

本试卷共4页，150分。考试时长120分钟。考生务必将答案答在答题卡上，在试卷上作答无效。考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

第一部分 (选择题 共40分)

一、选择题共 10 小题，每小题 4 分，共 40 分。在每小题列出的四个选项中，选出符合题目要求的一项。

(1) 已知集合 $A = \{x | x < 0 \text{ 或 } x > 1\}$ ，则 $\complement_{\mathbf{R}}A =$

- (A) $\{x | 0 < x < 1\}$ (B) $\{x | 0 \leq x < 1\}$ (C) $\{x | 0 < x \leq 1\}$ (D) $\{x | 0 \leq x \leq 1\}$

(2) 在 $(1 - 2x)^3$ 的展开式中， x 的系数为

- (A) -2 (B) 2 (C) -6 (D) 6

(3) 已知双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ 的渐近线经过点 $(1, 2)$ ，则双曲线的离心率为

- (A) $\sqrt{2}$ (B) $\sqrt{3}$ (C) 2 (D) $\sqrt{5}$

(4) 已知 $x, y \in \mathbf{R}$ ，且 $x + y > 0$ ，则

- (A) $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} > 0$ (B) $x^3 + y^3 > 0$ (C) $\lg(x + y) > 0$ (D) $\sin(x + y) > 0$

(5) 若 $f(x) = \begin{cases} x + a, & x < 0, \\ bx - 1, & x > 0 \end{cases}$ 是奇函数，则

- (A) $a = 1, b = -1$ (B) $a = -1, b = 1$ (C) $a = 1, b = 1$ (D) $a = -1, b = -1$

(6) 已知 F 为抛物线 $y^2 = 4x$ 的焦点，点 $P_n(x_n, y_n)$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) 在抛物线上. 若 $|P_{n+1}F| - |P_nF| = 1$ ，则

- (A) $\{x_n\}$ 是等差数列 (B) $\{x_n\}$ 是等比数列
(C) $\{y_n\}$ 是等差数列 (D) $\{y_n\}$ 是等比数列

(7) 已知向量 $\mathbf{a} = (1, 0)$ ， $\mathbf{b} = (-1, \sqrt{3})$. 若 $\langle \mathbf{c}, \mathbf{a} \rangle = \langle \mathbf{c}, \mathbf{b} \rangle$ ，则 \mathbf{c} 可能是

- (A) $2\mathbf{a} - \mathbf{b}$ (B) $\mathbf{a} + \mathbf{b}$ (C) $2\mathbf{a} + \mathbf{b}$ (D) $\sqrt{3}\mathbf{a} + \mathbf{b}$

(8) 设函数 $f(x)$ 的定义域为 \mathbf{R} ，则“ $f(x)$ 是 \mathbf{R} 上的增函数”是“任意 $a > 0$ ， $y = f(x + a) - f(x)$ 无零点”的

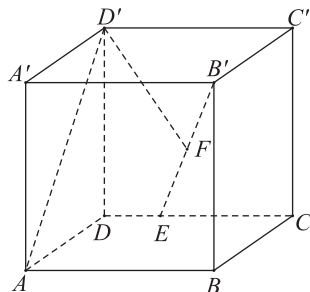
- (A) 充分而不必要条件 (B) 必要而不充分条件
(C) 充分必要条件 (D) 既不充分也不必要条件

- (9) 从物理学知识可知, 图中弹簧振子中的小球相对平衡位置的位移 y 与时间 t (单位: s) 的关系符合函数 $y = A \sin(\omega t + \varphi)$ ($|\omega| < 100$). 从某一时刻开始, 用相机的连拍功能给弹簧振子连拍了 20 张照片. 已知连拍的间隔为 $0.01s$, 将照片按拍照的时间先后顺序编号, 发现仅有第 5 张、第 13 张、第 17 张照片与第 1 张照片是完全一样的, 请写出小球正好处于平衡位置的所有照片的编号为



- (A) 9, 15 (B) 6, 18 (C) 4, 11, 18 (D) 6, 12, 18

- (10) 在正方体 $ABCD - A'B'C'D'$ 中, E 为棱 DC 上的动点, F 为线段 $B'E$ 的中点. 给出下列四个结论:



- ① $B'E \perp AD'$;
 ② 直线 $D'F$ 与平面 $ABB'A'$ 所成角不变;
 ③ 点 F 到直线 AB 的距离不变;
 ④ 点 F 到 A, D, D', A' 四点的距离相等.

其中, 所有正确结论的序号为

- (A) ②③ (B) ③④ (C) ①③④ (D) ①②④

第二部分 (非选择题 共110分)

二、填空题共 5 小题, 每小题 5 分, 共 25 分.

- (11) 已知 a, b 均为实数. 若 $b + i = i(a + i)$, 则 $a + b =$ _____.
- (12) 不等式 $(\frac{1}{2})^x > 1$ 的解集为 _____.
- (13) 已知圆 $C: x^2 + y^2 + 2x = 0$, 则圆 C 的半径为 _____; 若直线 $y = kx$ 被圆 C 截得的弦长为 1, 则 $k =$ _____.
- (14) 已知 $f(x) = \sin x + \cos x$ 的图象向右平移 a ($a > 0$) 个单位后得到 $g(x)$ 的图象, 则函数 $g(x)$ 的最大值为 _____; 若 $f(x) + g(x)$ 的值域为 $\{0\}$, 则 a 的最小值为 _____.
- (15) 在现实世界, 很多信息的传播演化是相互影响的. 选用正实数数列 $\{a_n\}, \{b_n\}$ 分别表示两组信息的传输链上每个节点处的信息强度, 数列模型: $a_{n+1} = 2a_n + b_n, b_{n+1} = a_n + 2b_n$ ($n = 1, 2, \dots$), 描述了这两组信息在互相影响之下的传播演化过程. 若两组信息的初始信息强度满足 $a_1 > b_1$, 则在该模型中, 关于两组信息, 给出如下结论:
- ① $\forall n \in \mathbf{N}^*, a_n > b_n$;
 ② $\forall n \in \mathbf{N}^*, a_{n+1} > a_n, b_{n+1} > b_n$;
 ③ $\exists k \in \mathbf{N}^*$, 使得当 $n > k$ 时, 总有 $|\frac{a_n}{b_n} - 1| < 10^{-10}$;
 ④ $\exists k \in \mathbf{N}^*$, 使得当 $n > k$ 时, 总有 $|\frac{a_{n+1}}{a_n} - 2| < 10^{-10}$.

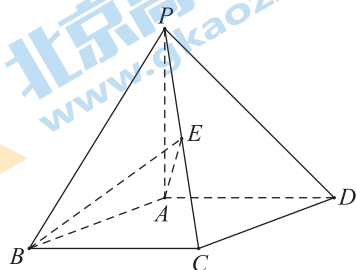
其中, 所有正确结论的序号是 _____.

三、解答题共 6 小题，共 85 分。解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程。

(16) (本小题共 14 分)

如图，已知四棱锥 $P-ABCD$ 中，底面 $ABCD$ 是边长为 2 的菱形， $\angle ABC = 60^\circ$ ， $PA \perp$ 底面 $ABCD$ ， $PA = 2$ ，点 E 是 PC 的中点。

- (I) 求证： $DC \parallel$ 平面 ABE ；
 (II) 求 DC 到平面 ABE 的距离。



(17) (本小题共 13 分)

在 $\triangle ABC$ 中， $7a = 6b \cos B$ 。

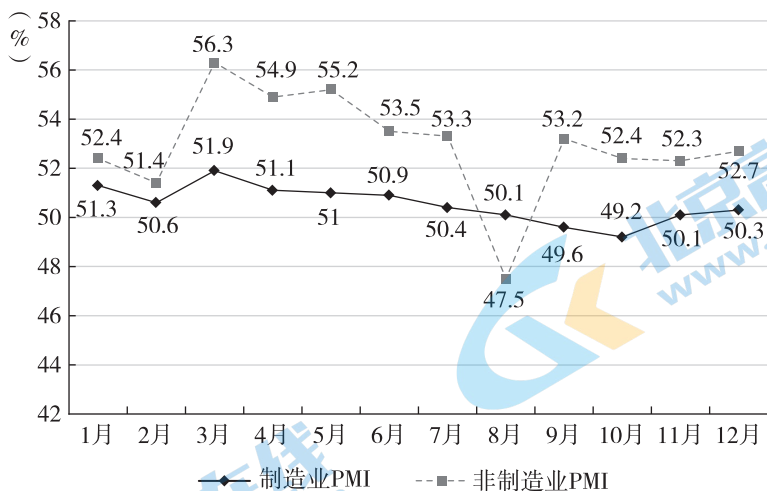
- (I) 若 $\sin A = \frac{3}{7}$ ，求 $\angle B$ ；
 (II) 若 $c = 8$ ，从条件①、条件②这两个条件中选择一个作为已知，使 $\triangle ABC$ 存在。求 $\triangle ABC$ 的面积。

条件①： $\sin A = \frac{4}{7}$ ；

条件②： $\sin B = \frac{\sqrt{3}}{2}$ 。

(18) (本小题共 14 分)

PMI 值是国际上通行的宏观经济监测指标之一，能够反映经济的变化趋势。下图是国家统计局发布的某年 12 个月的制造业和非制造业 PMI 值趋势图。将每连续 3 个月的 PMI 值作为一个观测组，对国家经济活动进行监测和预测。



- (I) 现从制造业的 10 个观测组中任取一组，
 (i) 求组内三个 PMI 值至少有一个低于 50.0 的概率；
 (ii) 若当月的 PMI 值大于上一个月的 PMI 值，则称该月的经济向好。设 X 表示抽取的观测组中经济向好的月份的个数（由已有数据知 1 月份的 PMI 值低于去年 12 月份的 PMI 值），求 X 的分布列与数学期望；
 (II) 用 $b_j (j = 1, 2, \dots, 12)$ 表示第 j 月非制造业所对应的 PMI 值， \bar{b} 表示非制造业 12 个月 PMI 值的平均数，请直接写出 $|b_j - \bar{b}|$ 取得最大值所对应的月份。

(19) (本小题共 14 分)

椭圆 $M: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$) 的左顶点为 $A(-2, 0)$, 离心率为 $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

(I) 求椭圆 M 的方程;

(II) 已知经过点 $(0, \frac{\sqrt{3}}{2})$ 的直线 l 交椭圆 M 于 B, C 两点, D 是直线 $x = -4$ 上一点. 若四边形 $ABCD$ 为平行四边形, 求直线 l 的方程.

(20) (本小题共 15 分)

已知函数 $f(x) = \ln \frac{1-x}{2} + \frac{a}{x}$.

(I) 当 $a = 0$ 时, 求曲线 $y = f(x)$ 在点 $(-1, f(-1))$ 处的切线方程;

(II) 当 $a = -\frac{1}{2}$ 时, 求函数 $f(x)$ 的单调区间;

(III) 当 $x < 0$ 时, $f(x) \geq \frac{1}{2}$ 恒成立, 求 a 的取值范围.

(21) (本小题共 15 分)

已知有限数列 $\{a_n\}$ 共 M 项 ($M \geq 4$), 其任意连续三项均为某等腰三角形的三边长, 且这些等腰三角形两两均不全等. 将数列 $\{a_n\}$ 的各项和记为 S .

(I) 若 $a_n \in \{1, 2\}$ ($n = 1, 2, \dots, M$), 直接写出 M, S 的值;

(II) 若 $a_n \in \{1, 2, 3\}$ ($n = 1, 2, \dots, M$), 求 M 的最大值;

(III) 若 $a_n \in \mathbb{N}^*$ ($n = 1, 2, \dots, M$), $M = 16$, 求 S 的最小值.

2022 北京高三各区二模试题下载

北京高考资讯公众号搜集整理了【**2022 北京各区高三二模试题&答案**】，想要获取试题资料，关注公众号，点击菜单栏【**一模二模**】→【**二模试题**】，即可**免费获取**全部二模试题及答案，欢迎大家下载练习！

还有更多**二模成绩、排名、赋分**等信息，考后持续分享！



微信搜一搜

北京高考资讯

A screenshot of the WeChat public account interface for '北京高考资讯'. On the left is a vertical menu with options: '一模试题', '二模试题' (highlighted with a red box and a red arrow), '高考真题', '期中期末', and '各省热门试题'. In the center, there is a QR code with the text '识别二维码查看下载 北京各区二模试题&答案'. At the bottom, there is a navigation bar with three items: '一模二模' (highlighted with a red box), '热门资讯', and '福利资料'. On the right side of the screenshot, there is an illustration of a student sitting at a desk with books, and several callout boxes with text: '这里有最新热门试题', '考后最快更新分享', and '北京高考资讯'.