

数学试卷

注意事项:

- 1.答卷前,考生务必将自己的姓名、考场号、座位号、准考证号填写在答题卡上。
- 2.回答选择题时,选出每小题答案后,用2B铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号。回答非选择题时,将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。
- 3.考试结束后,将本试卷和答题卡一并交回。

考试时间为120分钟,满分150分

一、选择题:本题共8小题,每小题5分,共40分。在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的。

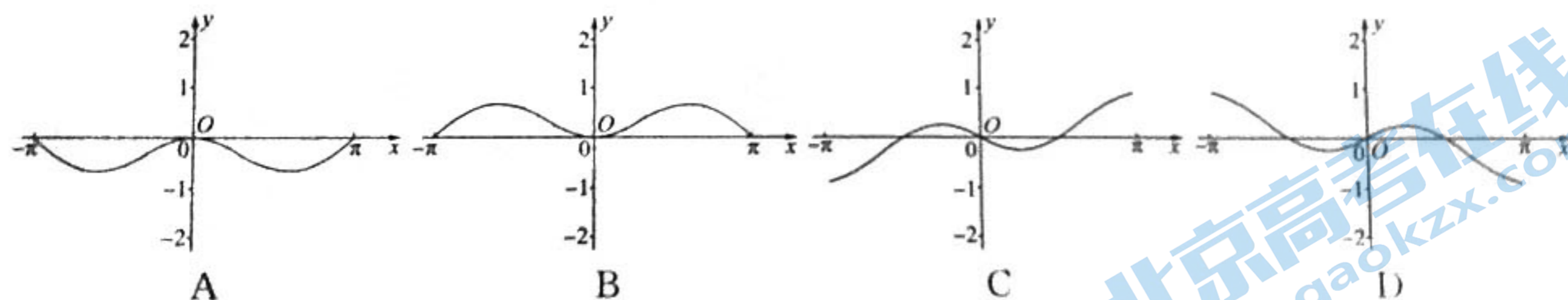
1.若集合 $A = \{x \mid x^2 - x - 2 < 0\}$, $B = \{x \mid 0 < x < 3\}$, 则 $A \cap B =$

- A. $(-1, 0)$ B. $(0, 2)$ C. $(2, 3)$ D. $(-1, 3)$

2.已知 $zi = 2 + i$, 则复数 z 在复平面内对应的点在

- A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限

3.函数 $f(x) = \frac{\sin x \ln(\sqrt{x^2+1} - x)}{2}$ 在 $[-\pi, \pi]$ 上的图象大致为



4.命题“ $\forall x \in (1, 2), \log_2 x - a < 0$ ”为真命题的一个充分不必要条件是

- A. $a \geq 0$ B. $a \geq 2$ C. $a \geq 1$ D. $a \leq 4$

5.已知 $\tan(\alpha + \beta), \tan(\alpha - \beta)$ 是方程 $x^2 + 5x + 6 = 0$ 的两个根, 则 $\tan 2\alpha =$

- A. -1 B. 1 C. -2 D. 2

6.已知函数 $f(x) = \frac{1}{2}x^2 + \cos x - 2$, 设 $a = f(\log_2 0.2)$, $b = f(\log_{0.3} 0.2)$, $c = f(0.2^{0.3})$, 则

- A. $a > c > b$ B. $a > b > c$ C. $c > b > a$ D. $b > c > a$

7.已知函数 $f(x) = \begin{cases} x^2 - 2ax - 2, & x \leq 2, \\ x + \frac{36}{x} - 6a, & x > 2, \end{cases}$ 若 $f(x)$ 的最小值为 $f(2)$, 则实数 a 的取值范围为

- A. $[2, 5]$ B. $[2, +\infty)$ C. $[2, 6]$ D. $(-\infty, 5]$

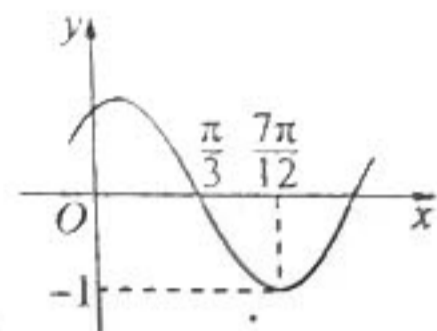
8. 对于函数 $f(x)$ 和 $g(x)$, 设 $\alpha \in \{x | f(x) = 0\}$, $\beta \in \{x | g(x) = 0\}$, 若存在 α, β , 使得 $|\alpha - \beta| \leq 1$, 则称 $f(x)$ 和 $g(x)$ 互为“零点相邻函数”, 若函数 $f(x) = \lg(x-1) + e^{x-2} - 1$ 与 $g(x) = x^2 - ax - a + 8$ 互为“零点相邻函数”, 则实数 a 的取值范围是

- A. $[\frac{17}{4}, \frac{9}{2}]$ B. $[4, \frac{9}{2}]$ C. $[\frac{7}{3}, 3]$ D. $[2, 4]$

二、选择题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分。在每小题给出的选项中, 有多项符合题目要求。全部选对的得 5 分, 部分选对的得 2 分, 有选错的得 0 分。

9. 函数 $f(x) = A \sin(\omega x + \varphi)$ (其中 $A > 0, \omega > 0, |\varphi| < \frac{\pi}{2}$) 的图象如图所示, 则下列说法正确的是

- A. 函数 $f(x)$ 的周期是 2π
 B. $\varphi = \frac{\pi}{3}$
 C. 为了得到 $g(x) = \cos 2x$ 的图象, 只需将 $f(x)$ 的图象向左平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位长度
 D. 为了得到 $g(x) = \cos 2x$ 的图象, 只需将 $f(x)$ 的图象向左平移 $\frac{\pi}{12}$ 个单位长度



10. 已知函数 $f(x) = \ln x, g(x) = kx - 1$ 下列说法正确的是

- A. 当 $k = 1$ 时, $g(x)$ 的图象为函数 $f(x)$ 图象的切线
 B. $k \leq 0$ 时方程 $f(x) = g(x)$ 只有一个解
 C. 当 $k > 0$ 时, 函数 $F(x) = f(x)g(x)$ 为增函数
 D. 当 $k \geq 1$ 时, 对任意的 $x \in [1, +\infty), f(x)g(x) \geq 0$ 恒成立

11. 已知 a, b 均为正实数, 且 $4a + b(1-a) = 0$, 则下列不等式正确的是

- A. $ab \geq 16$ B. $2a + b \geq 6 + 4\sqrt{2}$ C. $a - b < 0$ D. $\frac{1}{a^2} + \frac{16}{b^2} \geq \frac{1}{2}$

12. 已知 $f(x)$ 是定义在 \mathbf{R} 上的函数, 且满足 $f(3x-2)$ 为偶函数, $f(2x-1)$ 为奇函数, 则下列说法正确的是

- A. 函数 $f(x)$ 的周期为 2 B. 函数 $f(x)$ 的周期为 4
 C. 函数 $f(x)$ 关于点 $(-1, 0)$ 中心对称 D. $f(2023) = 0$

三、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分。

13. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} 2-x, & x < 0, \\ 2-x^2, & x \geq 0, \end{cases}$ 则不等式 $f(2a+1) > f(3a-4)$ 的解集为 _____.

14. 已知 $\alpha \in [0, 2\pi), \cos \alpha + 3\sin \alpha = \sqrt{10}$, 则 $\tan \alpha =$ _____.

15. 已知 $z \in \mathbf{C}$, 且 $|z-i| = 1, i$ 为虚数单位, 则 $|z-2|$ 的最大值是 _____.

16. 已知函数 $f(x) = (kx+2k)e^x, g(x) = x+1$, 若不等式 $f(x) < g(x)$ 的解集中恰有两个非负整数, 则实数 k 的取值范围为 _____.

四、解答题：本题共 6 小题，共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17. (10 分) 已知函数 $f(x) = -4\cos x \cdot \cos\left(x - \frac{2\pi}{3}\right) + 1$.

(1) 求函数 $f(x)$ 的单调递减区间；

(2) 求函数 $f(x)$ 在区间 $\left[\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{4}\right]$ 上的值域.

18. (12 分) 已知 $f(x) = 2\sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right)\cos x + \sin\left(2x + \frac{\pi}{3}\right) - \frac{\sqrt{3}}{2}$.

(1) 求 $f(x)$ 的值域；

(2) 若函数 $g(x) = f(x) - k$ 在 $\left[0, \frac{\pi}{4}\right]$ 上有两个不同的零点，求实数 k 的取值范围.

19. (12 分) 为响应国家环保的号召，某企业计划 2020 年引进新型环保设备生产新能源汽车，通过市场分析，全年需投入固定成本 1 000 万元，每生产 x (百辆) 汽车，需另投入成本 $C(x)$ 万

元，且 $C(x) = \begin{cases} 10x^2 + 500x, & 0 < x < 20, \\ 801x + \frac{400}{x} - 2000, & x \geq 20, \end{cases}$ 若每辆新能源汽车售价为 8 万元，并且全年内生

产的汽车当年能全部销售完.

(1) 求 2020 年的利润 L (万元) 关于年产量 x (百辆) 的函数关系式 $L(x)$ (其中利润 = 销售收入 - 成本)

(2) 当 2020 年产量为多少百辆时，企业所获利润最大？并求最大利润.

20. (12分) 已知函数 $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + 1$ 在点 $P(1, f(1))$ 处的切线方程为 $4x - y - 2 = 0$.

(1) 求函数 $f(x)$ 的单调区间;

(2) 若函数 $g(x) = f(x) - m$ 有三个零点, 求实数 m 的取值范围.

21. (12分) 已知函数 $f(x) = \log_3(4^x - 9 \times 2^{x+1} + 113)$, 函数 $g(x) = x^2 - 2mx + 5m$.

(1) 求不等式 $f(x) \leq 4$ 的解集;

(2) 若 $\forall x_1 \in [1, 3], \exists x_2 \in [0, 2]$, 使得 $f(x_1) \leq g(x_2)$, 求实数 m 的取值范围.

22. (12分) 已知函数 $f(x) = 2x - \sin x - a \ln x$.

(1) 当 $a = 0$ 时, $\forall x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right], f(x) \leq mx$, 求实数 m 的取值范围;

(2) 若 $\exists x_1, x_2 \in (0, +\infty), x_1 \neq x_2$, 使得 $f(x_1) = f(x_2)$, 求证: $x_1 x_2 \leq a^2$.

关于我们

北京高考在线创办于 2014 年，隶属于北京太星网络科技有限公司，是北京地区极具影响力的中学升学服务平台。主营业务涵盖：北京新高考、高中生涯规划、志愿填报、强基计划、综合评价招生和学科竞赛等。

北京高考在线旗下拥有网站门户、微信公众平台等全媒体矩阵生态平台。平台活跃用户 40W+，网站年度流量数千万量级。用户群体立足于北京，辐射全国 31 省市。

北京高考在线平台一直秉承 “精益求精、专业严谨” 的建设理念，不断探索 “K12 教育+互联网+大数据” 的运营模式，尝试基于大数据理论为广大中学和家长提供新鲜的高考资讯、专业的高考政策解读、科学的升学规划等，为广大高校、中学和教科研单位提供 “衔接和桥梁纽带” 作用。

平台自创办以来，为众多重点大学发现和推荐优秀生源，和北京近百所中学达成合作关系，累计举办线上线下升学公益讲座数百场，帮助数十万考生顺利通过考入理想大学，在家长、考生、中学和社会各界具有广泛的口碑影响力

未来，北京高考在线平台将立足于北京新高考改革，基于对北京高考政策研究及北京高校资源优势，更好的服务全国高中家长和学生。



微信搜一搜

北京高考资讯