

2021 北京平谷高二（上）期末

数 学

2021.1

考 生 须 知	1. 本试卷分第I卷（选择题）和第II卷（非选择题）两部分，共 150 分,考试时间为 120 分钟。 2. 试题所有答案必须书写在答题卡上，在试卷上作答无效。 3. 考试结束后，将答题卡交回，试卷按学校要求保存好。
------------------	--

第I卷（选择题 共 40 分）

一、 选择题：（本大题共 10 小题，每小题 4 分，共 40 分；在每个小题列出的四个选项中，只有一项是符合要求的。）

1. 直线 l 经过 $A(-1,3), B(2,5)$ 两点，那么其斜率 k 为

- A. 2 B. $\frac{2}{3}$ C. $\frac{1}{2}$ D. $-\frac{3}{2}$

2. 已知圆的方程 $(x+3)^2 + (y-2)^2 = 4$ ，那么圆心和半径分别为

- A. $(-3,2), 2$ B. $(3,-2), 2$
 C. $(-3,2), 4$ D. $(3,-2), 4$

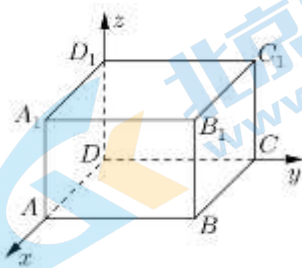
3. 抛物线 $y^2 = 4x$ 的焦点到准线的距离是

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

4. 双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{7} = 1 (a > 0)$ 的离心率 $e = \frac{4}{3}$ ，那么 a 的值是

- A. 9 B. 4 C. 3 D. 2

5. 如图，以长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的顶点 D 为坐标原点，过 D 的三条棱所在的直线为坐标轴，建立空间直角坐标系，如果 $\overrightarrow{DB_1}$ 的坐标为 $(5,4,3)$ ，那么 $\overrightarrow{AC_1}$ 的坐标是



- A. $(-5,4,3)$ B. $(-5,4,-3)$

- C. $(-4, 5, 3)$ D. $(5, -4, -3)$

6. 甲、乙两名同学相约学习某种技能，该技能需要通过两项考核才能拿到证书，每项考核结果互不影响.已知甲同学通过第一项考核的概率是 $\frac{4}{5}$ ，通过第二项考核的概率是 $\frac{1}{2}$ ；乙同学拿到该技能证书的概率是 $\frac{1}{3}$ ，那么甲、

乙两人至少有一人拿到该技能证书的概率是

- A. $\frac{13}{15}$ B. $\frac{11}{15}$ C. $\frac{2}{3}$ D. $\frac{3}{5}$

7. 某校高一年级随机抽取 15 名男生，测得他们的身高数据，如下表所示：

编号	身高	编号	身高	编号	身高
1	173	6	169	11	168
2	179	7	177	12	175
3	175	8	175	13	172
4	173	9	174	14	169
5	170	10	182	15	176

那么这组数据的第 80 百分位数是

- A. 175 B. 176 C. 176.5 D. 170

8. 已知椭圆 $\frac{x^2}{m} + \frac{y^2}{9} = 1$ ($m > 9$) 的右顶点 A 到双曲线 $\frac{x^2}{6} - \frac{y^2}{4} = 1$ 的一条渐近线距离为 $\sqrt{6}$,那么 $m =$

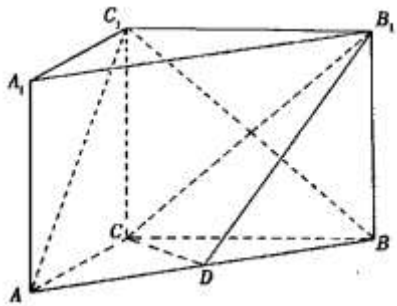
- A. 10 B. 15 C. 24 D. 225

9. 已知点 P 是圆 $x^2 - 4x + y^2 + 2y - 4 = 0$ 上的动点， P 到直线 $mx + 2y - 1 = 0$ 的距离为 d ，当 m 变化时， d 的最大值为

- A. $\frac{3}{2}$ B. $\frac{5}{2}$ C. 3 D. $\frac{11}{2}$

10. 如图，在三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 中， $CC_1 \perp$ 底面 ABC ， $AC \perp CB$ ，点 D 是 AB 上的动点. 下列结论错误的是

- A. $AC \perp BC_1$
 B. 存在点 D ，使得 $AC_1 \parallel$ 平面 CDB_1
 C. 不存在点 D ，使得平面 $CDB_1 \perp$ 平面 AA_1B_1B
 D. 三棱锥 $A_1 - CDB_1$ 的体积是定值



第II卷（非选择题共 110 分）

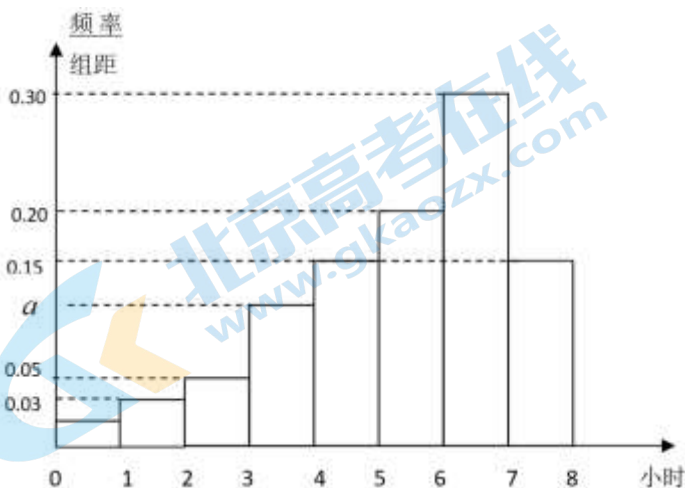
二、填空题（本大题共 5 小题，每小题 5 分，共 25 分。请把答案填在答题卡中相应题中横线上）

11. 用简单随机抽样的方法从含有 100 个个体的总体中抽取一个容量为 25 的样本，那么个体 m 被抽到的概率是_____.
12. 经过点 $P(0,2)$ ，且与直线 $l_1: y = 3x - 1$ 平行的直线方程是_____.
13. 过抛物线 $y^2 = 6x$ 焦点作直线 l ，交抛物线于 A, B 两点. 若线段 AB 中点 M 的横坐标为 2，则 $|AB|$ 等于_____.
14. 设以原点为圆心的圆与 x 轴交 A, B 两点，如果以 A, B 为焦点的椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$) 与圆总有公共点，那么椭圆的离心率取值范围是_____.
15. “曲线 $y = k|x| + 3$ 与圆 $x^2 + y^2 - 4x - 5 = 0$ 有且仅有三个公共点”的充要条件是_____.

三、解答题：（本大题共 6 小题，共 85 分；解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤.）

16. （本小题满分 14 分）

在新冠肺炎疫情期间，为了认真贯彻落实北京市教委关于做好中小学生延期开学期间“停课不停学”工作要求，各校以教师线上指导帮助和学生居家自主学习相结合的教学模式积极开展工作. 为了解学生居家自主学习的情况，从某校高二年级随机抽取了 100 名学生，获得了他们一天中用于居家自主学习的时间分别在 $[0,1), [1,2), [2,3), [3,4), [4,5), [5,6), [6,7), [7,8]$ （单位：小时）的数据，整理得到的数据绘制成频率分布直方图（如图）.

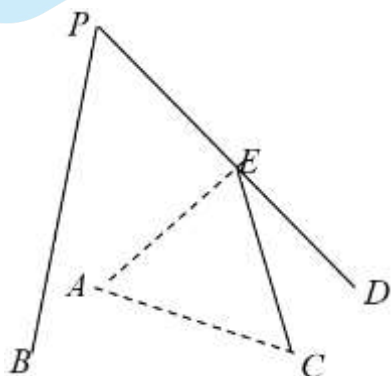


- (I) 由图中数据,求 a 的值, 并估计从该校高二年级中随机抽取一名学生, 这名学生该天居家自主学习的时间在 $[3,4)$ 的概率;
- (II) 现从抽取的 100 名学生该天居家自主学习的时间在 $[0,1)$ 和 $[1,2)$ 的人中任选 2 人, 进一步了解学生的具体情况, 求其中学习时间在 $[0,1)$ 中至少有 1 人的概率;
- (III) 假设同一时间段中的每个数据可用该时间段的中点值代替, 试估计样本中的 100 名学生该天居家自主学习时间的平均数.

17. (本小题满分 14 分)

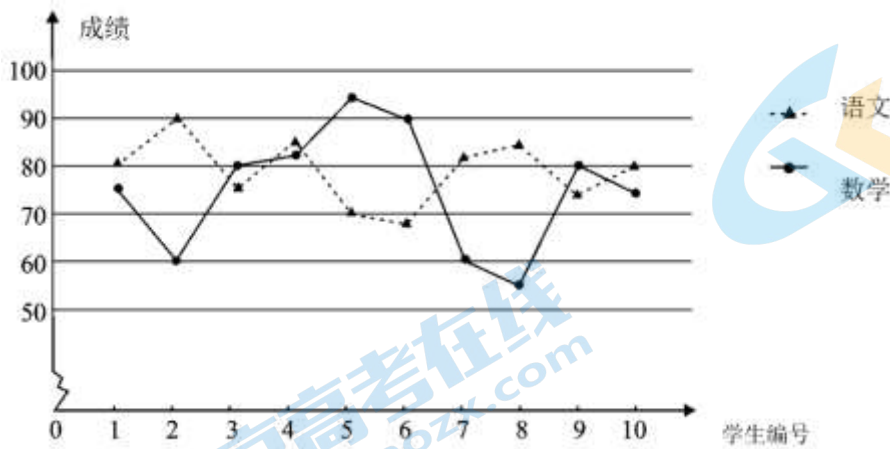
如图, 四棱锥 $P-ABCD$ 的底面是矩形, 侧棱 $PA \perp$ 底面 $ABCD$, E 是 PD 的中点, $PA=2, AB=1, AD=2$.

- (I) 求证: $PB \parallel$ 平面 ACE ;
- (II) 求直线 CP 与平面 ACE 所成角的正弦值;
- (III) 求点 P 到平面 ACE 的距离.



18. (本小题满分 14 分)

期末考试结束，高二（1）班班主任张老师从班里的 40 名学生中，随机抽取 10 名同学的语文和数学成绩进行抽样分析，研究学生偏科现象.将 10 名学生编号为 1,2,3,……,10,再将他们的两科成绩(单位：分)绘成折线图如下：

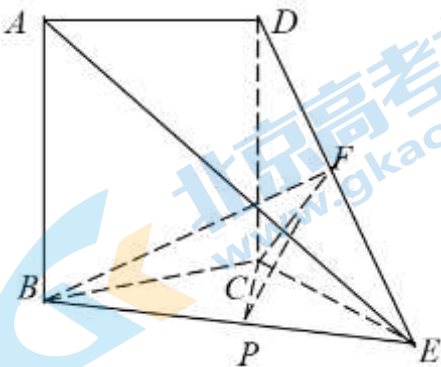


- (I) 从这 10 名学生中随机抽取一名学生，求抽取的这名学生两科成绩相差大于 10 分的概率；
- (II) 从两科成绩均超过 70 分的学生中随机抽取 2 人进行访谈，求这 2 人中恰有一个是语文成绩高于数学成绩的概率；
- (III) 设该班语文和数学两科成绩的平均值分别为 X_1 、 X_2 ，方差分别为 D_1 、 D_2 ，根据折线图，试推断 X_1 和 X_2 ， D_1 和 D_2 的大小关系（直接写出结论，不需证明）。

19.(本小题满分 14 分)

如图，平面 $ABCD \perp$ 平面 CDE ，四边形 $ABCD$ 是边长为 2 的正方形， $DC = CE$ ， $\angle DCE = 90^\circ$ ， F 为 DE 的中点，点 P 在线段 BE 上.

- (I) 求证： $DE \perp$ 平面 BCF ；
- (II) 若存在点 P ，使得平面 CFP 与平面 BCF 所成二面角的余弦值为 $\frac{\sqrt{3}}{3}$ ，求 $\frac{BP}{BE}$ 的值.



20. (本小题满分 14 分)

已知椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的离心率 $e = \frac{\sqrt{3}}{2}$, 且过点 $B(0, 1)$.

(I) 求椭圆的标准方程;

(II) 设椭圆右顶点为 A , 直线 l 过点 B , 且与椭圆交于另一点 C (不同于 A 点), 若有 $BA \perp AC$, 求直线 l 方程.

21. (本小题满分 15 分)

已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的左、右焦点分别为 $F_1(-1, 0)$, $F_2(1, 0)$, 点 $P(1, \frac{3}{2})$ 在椭圆上.

(I) 求椭圆 C 的标准方程;

(II) 若直线 l 与圆 $x^2 + y^2 = 1$ 相切, 且与椭圆 C 交于不同的两点 A, B , 设 $\lambda = \overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB}$, 求 λ 的取值范围.

2021 北京平谷高二（上）期末数学

参考答案

一、选择题：（本大题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分。）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
答案	B	A	B	C	A	D	C	B	D	C

二、填空题（本大题共 5 小题，每小题 5 分，共 25 分。）

11. $\frac{1}{4}$ 12. $y = 3x + 2$ 13. 7 14. $\left[\frac{\sqrt{2}}{2}, 1\right)$ 15. $-\frac{12}{5}$

三、解答题共 6 小题，共 85 分。解答应写出文字说明，演算步骤或证明过程。

16.（本小题满分 14 分）

解：（I）因为 $(0.02+0.03+0.05+a+0.15 \times 2+0.2+0.3) \times 1 = 1$,

所以 $a = 0.1$3 分

由图可得：随机抽取的 100 名学生中居家自主学习时间该天在 $[3,4)$ 的频率为 $0.1 \times 1 = 0.1$,

所以从该校高二年级中随机抽取一名学生，这名学生该天居家自主学习时间在 $[3,4)$ 的概率为 0.1.....5 分

（II）设“抽取的 2 人其中学习时间在 $[0,1)$ 中至少有 1 人”为事件 A.....6 分

由图中数据可知：该天居家自主学习时间在 $[0,1)$ 和 $[1,2)$ 的人分别有 2 人和 3 人.....7 分

设在 $[0,1)$ 的 2 人分别为 a, b , 在 $[1,2)$ 的 3 人分别 A, B, C 8 分

则从这 5 人中任选 2 人的样本空间 = $\{ab, aA, aB, aC, bA, bB, bC, AB, AC, BC\}$ 共有 10 个样本点

事件 $A = \{ab, aA, aB, aC, bA, bB, bC\}$ ，共有 7 个样本点.....10 分

$$P(A) = \frac{7}{10}$$

所以学习时间在 $[0,1)$ 中至少有 1 人的概率为 $\frac{7}{10}$ 11 分

（III）样本平均数：

$$\bar{x} = 0.5 \times 0.02 + 1.5 \times 0.03 + 2.5 \times 0.05 + 3.5 \times 0.1 + (4.5 + 7.5) \times 0.15 + 5.5 \times 0.2 + 6.5 \times 0.3 = 5.38.$$

样本中的 100 名学生该天居家自主学习时间的平均数为 5.38 小时.....14 分

17.（本小题满分 14 分）

解：(I)证明：连结 BD 交 AC 于 O ，连结 OE ，

因为四边形 $ABCD$ 是矩形, 所以 O 为 BD 中点.

又因为 E 是 PD 的中点, 所以 $PB \parallel OE$,2分

因为 $PB \not\subset$ 平面 ACE , $OE \subset$ 平面 ACE ,

所以 $PB \parallel$ 平面 ACE 4分

解法二:

(I)证明: 解: 四棱锥 $P-ABCD$ 的底面是矩形, 侧棱 $PA \perp$ 底面 $ABCD$, 因此以 A 为原点, 以 AB 为 x 轴, 以 AD 为 y 轴, 建立空间直角坐标系.

所以 $P(0, 0, 2), C(1, 2, 0), D(0, 2, 0), E(0, 1, 1), B(1, 0, 0)$ 2分

设平面 ACE 的一个法向量为 $\vec{n} = (a, b, c)$ 3分

$$\begin{cases} \vec{n} \cdot \vec{AE} = 0 \\ \vec{n} \cdot \vec{AC} = 0 \end{cases}, \text{即: } \begin{cases} a + 2b = 0 \\ b + c = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = -2 \\ b = 1 \\ c = -1 \end{cases} \Rightarrow \vec{n} = (-2, 1, -1) \dots\dots\dots 5 \text{分}$$

因为 $\vec{PB} = (1, 0, -2)$, 所以 $\vec{PB} \cdot \vec{n} = -2 + 0 + 2 = 0$ 6分

又因为 $PB \not\subset$ 平面 ACE , 所以 $PB \parallel$ 平面 ACE 7分

(II) 设直线 CP 与平面 ACE 所成角为 θ ,

由 $\vec{PC} = (1, 2, -2)$, 平面 ACE 的一个法向量为 $\vec{n} = (-2, 1, -1)$

$$\text{所以 } \sin \theta = |\cos \langle \vec{PC}, \vec{n} \rangle| = \frac{|\vec{PC} \cdot \vec{n}|}{|\vec{PC}| \cdot |\vec{n}|} = \frac{2}{3\sqrt{6}} = \frac{\sqrt{6}}{9},$$

即直线 CP 与平面 ACE 所成角的正弦值为 $\frac{\sqrt{6}}{9}$ 11分

$$(III) \text{ 设点 } P \text{ 到平面 } ACE \text{ 的距离 } d, \text{ 则 } d = \frac{|\vec{PC} \cdot \vec{n}|}{|\vec{n}|} = \frac{2}{\sqrt{6}} = \frac{\sqrt{6}}{3}$$

所以点 P 到平面 BDE 的距离 $\frac{\sqrt{6}}{3}$ 14分

18. (本小题满分 14 分)

解: (I) 设“抽取的这名学生两科成绩相差大于 10 分”为事件 A 1分

由图可得数学、语文成绩相差大于 10 分的学生编号分别是 2,5,6,7,8, 共有 5 人, 所以 $P(A) = \frac{1}{2}$ 4分

(II) 设“抽取的这 2 人中恰有一个是语文成绩高于数学成绩”为事件 B 5分

因为两科成绩均超过 70 分的学生编号分别是 1,3,4,9,10, 则构成的样本空间

$\Omega = \{(1,3), (1,4), (1,9), (1,10), (3,4), (3,9), (3,10), (4,9), (4,10), (9,10)\}$ 共 10 个样本点

事件 B 包含 $\{(1,3), (1,9), (3,4), (3,10), (4,9), (9,10)\}$ 共 6 个样本点.....9 分

所以这 2 人中恰有一个是语文成绩高于数学成绩的概率 $P(B) = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$;10 分

(III) $X_1 > X_2, D_1 < D_2$ 14 分

19.(本小题满分 14 分)

解:

(I) 证明: 因为正方形 $ABCD$,

所以 $BC \perp CD$.

因为平面 $ABCD \perp$ 平面 CDE , 且平面 $ABCD \cap$ 平面 $CDE = CD$,

所以 $BC \perp$ 平面 CDE2 分

因为 $DE \subset$ 平面 CDE ,

所以 $BC \perp DE$.

因为 $CD = CE$, F 为 DE 的中点,

所以 $CF \perp DE$, 且 $BC \cap CF = C$,

所以 $DE \perp$ 平面 BCF5 分

解法二:

(I) 因为正方形 $ABCD$,

所以 $BC \perp CD$.

因为平面 $ABCD \perp$ 平面 CDE , 且平面 $ABCD \cap$ 平面 $CDE = CD$,

所以 $BC \perp$ 平面 CDE2 分

所以 $BC \perp CE$

因为 $\angle DCE = 90^\circ$ 所以 BC, CE, CD 互相垂直.

以 C 为原点, 以 CB, CE, CD 分别为 x, y, z 轴建立空间直角坐标系

由题意 $C(0,0,0), B(2,0,0), D(0,0,2), E(0,2,0), F(0,1,1)$4 分

所以 $\overrightarrow{DE} = (0, 2, -2), \overrightarrow{CF} = (0, 1, 1), \overrightarrow{CB} = (2, 0, 0)$.

因为 $\overrightarrow{DE} \cdot \overrightarrow{CB} = 0, \overrightarrow{DE} \cdot \overrightarrow{CF} = 0$

即 $DE \perp CB, DE \perp CF$

$$CB \cap CF = C$$

所以 $DE \perp$ 平面 BCF 6分

(II) 因为点 P 在线段 BE 上, 设 $P(x, y, 0)$.

所以存在 $\lambda \in [0, 1]$, 使得 $\overrightarrow{BP} = \lambda \overrightarrow{BE}$.

因为 $\overrightarrow{BP} = (x-2, y, 0)$, $\overrightarrow{BE} = (-2, 2, 0)$,

$$\text{所以 } \begin{cases} x-2 = -2\lambda \\ y = 2\lambda \end{cases}, \text{ 所以 } P(2-2\lambda, 2\lambda, 0).$$

所以 $\overrightarrow{CP} = (2-2\lambda, 2\lambda, 0)$,8分

设平面 CFP 的一个法向量为 $\vec{n} = (a, b, c)$,

$$\text{则 } \begin{cases} \overrightarrow{CP} \cdot \vec{n} = 0 \\ \overrightarrow{CF} \cdot \vec{n} = 0 \end{cases}, \text{ 即 } \begin{cases} (2-2\lambda)a + 2\lambda b = 0 \\ b + c = 0 \end{cases}.$$

所以 $\vec{n} = (\frac{\lambda}{1-\lambda}, -1, 1)$10分

因为 $DE \perp$ 平面 BCF ,

所以平面 BCF 的一个法向量是 $\overrightarrow{DE} = (0, 2, -2)$,11分

又因为平面 CFP 与平面 BCF 所成二面角的余弦值为 $\frac{\sqrt{3}}{3}$,

$$\text{所以 } \cos \langle \overrightarrow{DE}, \vec{n} \rangle = \frac{|\overrightarrow{DE} \cdot \vec{n}|}{|\overrightarrow{DE}| |\vec{n}|} = \frac{4}{\sqrt{2 + (\frac{\lambda}{1-\lambda})^2} \times 2\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{3}}{3}, \text{13分}$$

所以 $\lambda = \frac{2}{3}$ 或 $\lambda = 2 \notin [0, 1]$ 舍去. 所以 $\frac{BP}{BE} = \frac{2}{3}$14分

20.(本小题满分 14 分)

解: (I) 由椭圆方程可知, 椭圆焦点在 x 轴,

因为离心率 $e = \frac{\sqrt{3}}{2}$, 且过点 $B(0, 1)$.

$$\text{所以 } \begin{cases} b=1 \\ \frac{c}{a} = \frac{\sqrt{3}}{2} \\ a^2 = b^2 + c^2 \end{cases} \Rightarrow a=2, c=\sqrt{3}, \dots\dots\dots 4 \text{ 分}$$

所以椭圆的标准方程 $\frac{x^2}{4} + y^2 = 1$ 5 分

(II) 解法一: 当直线 l 斜率不存在时, $C(0, -1)$, 又椭圆右顶点为 $A(2, 0)$

此时 $k_{AB} = -\frac{1}{2}, k_{AC} = \frac{1}{2}, k_{AB} \cdot k_{AC} \neq -1$, 不满足 $BA \perp AC$ 6 分

因此设直线 $l: y = kx + 1, C(x_0, y_0)$ 7 分

$$\begin{cases} y = kx + 1 \\ x^2 + 4y^2 = 4 \end{cases} \Rightarrow (1 + 4k^2)x^2 + 8kx = 0$$

因为 $B(0, 1)$, 所以 $C\left(\frac{-8k}{1+4k^2}, \frac{1-4k^2}{1+4k^2}\right)$ 10 分

因为 $BA \perp AC, k_{AB} = -\frac{1}{2}$, 所以 $k_{AC} = 2$,11 分

$$\text{即 } k_{AC} = \frac{1-4k^2}{-8k-2-8k^2} = 2, \text{ 整理得 } 12k^2 + 16k + 5 = 0,$$

解得: $k = -\frac{5}{6}$, 或者 $k = -\frac{1}{2}$ (C 与 A 重合, 舍)13 分

所以直线 $l: y = -\frac{5}{6}x + 1$ 14 分

解法二: 因为 $BA \perp AC, k_{AB} = -\frac{1}{2}$, 所以 $k_{AC} = 2$,6 分

因此设直线 $AC: y = 2(x - 2)$ 7 分

$$\begin{cases} y = 2(x - 2) \\ x^2 + 4y^2 = 4 \end{cases} \Rightarrow 17x^2 - 64x + 60 = 0 \dots\dots\dots 9 \text{ 分}$$

设 $C(x_0, y_0)$, 又椭圆右顶点为 $A(2, 0)$ 10 分

$$\text{所以 } 2x_0 = \frac{60}{17} \Rightarrow x_0 = \frac{30}{17}, y_0 = -\frac{8}{17} \text{ 即 } C\left(\frac{30}{17}, -\frac{8}{17}\right) \dots\dots\dots 12 \text{ 分}$$

$$\text{得 } k_{BC} = -\frac{5}{6},$$

因此直线 $l: y = -\frac{5}{6}x + 1$ 14分

21. (本小题满分 15 分)

解: (I)

解法 1: 根据题意

$$|PF_1| + |PF_2| = \sqrt{(1+1)^2 + (\frac{3}{2}-0)^2} + \sqrt{(1-1)^2 + (\frac{3}{2}-0)^2} = 4,$$

根据椭圆的定义得 $2a = 4$, 所以 $a = 2$3分

因为椭圆的左、右焦点分别为 $F_1(-1,0)$, $F_2(1,0)$,

由 $c^2 = a^2 - b^2$ 所以 $b^2 = 3$.

所以椭圆的标准方程为 $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1$5分

解法 2: 根据题意可知: $PF_2 \perp x$ 轴,

在直角三角形 PF_1F_2 中, 由 $|F_1F_2| = 2, |PF_2| = \frac{3}{2}$, 解得 $|PF_1| = \frac{5}{2}$

即 $|PF_1| + |PF_2| = 4 = 2a$, 所以 $a = 2$3分

因为椭圆的左、右焦点分别为 $F_1(-1,0)$, $F_2(1,0)$,

由 $c^2 = a^2 - b^2$ 所以 $b^2 = 3$.

所以椭圆的标准方程为 $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1$5分

(II) 若直线 l 的斜率不存在, 则直线方程为 $x = 1$ 或 $x = -1$.

当 $x = 1$ 时, $A(1, \frac{3}{2}), B(1, -\frac{3}{2})$,

此时 $\lambda = \overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB} = (1, \frac{3}{2}) \cdot (1, -\frac{3}{2}) = -\frac{5}{4}$.

同理当 $x = -1$ 时, $\lambda = \overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB} = (-1, \frac{3}{2}) \cdot (-1, -\frac{3}{2}) = -\frac{5}{4}$.

所以当直线 l 的斜率不存在时 $\lambda = \overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB} = -\frac{5}{4}$7分

若直线 l 的斜率存在, 设直线 $l: y = kx + m$, 与椭圆交点 $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2)$.

因为直线 l 和圆相切, 所以 $d = \frac{|m|}{\sqrt{k^2+1}} = 1$,

化简得 $m^2 = k^2 + 1$9分

$$\text{联立方程} \begin{cases} y = kx + m \\ \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1 \end{cases}, \text{消} y \text{得} (4k^2 + 3)x^2 + 8kmx + 4m^2 - 12 = 0,$$

显然 $\Delta > 0$.

$$\text{所以 } x_1 + x_2 = \frac{-8km}{4k^2 + 3}, \quad x_1x_2 = \frac{4m^2 - 12}{4k^2 + 3}. \text{12分}$$

$$\text{因此 } \lambda = \overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB} = x_1x_2 + y_1y_2 = x_1x_2 + (kx_1 + m)(kx_2 + m)$$

$$= (1+k^2)x_1x_2 + km(x_1+x_2) + m^2$$

$$= \frac{7m^2 - 12k^2 - 12}{4k^2 + 3}$$

由 $m^2 = k^2 + 1$ 代入得:

$$\lambda = \frac{7m^2 - 12(k^2 + 1)}{3 + 4k^2} = \frac{-5m^2}{4m^2 - 1} = \frac{-5}{4 - \frac{1}{m^2}} \text{13分}$$

因为 $m^2 = k^2 + 1 \geq 1$, 所以 $-\frac{5}{3} \leq \lambda < -\frac{5}{4}$14分

综上所述, $-\frac{5}{3} \leq \lambda \leq -\frac{5}{4}$15分

(若用其他方法解题, 请酌情给分)

关于我们

北京高考在线创办于 2014 年，隶属于北京太星网络科技有限公司，是北京地区极具影响力的中学升学服务平台。主营业务涵盖：北京新高考、高中生涯规划、志愿填报、强基计划、综合评价招生和学科竞赛等。

北京高考在线旗下拥有网站门户、微信公众平台等全媒体矩阵生态平台。平台活跃用户 40W+，网站年度流量数千万量级。用户群体立足于北京，辐射全国 31 省市。

北京高考在线平台一直秉承“精益求精、专业严谨”的建设理念，不断探索“K12 教育+互联网+大数据”的运营模式，尝试基于大数据理论为广大中学和家长提供新鲜的高考资讯、专业的高考政策解读、科学的升学规划等，为广大高校、中学和教科研单位提供“衔接和桥梁纽带”作用。

平台自创办以来，为众多重点大学发现和推荐优秀生源，和北京近百所中学达成合作关系，累计举办线上线下升学公益讲座数百场，帮助数十万考生顺利通过考入理想大学，在家长、考生、中学和社会各界具有广泛的口碑影响力

未来，北京高考在线平台将立足于北京新高考改革，基于对北京高考政策研究及北京高校资源优势，更好的服务全国高中家长和学生。



微信搜一搜

北京高考资讯