北大附中 2020 届高三第二学期数学检测（10） 2020.04.20

第一部分 （选择题 共 40 分）

一、选择题共 10 小题，每小题 4 分，共 40 分．在每小题列出的四个选项中，选出符合题目要求的一项．

1．复数 $\dfrac{2}{1+i}$（i 为虚数单位）的共轭复数是

A．$-1+i$　　B．$-1-i$　　C．$1+i$　　D．$1-i$

2．已知平面向量 $\boldsymbol{a}=(x,1)$，$\boldsymbol{b}=(2,x-1)$，且 $\boldsymbol{a}//\boldsymbol{b}$，则实数 x 的值是

A．-1　　B．1　　C．2　　D．-1 或 2

3．已知 $a,b\in\mathbf{R}$，且 $a>b$，则下列不等式一定成立的是

A．$a^2-b^2>0$　　B．$\cos a-\cos b>0$

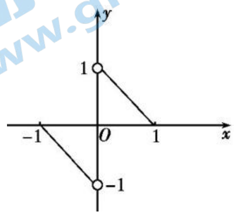
C．$\dfrac{1}{a}-\dfrac{1}{b}<0$　　D．$e^{-a}-e^{-b}<0$

4．已知平面 α，直线 m,n 满足 $m\not\subset\alpha, n\subset\alpha$，则“$m//n$”是“$m//\alpha$”的

A．充分不必要条件　　B．必要不充分条件

C．充要条件　　D．既不充分也不必要条件

5．函数 $f(x)$ 的图象是两条直线的一部分(如图所示),其定义域为 $[-1,0]\cup(0,1]$,则不等式 $f(x)-f(-x)>-1$ 的解集是(　　)



A.{x|-1≤x≤1 且 x≠0}　　B.{x|-1≤x<0}

C.$\left\{x\middle|-1\le x<0 \text{ 或 } \frac{1}{2}<x\le 1\right\}$　　D.$\left\{x\middle|-1\le x<-\frac{1}{2} \text{ 或 } 0<x\le 1\right\}$

6．已知正项数列 $\{a_n\}$ 中，$a_1=1$，$a_2=2$，$2a_n^2=a_{n+1}^2+a_{n-1}^2(n\ge 2)$，则 a_6 等于

A．16　　B．4　　C．$2\sqrt{2}$　　D．8

7．已知 O 是正方形 $ABCD$ 的中心．若 $\overrightarrow{DO}=\lambda\overrightarrow{AB}+\mu\overrightarrow{AC}$，其中 λ，$\mu\in\mathbf{R}$，则 $\dfrac{\lambda}{\mu}=$

A．$-\dfrac{1}{2}$　　B．-2　　C．$-\sqrt{2}$　　D．$\sqrt{2}$

进入北京高考在线网站：http://www.gaokzx.com/ 获取更多高考资讯及各类测试试题答案！

8. 已知双曲线$C:\dfrac{x^2}{3}-y^2=1,O$为坐标原点，F为C的右焦点，过F的直线与C的两条渐近线的交点分别为M,N.若$\triangle OMN$为直角三角形，则$|MN|=$

A. $\dfrac{3}{2}$　　　　B. 3　　　　C. $2\sqrt{3}$　　　　D. 4

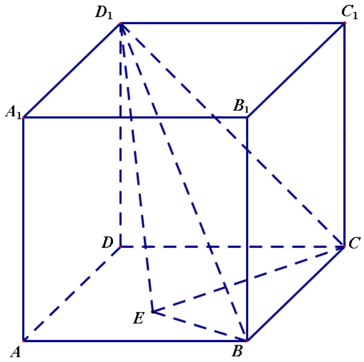
9. 在正方体$ABCD$-$A_1B_1C_1D_1$中，点E为底面$ABCD$（不含线段BC）上的动点，三棱锥$B-D_1EC$的表面积与体积分别为S、V，则下列结论正确的是

A. 当S取得最大值时，V一定取得最大值

B. 当S取得最大值时，V不能取得最大值

C. 当V取得最大值时，S一定取得最大值

D. 当V取得最大值时，S不能取得最大值



10. 某学校举办科技节活动，有甲、乙、丙、丁四个团队参加“智能机器人”项目比赛，该项目只设置一个一等奖，在评奖揭晓前，小张、小王、小李、小赵四位同学对这四个参赛团队获奖结果预测如下：

小张说：“甲或乙团队获得一等奖”；

小王说：“丁团队获得一等奖”；

小李说：“乙、丙两个团队均未获得一等奖”；

小赵说：“甲团队获得一等奖”.

若这四位同学中只有两位预测结果是对的，则获得一等奖的团队是

A．甲　　　　B．乙　　　　C．丙　　　　D．丁

第二部分（非选择题共 110 分）

二、填空题（共 5 小题；共 25 分）

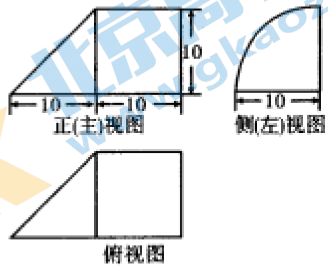
11．在$(x-\dfrac{1}{2\sqrt{x}})^5$的展开式中，$x^2$的系数为____________.

12．设$\omega>0$，若函数$y=\cos^2\omega x$的最小正周期为$\dfrac{\pi}{2}$，则$\omega=$____.

进入北京高考在线网站：http://www.gaokzx.com/　获取更多高考资讯及各类测试试题答案！

13．在 ΔABC 中，内角 A,B,C 所对的边分别是 a,b,c，已知 $\sin B-\sin C=\dfrac{1}{2}\sin A, 2b=3c$，则 $\dfrac{a}{c}=$ _________, $\cos B=$ ___________ .

14．某几何体的三视图如图，则该几何体的体积为_________.



15．已知 $a>0$, 函数 $f(x)=\begin{cases} x^2+2ax+a, & x\le 0, \\ -x^2+2ax-2a, & x>0. \end{cases}$ 若关于 x 的方程 $f(x)=ax$ 恰有 2 个互异的实数解，则 a 的取值范围是_____________.

三、解答题：本大题共 6 小题，共 85 分．解答应写出文字说明，演算步骤或证明过程.

16.（本小题满分 14 分）

已知函数 $f(x)=\sin\left(\frac{\pi}{2}-x\right)\sin x-\sqrt{3}\cos^2 x$.

（I）比较 $f(0)$ 与 $f(\pi)$ 的大小关系，并说明理由；

（II）求函数 $f(x)$ 图象在 $[0,\pi]$ 上的对称中心坐标.

进入北京高考在线网站：http://www.gaokzx.com/ 获取更多高考资讯及各类测试试题答案！

17.（本小题共 14 分）

下表为某班学生理科综合能力测试成绩（百分制）的频率分布表，已知在[80，90)分数段内的学生数为 21 人．

分数段	[65,70)	[70,75)	[75,80)	[80,85)	[85,90)	[90,95)	[95,100]
频率	0.1	0.15	0.2	0.2	0.15	0.1	*

（I）求测试成绩在[95,100]分数段内的人数；

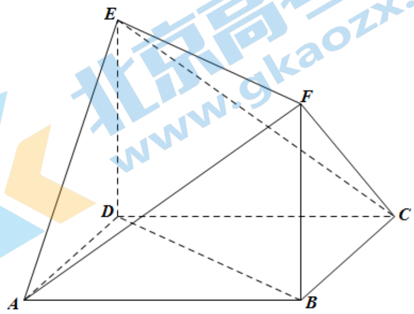
（II）现欲从[95,100]分数段内的学生中抽出 2 人参加物理兴趣小组，若其中至少有一名男生的概率为$\frac{3}{5}$，求[95,100]分数段内男生的人数；

（III）若在[65,70) 分数段的女生为 4 人，现欲从[65,70)分数段内的学生中抽出 3 人参加培优小组，ξ 为分配到此组的 3 名学生中男生的人数，求 ξ 的分布列及期望 Eξ.

进入北京高考在线网站：http://www.gaokzx.com/　获取更多高考资讯及各类测试试题答案！

18.（本小题满分 14 分）

如图，多面体 $ABCDEF$ 中， $DE\perp$平面 $ABCD$，底面 $ABCD$ 是菱形， $AB=2$， $\angle BAD=60^{\circ}$，四边形 $BDEF$ 是正方形.



（I）求证: $CF//$平面 AED；

（II） 求直线 AF 与平面 ECF 所成角的正弦值;

（III）在线段 EC 上是否存在点 P，使得 $AP\perp$平面 CEF，若存在，求出 $\dfrac{EP}{PC}$ 的值；若不存在，说明理由.

进入北京高考在线网站：http://www.gaokzx.com/ 获取更多高考资讯及各类测试试题答案！

19．（本小题满分 14 分）

设函数 $f(x)=e^x-a(x-1)$．

（I）求函数 $f(x)$ 的单调区间和极值；

（II）若函数 $f(x)$ 在区间 $(0,2]$ 上存在唯一零点，求 a 的取值范围．

北京高考在线 www.gkaozx.com

20．（本小题满分 15 分）

已知椭圆 C：$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$的离心率为$\frac{\sqrt{6}}{3}$，两个焦点与短轴的一个顶点构成的三角形面积为$2\sqrt{2}$.

（I）求椭圆 C 的方程；

（II）设椭圆右焦点为 F，过点 F 的直线 l 与椭圆 C 交于两点 A、B 两点. 若 M 是直线 x=3 上的一点，且以 MA 为直径的圆经过点 F，求证：△MOA 与△MOB 面积相等。

进入北京高考在线网站：http://www.gaokzx.com/ 获取更多高考资讯及各类测试试题答案！

21.（本小题满分 14 分）

已知集合 $X=\{x_1,x_2,\cdots,x_8\}$ 是集合 $S=\{2001,2002,2003,\cdots,2016,2017\}$ 的一个含有 8 个元素的子集.

（I）当 $X=\{2001,2002,2005,2007,2011,2013,2016,2017\}$ 时，

设 $x_i,x_j\in X\ (1\le i,j\le 8)$，

（i）写出方程 $x_i-x_j=2$ 的解 (x_i,x_j)；

（ii）若方程 $x_i-x_j=k(k>0)$ 至少有三组不同的解，写出 k 的所有可能取值；

（II）证明：对任意一个 X，存在正整数 k，使得方程 $x_i-x_j=k(1\le i,j\le 8)$ 至少有三组不同的解.

进入北京高考在线网站：http://www.gaokzx.com/　获取更多高考资讯及各类测试试题答案！