

2019-2020 学年度北京市第八十中学第一学期

高一数学期中考试题

一、选择题

1. 已知集合  $A = \{3, 5, 6, 8\}$ ,  $B = \{1, 3, 5\}$ , 那么  $A \cap B = ( \quad )$

- A.  $\{1, 3, 5, 6, 8\}$       B.  $\{6, 8\}$       C.  $\{3, 5\}$       D.  $\{1, 6, 8\}$

2. 如果  $a > b$ , 那么下列不等式一定成立的是 ( )

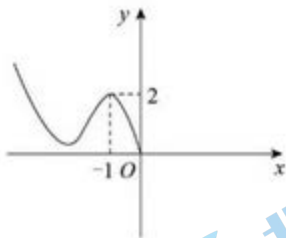
- A.  $a + c > b + c$       B.  $c - a > c - b$       C.  $-2a > -2b$       D.  $a^2 > b^2$

3. 给出下列四个函数: ①  $y = -x^2 + 1$ ; ②  $y = \sqrt{x}$ ; ③  $y = -\frac{1}{x}$ ; ④  $y = |x|$ .

其中在区间  $(0, +\infty)$  上是减函数的是 ( )

- A. ①      B. ②      C. ③      D. ④

4. 如图, 给出了偶函数  $y = f(x)$  的局部图象, 那么  $f(1)$  等于 ( )



- A. -4      B. -2      C. 2      D. 4

5. 如果幂函数  $f(x) = x^a$  的图象经过点  $(2, 4)$ , 则  $f(x)$  在定义域内 ( )

- A. 为增函数      B. 为减函数      C. 有最小值      D. 有最大值

6. 已知  $a > 0$ , 那么  $a - 2 + \frac{4}{a}$  的最小值是 ( )

- A. 1      B. 2      C. 4      D. 5

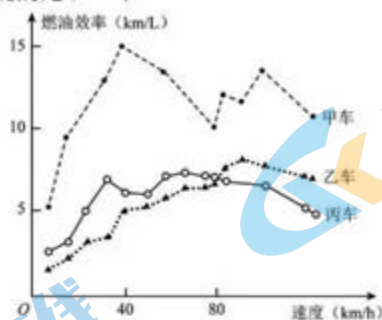
7. 下列函数中, 与函数  $y = x(x \geq 0)$  有相同图象的一个是 ( )

- A.  $y = \sqrt{x^2}$       B.  $y = \frac{x^2}{x}$       C.  $y = \sqrt[3]{x^2}$       D.  $y = (\sqrt{x})^2$

8. 设  $x, y \in \mathbb{R}$ , 则 “ $x + y > 0$ ” 是 “ $xy > 0$ ” 的 ( )

- A. 充分不必要条件      B. 必要不充分条件  
C. 充分必要条件      D. 既不充分也不必要条件

9. 汽车的“燃油效率”是指汽车每消耗 1 升汽油行驶的里程，下图描述了甲、乙、丙三辆汽车在不同速度下的燃油效率情况，下列叙述中正确的是( )



- A. 消耗 1 升汽油，乙车最多可行驶 5 千米  
 B. 以相同速度行驶相同路程，三辆车中，甲车消耗汽油最多  
 C. 甲车以 80 千米/小时的速度行驶 1 小时，消耗 10 升汽油  
 D. 某城市机动车最高限速 80 千米/小时，相同条件下，在该市用丙车比用乙车更省油

10. 函数  $f(x) = \begin{cases} x^2, & x \geq t \\ x, & 0 < x < t \end{cases}$  ( $t > 0$ ) 是区间  $(0, +\infty)$  上的增函数，则  $t$  的取值范围是( )

- A. 1                      B.  $(0, +\infty)$                       C.  $(1, +\infty)$                       D.  $[1, +\infty)$

11. 若函数  $f(x)$  同时满足：(1) 对于定义域内的任意  $x$ ，有  $f(x) + f(-x) = 0$ ；(2) 对于定义域内的任意  $x_1, x_2$ ，

当  $x_1 \neq x_2$  时，有  $\frac{f(x_1) - f(x_2)}{x_1 - x_2} < 0$ ，则称函数  $f(x)$  为“理想函数”。给出下列四个函数：①  $f(x) = x^2$ ；

②  $f(x) = -x^2$ ；③  $f(x) = x - \frac{1}{x}$ ；④  $f(x) = \begin{cases} -x^2, & x \geq 0 \\ x^2, & x < 0 \end{cases}$ 。

其中是“理想函数”的序号是( )

- A. ①②                      B. ②③                      C. ②④                      D. ③④

12. 对于集合  $M = \{a \mid a = x^2 - y^2, x \in \mathbb{Z}, y \in \mathbb{Z}\}$ ，给出如下三个结论：

- ① 如果  $P = \{b \mid b = 2n + 1, n \in \mathbb{Z}\}$ ，那么  $P \subset M$ ；  
 ② 如果  $c = 4n + 2, n \in \mathbb{Z}$ ，那么  $c \in M$ ；  
 ③ 如果  $a_1 \in M, a_2 \in M$ ，那么  $a_1 a_2 \in M$ 。

其中正确结论的个数是( )

- A. 0                      B. 1                      C. 2                      D. 3

二、填空题

13. 已知函数  $f(x) = \begin{cases} 1, & x \geq 0 \\ -2x, & x < 0 \end{cases}$ ，如果  $f(m) = 4$ ，那么实数  $m$  的值为\_\_\_\_\_。

14. 已知二次函数  $f(x)$  满足下表所给对应关系:

$x$	1	2	4
$f(x)$	0	-1	0

则不等式  $f(x) < 0$  的解集为\_\_\_\_\_.

15. 命题 “ $\forall x \in \mathbf{R}, |x| + 1 \geq 1$ ” 的否定是\_\_\_\_\_.

16. 函数  $y = f(x) (x \neq 0)$  是奇函数, 且当  $x \in (0, +\infty)$  时, 函数  $y = f(x)$  单调递增. 若  $f(1) = 0$ , 则

$f(-1) =$  \_\_\_\_\_, 不等式  $f(x) < 0$  的解集为\_\_\_\_\_.

17. 若 “ $x^2 - 2x - 3 > 0$ ” 是 “ $x < a$ ” 的必要不充分条件, 则实数  $a$  的最大值为\_\_\_\_\_.

18. 已知函数  $f(x) = \frac{4}{\sqrt{mx^2 - 2mx + 1}}$  的定义域为  $\mathbf{R}$ , 则实数  $m$  的取值范围是\_\_\_\_\_.

19. 设函数  $f(x) = x - [x] (x \geq 0)$ , 其中  $[x]$  表示不超过  $x$  的最大整数, 如:  $[\sqrt{5}] = 1, [2] = 2$ . 若函数  $y = kx$  的

图象与函数  $f(x)$  的图象恰有 3 个交点, 则实数  $k$  的取值范围是\_\_\_\_\_.

20. 已知函数  $f(x) = \begin{cases} x + \frac{4}{x}, & 0 < x < 4 \\ -x^2 + 10x - 20, & x \geq 4 \end{cases}$ , 若有且仅有不相等的三个正数  $x_1, x_2, x_3$ , 使得

$f(x_1) = f(x_2) = f(x_3)$ , 则  $x_1 + x_2 + x_3$  的值为\_\_\_\_\_.

若存在  $0 < x_1 < x_2 < x_3 < x_4$ , 使得  $f(x_1) = f(x_2) = f(x_3) = f(x_4)$ , 则  $x_1 x_2 x_3 x_4$  的取值范围是\_\_\_\_\_.

### 三、解答题

21. 已知集合  $A = \{x | x^2 - 4x + 3 \leq 0\}$ ,  $B = \{x | \frac{1}{x-1} > 0\}$ .

(1) 求  $(C_B) \cup A$ .

(2) 若集合  $C = \{x | (x-a)(x-a-1) < 0\} (a \in \mathbf{R})$ , 且  $C \subseteq A$ , 求实数  $a$  的取值范围.

22. 已知函数  $f(x) = \frac{ax+b}{x^2+1}$  是定义在  $(-1,1)$  上的奇函数, 且  $f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{2}{5}$ .

- (1) 确定函数  $f(x)$  的解析式;
- (2) 用定义证明函数  $f(x)$  在区间  $(-1,1)$  上是增函数;
- (3) 解不等式  $f(t-1) + f(t) < 0$ .

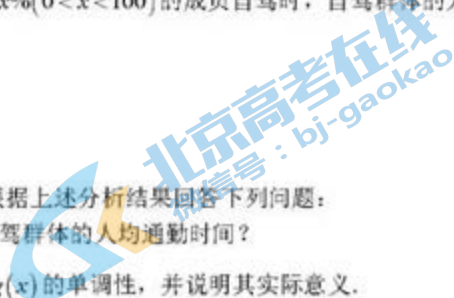


23. 某群体的人均通勤时间, 是指单日内该群体中成员从居住地到工作地的平均用时. 某地上班族  $S$  中的成员仅以自驾或公交方式通勤. 分析显示: 当  $S$  中  $x\%$  ( $0 < x < 100$ ) 的成员自驾时, 自驾群体的人均通勤时间为:

$$f(x) = \begin{cases} 30, & 0 < x \leq 30 \\ 2x + \frac{1800}{x} - 90, & 30 < x < 100 \end{cases} \quad (\text{单位: 分钟}).$$

而公交群体的人均通勤时间不受  $x$  影响, 恒为 40 分钟. 试根据上述分析结果回答下列问题:

- (1) 当  $x$  在什么范围内时, 公交群体的人均通勤时间少于自驾群体的人均通勤时间?
- (2) 求该地上上班族  $S$  的人均通勤时间  $g(x)$  的表达式; 讨论  $g(x)$  的单调性, 并说明其实际意义.



24. 设函数  $y=f(x)$  与函数  $y=f(f(x))$  的定义域交集为  $D$ ，集合  $M$  是由所有具有性质：“对任意的  $x \in D$ ，都有  $f(f(x))=x$ ” 的函数  $f(x)$  组成的集合。

(1) 判断函数  $f(x)=2x-1$  和  $g(x)=\frac{1}{x}$  是不是集合  $M$  中的元素？并说明理由。

(2) 设函数  $f(x) \in M$ ，且  $f(x)=kx+b(k \neq 0)$ ，试求函数  $f(x)$  的解析式。

(3) 已知  $f(x)=\frac{ax}{x+b} \in M$ ，试求实数  $a, b$  应满足的关系。

