

数学试卷

2021 年 4 月

本试卷共 4 页,150 分。考试时长 120 分钟。考生务必将答案答在答题卡上,在试卷上作答无效。考试结束后,请将答题卡交回。

第一部分(选择题 共 40 分)

一、选择题共 10 小题,每小题 4 分,共 40 分。在每小题列出的四个选项中,选出符合题目要求的一项。

1. 复数 $z=2+i$ 在复平面内对应的点位于

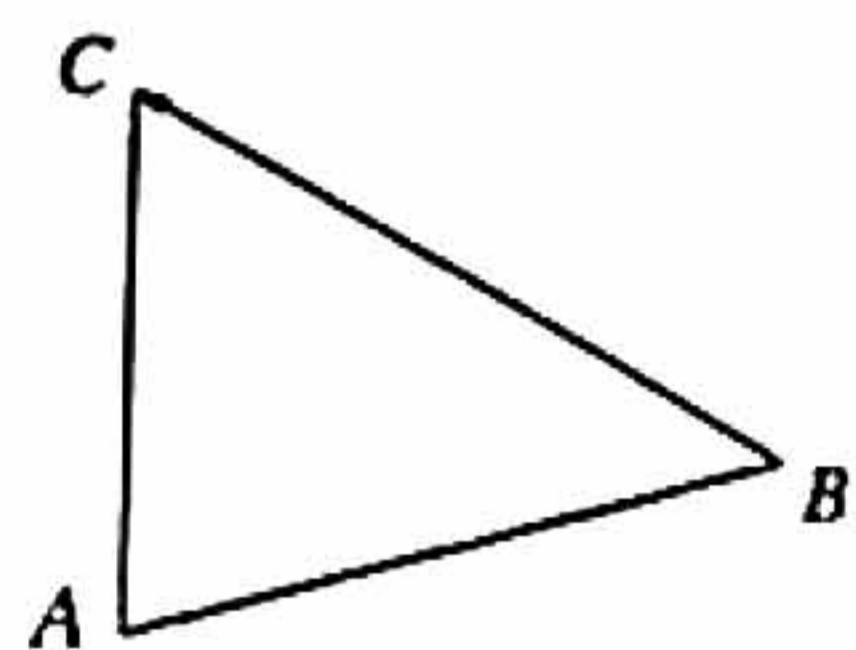
- A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限

2. 已知两个向量 $a=(1,2)$, $b=(x,1)$, 若 $a \perp b$, 则 x 的值等于

- A. $-\frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{2}$ C. -2 D. 2

3. 如图所示,在 $\triangle ABC$ 中, \overrightarrow{BC} 等于

- A. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$
 B. $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}$
 C. $\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB}$
 D. $\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{AB}$



4. 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = \frac{\pi}{6}$, $AC = \sqrt{3}$, $BC = 3$, 则 AB 等于

- A. $\sqrt{3}$ B. 3 C. $\sqrt{21}$ D. 21

5. 若 a, b 是任意两个单位向量, 则下列结论中正确的是

- A. $a = b$ B. $a \cdot b = 1$ C. $a^2 \neq b^2$ D. $|a| = |b|$

6. 若复数 $z = a + bi$ (a, b 为实数), 则“ $a = 0$ ”是“复数 z 为纯虚数”的

- A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
 C. 充分必要条件 D. 既不充分又不必要条件

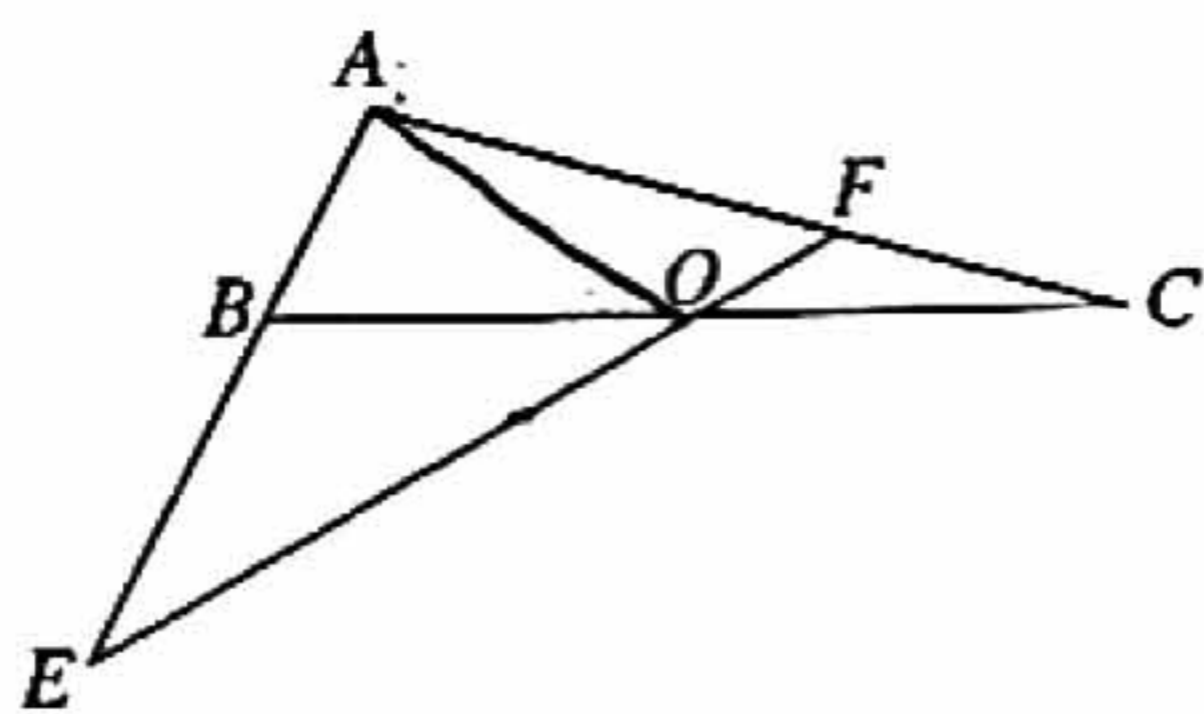
7. 已知 $A(3,7)$, $B(1,3)$, $a = (x,2)$, 且 $\overrightarrow{AB} \parallel a$, 则

- A. $x = 1$, 且 \overrightarrow{AB} 与 a 方向相同 B. $x = 1$, 且 \overrightarrow{AB} 与 a 方向相反
 C. $x = -1$, 且 \overrightarrow{AB} 与 a 方向相同 D. $x = -1$, 且 \overrightarrow{AB} 与 a 方向相反

8. 某机构调查了 10 种食品的卡路里含量, 结果如下: 107, 135, 138, 140, 146, 175, 179, 182, 191, 195. 则这组数据的第 25 百分位数和中位数分别是

- A. 138, 160.5 B. 138, 146 C. 138, 175 D. 135, 160.5

9. 如图所示,在 $\triangle ABC$ 中, O 为 BC 中点,过 O 点的直线分别交 AB,AC 于不同的两点 E,F ,设 $AB=\lambda AE,AC=\mu AF$,则 $\lambda+\mu$ 的值为



- A. $\frac{1}{2}$ B. 1 C. 2 D. 不确定

10. 在平面直角坐标系 xOy 中, O 为坐标原点,已知点 $A(3,3),B(5,1),P(2,1)$,点 M 是直线 OP 上的一个动点, $\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB}$ 的最小值是

- A. 18 B. 3 C. 2 D. -2

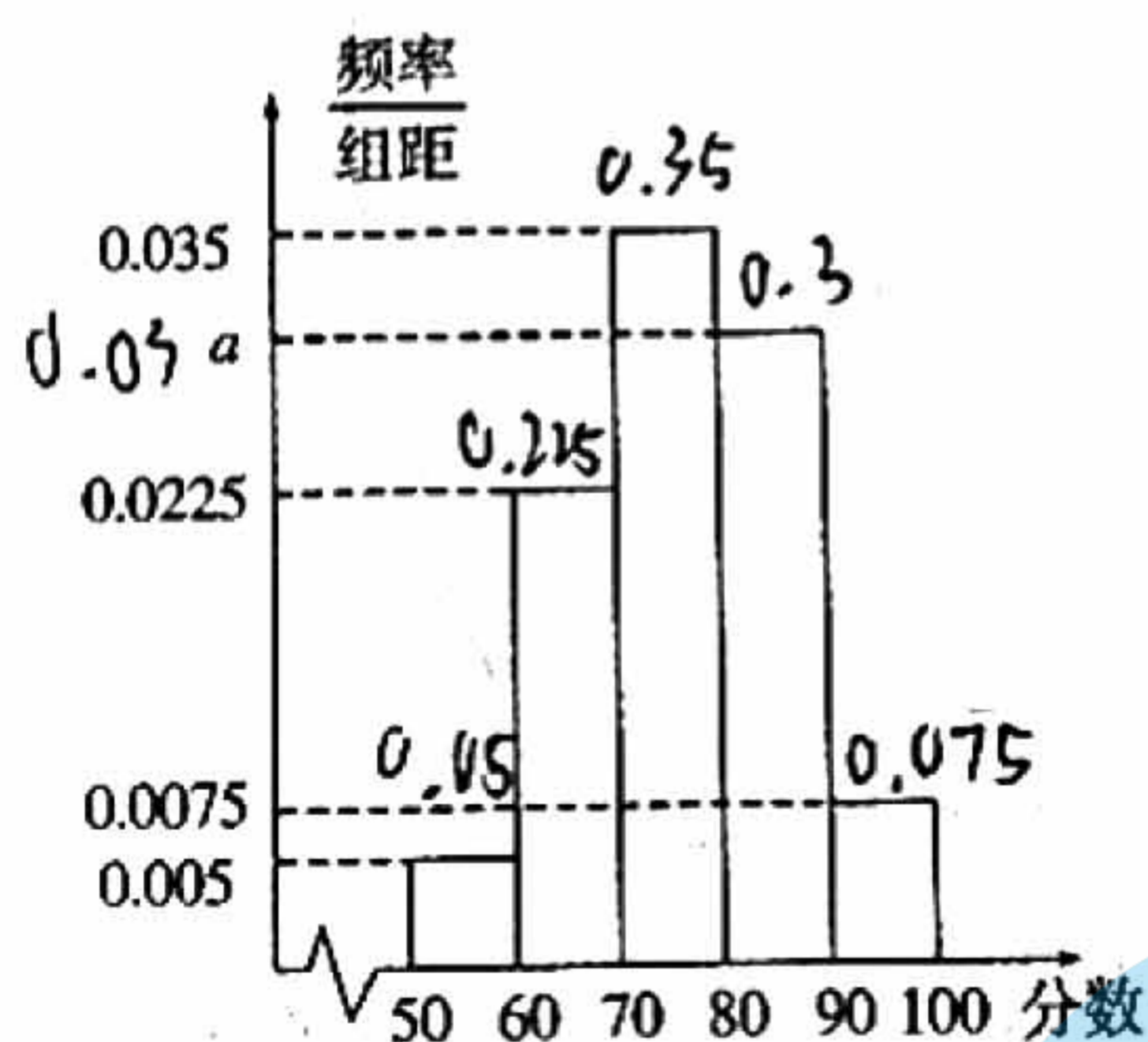
第二部分(非选择题 共 110 分)

二、填空题共 6 小题,每小题 5 分,共 30 分.

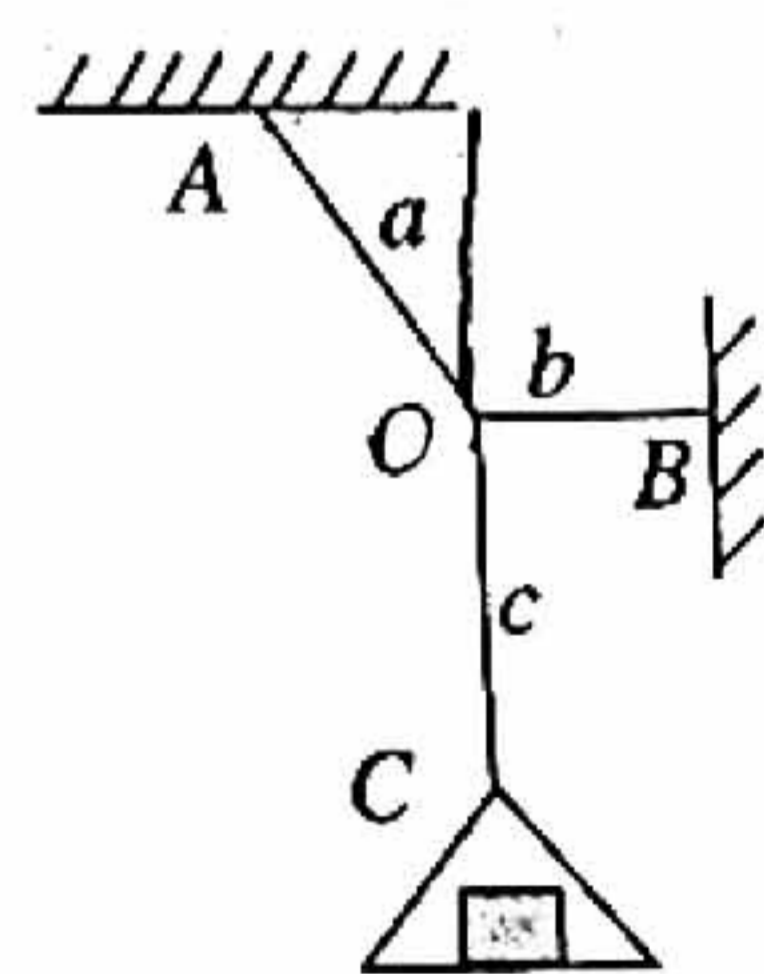
11. 已知向量 $a=(2,-1)$,那么 $|a|$ = _____.

12. 计算 $i(1+i)$ = _____.

13. 某班共有学生 40 人,将一次数学考试成绩(单位:分)绘制成频率分布直方图,如图所示,则成绩不低于 80 分的人数有 _____ 人.



14. 如右图所示,无弹性细绳 OA,OB 的一端分别固定在 A,B 处,同样的细绳 OC 下端系着一个秤盘,且使得 $OB \perp OC$,则 OA,OB,OC 三根细绳受力最大的是 _____.



15. 已知 $|a|=|b|=1,|a-b|=\sqrt{3}$,则 $|a+b|$ = _____; a 与 b 的夹角为 _____.

16. 给出下面四个类比结论:

- ① 实数 a,b ,若 $a^2+b^2=0$,则 $a=b=0$;类比复数 z_1,z_2 ,若 $z_1^2+z_2^2=0$,则 $z_1=z_2=0$.
- ② 实数 a,b,c ,满足 $(a+b)c=ac+bc$;类比复数 z_1,z_2,z_3 ,满足 $(z_1+z_2)z_3=z_1z_3+z_2z_3$.
- ③ 实数 a,b,c ,满足 $(a+b)c=ac+bc$;类比向量 a,b,c ,满足 $(a+b) \cdot c=a \cdot c+b \cdot c$.
- ④ 向量 a ,满足 $|a|^2=a^2$;类比复数 z ,满足 $|z|^2=z^2$.

其中类比结论正确的序号是 _____.

三、解答题共 6 小题,共 80 分.解答应写出文字说明,演算步骤或证明过程.

17. (本小题满分 12 分)

设复数 $z_1 = 2 + 3i, z_2 = m - i (m \in \mathbb{R})$.

(I) 求 $\overline{z_1}$;

(II) 当 $m = 1$ 时,求 $z_1 z_2$;

(III) 若 $\frac{z_1}{z_2}$ 为实数,求 m 的值.

18. (本小题满分 13 分)

已知向量 a, b , 满足 $a = (1, 2), b = (-3, -1)$.

(I) 求向量 a 与 b 的夹角;

(II) 求向量 a 在向量 b 上的投影向量;

(III) 若向量 $a - b$ 与 $ka + b$ 垂直,求实数 k 的值.

19. (本小题满分 13 分)

在 $\triangle ABC$ 中, $b = 1, \angle A = 120^\circ, \triangle ABC$ 的面积等于 $\sqrt{3}$.

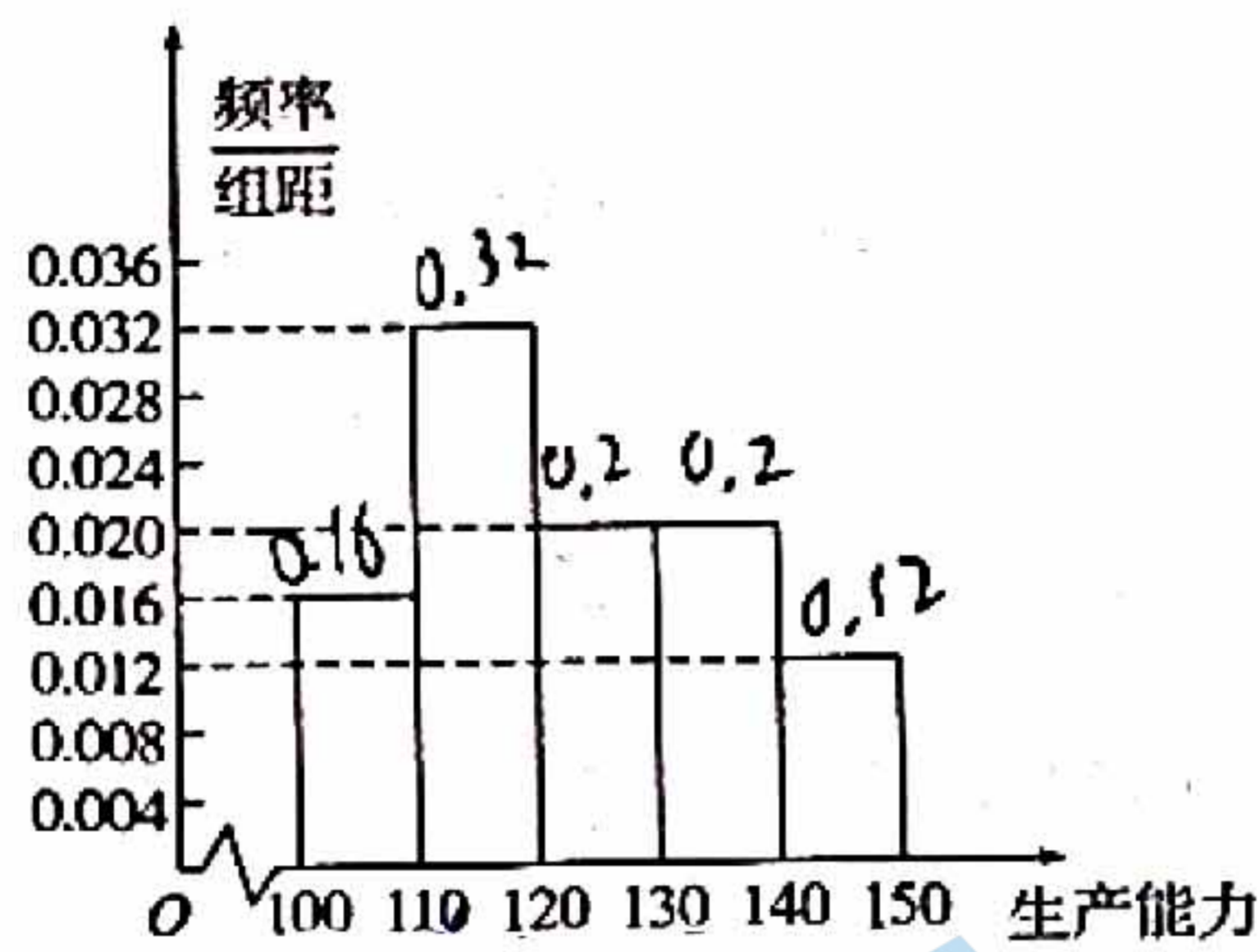
(I) 求 c 的值;

(II) 求 a 及 $\cos 2B$ 的值.

20. (本小题满分 14 分)

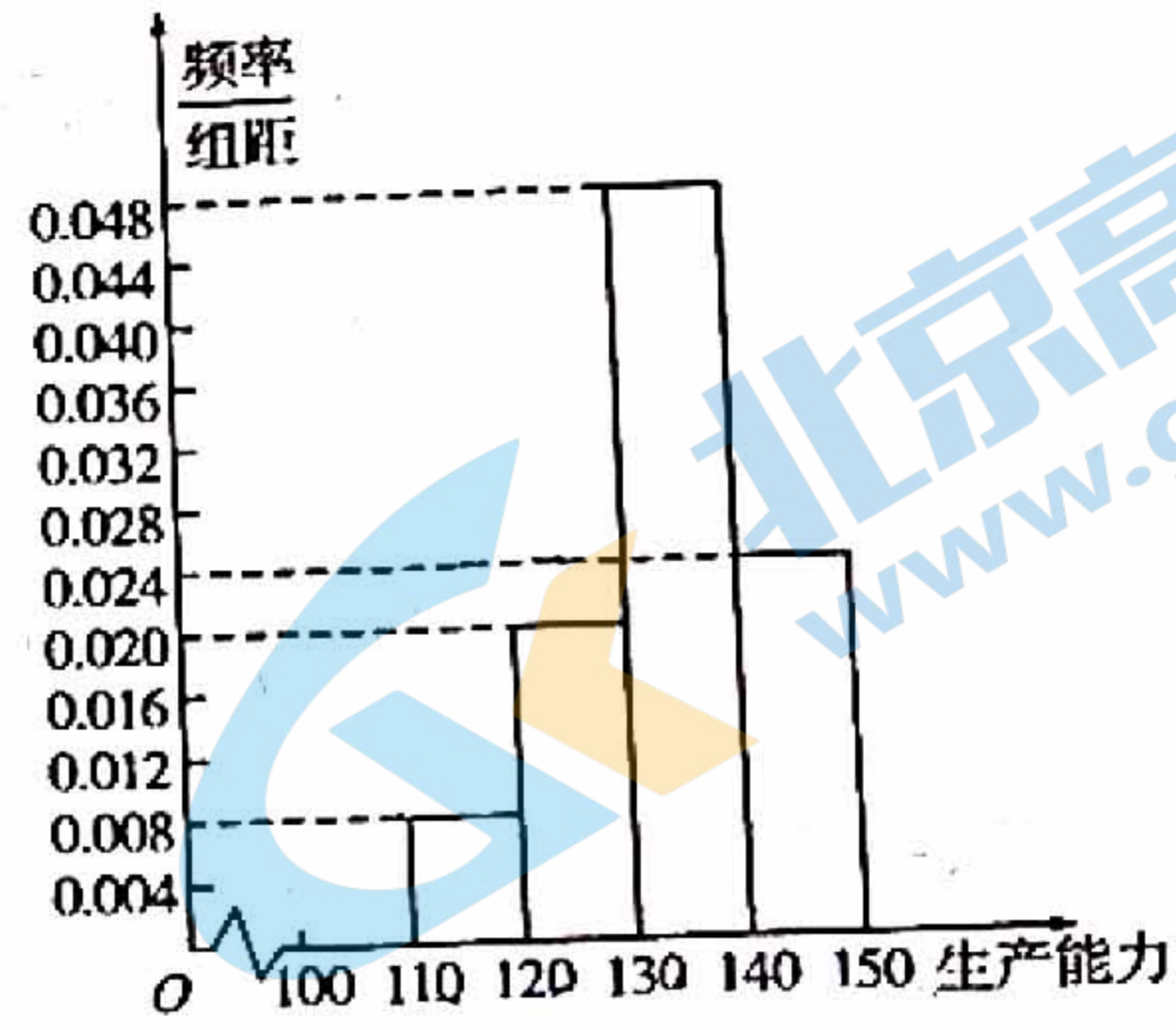
某工厂有工人 1000 名,其中 250 名工人参加过短期培训(称为 A 类工人),另外 750 名工人参加过长期培训(称为 B 类工人),现用分层抽样方法(按 A 类、B 类分二层)从该工厂的工人

共抽查 100 名工人,调查他们的生产能力(此处生产能力指一天加工的零件数).将调查结果整理后表示为如图 1 和图 2 所示的频率分布直方图.



①A类工人生产能力的频率分布直方图

图 1



②B类工人生产能力的频率分布直方图

图 2

- (I) A 类工人和 B 类工人各抽取多少人?
 (II) 就生产能力而言, A 类工人中个体间的差异程度与 B 类工人中个体间的差异程度哪个更小?
 (直接写出结果)
 (III) 分别估计 A 类工人和 B 类工人生产能力的平均数, 并估计该工厂工人的生产能力的平均数. (同一组中的数据用该组区间的中点值作代表)

21. (本小题满分 14 分)

设向量 i, j 为两个相互垂直的单位向量, $a = i + (x-3)j$, $b = -yi + xj$, 满足 $a \perp b$, 且 $|a| \leq \sqrt{10}$.

- (I) 求 y 关于 x 的函数关系式 $y = f(x)$ 及其定义域;
 (II) 若 $x \in [1, 4]$ 时, 不等式 $f(x) \geq mx - 16$ 恒成立, 求实数 m 的取值范围.

22. (本小题满分 14 分)

在 $\triangle ABC$ 中, 已知 $\cos C = \frac{13}{14}$, $a = \frac{7}{3}c$.

- (I) 求 $\angle A$ 的大小;
 (II) 请从条件①: $b - a = 1$; 条件②: $b \cos A = -\frac{5}{2}$ 这两个条件中任选一个作为条件, 求 $\cos B$ 和 a 的值.

注: 如果选择两个条件分别解答, 按第一个解答计分.

关于我们

北京高考在线创办于 2014 年，隶属于北京太星网络科技有限公司，是北京地区极具影响力的中学升学服务平台。主营业务涵盖：北京新高考、高中生涯规划、志愿填报、强基计划、综合评价招生和学科竞赛等。

北京高考在线旗下拥有网站门户、微信公众平台等全媒体矩阵生态平台。平台活跃用户 40W+，网站年度流量数千万量级。用户群体立足于北京，辐射全国 31 省市。

北京高考在线平台一直秉承“精益求精、专业严谨”的建设理念，不断探索“K12 教育+互联网+大数据”的运营模式，尝试基于大数据理论为广大中学和家长提供新鲜的高考资讯、专业的高考政策解读、科学的升学规划等，为广大高校、中学和教科研单位提供“衔接和桥梁纽带”作用。

平台自创办以来，为众多重点大学发现和推荐优秀生源，和北京近百所中学达成合作关系，累计举办线上线下升学公益讲座数百场，帮助数十万考生顺利通过考入理想大学，在家长、考生、中学和社会各界具有广泛的口碑影响力

未来，北京高考在线平台将立足于北京新高考改革，基于对北京高考政策研究及北京高校资源优势，更好的服务全国高中家长和学生。



微信搜一搜

北京高考资讯