 $(-4m+1)\lambda_1=0$.

所以 $m=\dfrac{1}{4}$ 或 $\lambda_1=0$.

检验：

当 $m=\dfrac{1}{4}$ 时，存在 $\lambda_1=5$，$\lambda_2=-7$，$\lambda_3=-3$ 使得 $\lambda_1a_1+\lambda_2a_2+\lambda_3a_3=(0，0，0)$.

当 $\lambda_1=0$ 时，因为 $m\neq-1$，所以 $\lambda_2=0$，$\lambda_3=0$，舍.

所以 $m=\dfrac{1}{4}$.

（III）B 一定是完美子集.

假设存在不全为 0 的实数 λ_1，λ_2，λ_3 满足 $\lambda_1a_1+\lambda_2a_2+\lambda_3a_3=(0，0，0)$，

不妨设 $|\lambda_1|\geqslant|\lambda_2|\geqslant|\lambda_3|$，则 $\lambda_1\neq0$（否则与假设矛盾）.

由 $\lambda_1x_{11}+\lambda_2x_{21}+\lambda_3x_{31}=0$，得 $x_{11}=-\dfrac{\lambda_2}{\lambda_1}x_{21}-\dfrac{\lambda_3}{\lambda_1}x_{31}$.

所以 $|x_{11}|\leqslant\dfrac{|\lambda_2|}{|\lambda_1|}|x_{21}|+\dfrac{|\lambda_3|}{|\lambda_1|}|x_{31}|\leqslant|x_{21}|+|x_{31}|$.

与 $2|x_{11}|>|x_{11}|+|x_{21}|+|x_{31}|$，即 $|x_{11}|>|x_{21}|+|x_{31}|$ 矛盾.

所以假设不成立.

所以 $\lambda_1=0$.

所以 $\lambda_2=\lambda_3=0$.

所以 B 一定是完美子集.

北京高一高二高三期中试题下载

京考一点通团队整理了【**2023 年 10-11 月北京各区各年级期中试题&答案汇总**】专题，及时更新最新试题及答案。

通过【**京考一点通**】公众号，对话框回复【**期中**】或者点击公众号底部栏目<**试题专区**>，进入各年级汇总专题，查看并下载电子版试题及答案！