

北京市广渠门中学 2022—2023 学年度第一学期期中质量检测  
高一年级数学试卷  
2022.11

本试卷共 4 页，150 分，考试时长 120 分钟，考生务必将答案答在答题卡上，在试卷上作答无效。

第一部分（选择题 共 40 分）

一、选择题共 10 小题，每小题 4 分，共 40 分。在每小题列出的四个选项中，选出符合题目要求的一项。

(1) 已知集合  $A = \{x | x > 1\}$ ， $B = \{x | -2 \leq x \leq 2\}$ ，则集合  $A \cup B =$

- (A)  $\{x | 1 < x \leq 2\}$  (B)  $\mathbf{R}$  (C)  $\{x | x \geq -2\}$  (D)  $\{x | x > 1\}$

(2) 命题“ $\exists x > 2, x^3 - 2x^2 < 0$ ”的否定为

- (A)  $\forall x > 2, x^3 - 2x^2 \geq 0$  (B)  $\forall x > 2, x^3 - 2x^2 > 0$   
(C)  $\exists x < 2, x^3 - 2x^2 \geq 0$  (D)  $\exists x < 2, x^3 - 2x^2 > 0$

(3) 下列四组中的给出的两个函数，为同一个函数的是

- (A)  $f(x) = x^2 - x$ ， $g(x) = x^2 - |x|$  (B)  $f(x) = x - 1$ ， $g(t) = \frac{t^2}{t} - 1$   
(C)  $f(x) = x^2$ ， $g(x) = (\sqrt{x})^4$  (D)  $f(x) = \sqrt{x^2}$ ， $g(t) = |t|$

(4) 函数  $f(x) = \frac{2x^2 + 2x}{x + 1}$  是

- (A) 奇函数 (B) 偶函数  
(C) 既是奇函数又是偶函数 (D) 既不是奇函数又不是偶函数

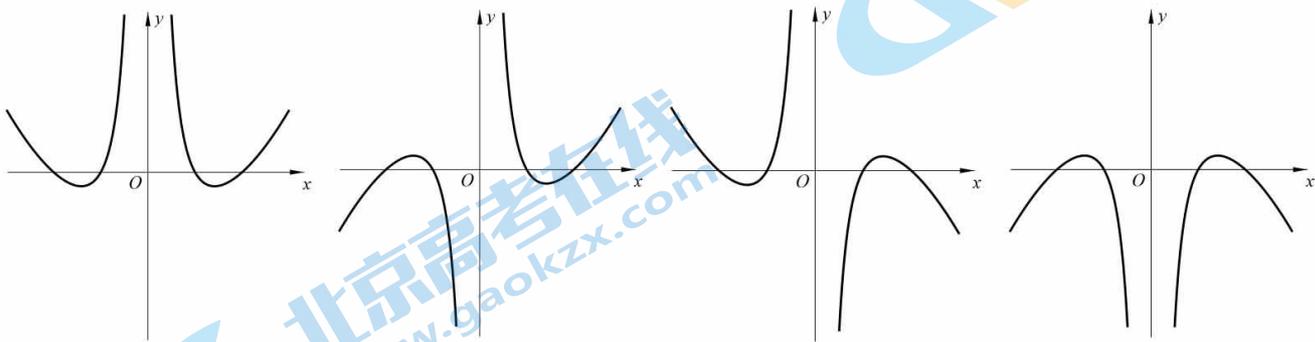
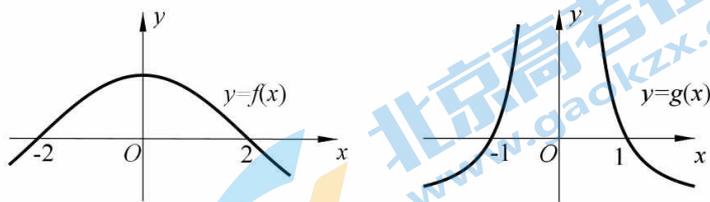
(5) 任意实数  $a, b, c$ ，在下列命题中，真命题是

- (A) “ $ac > bc$ ”是“ $a > b$ ”的必要条件  
(B) “ $ac = bc$ ”是“ $a = b$ ”的必要条件  
(C) “ $ac > bc$ ”是“ $a > b$ ”的充分条件

关注北京高考在线官方微信：北京高考资讯(微信号:bjgkzx)，获取更多试题资料及排名分析信息。

(D) “ $ac = bc$ ” 是 “ $a = b$ ” 的充分条件

(6) 已知函数  $y = f(x)$  和  $y = g(x)$  的图象如图所示，则函数  $y = f(x)g(x)$  的图象可能是



(A)

(B)

(C)

(D)

(7) 已知  $f(x) = \begin{cases} (3a-1)x + 4a, & x < 1, \\ \frac{a}{x}, & x \geq 1. \end{cases}$  是减函数，那么实数  $a$  的取值范围是

(A)  $[\frac{1}{6}, \frac{1}{3})$

(B)  $(0, \frac{1}{3})$

(C)  $(0, 1)$

(D)  $[\frac{1}{6}, 1)$

(8)  $\exists x \in \mathbf{R}$ , 使  $ax^2 - 4x + a > 0$  成立，则实数  $a$  的取值范围是

(A)  $(2, +\infty)$

(B)  $(-2, +\infty)$

(C)  $(-\infty, -2) \cup [0, +\infty)$

(D)  $(-\infty, -2) \cup (2, +\infty)$

(9) 已知函数  $f(x)$  是定义在  $(-\infty, 0) \cup (0, +\infty)$  上的奇函数，当  $(0, +\infty)$  时， $f(x)$  的图象

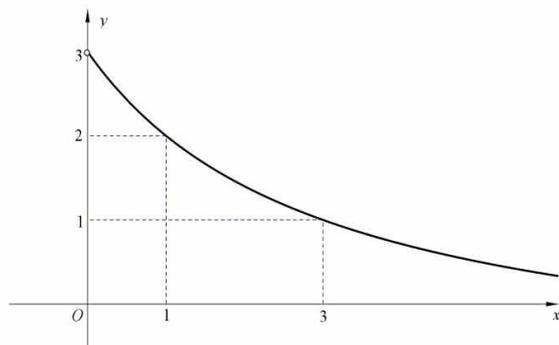
如图所示，那么满足不等式  $f(x) \geq \frac{3}{4}x + \frac{5}{4}$  的  $x$  的取值范围是

(A)  $(-\infty, -2] \cup (0, 1]$

(B)  $[-2, 0) \cup (0, 1]$

(C)  $(-\infty, -3] \cup (0, 1]$

(D)  $[-3, 0) \cup (0, 1]$



(10) 设  $A, B$  是  $\mathbf{R}$  中两个子集, 对于  $x \in \mathbf{R}$ , 定义:  $m = \begin{cases} 0, & x \notin A, \\ 1, & x \in A, \end{cases} n = \begin{cases} 0, & x \notin B, \\ 1, & x \in B. \end{cases}$

在这一定义下, 若  $\forall x \in \mathbf{R}, m+n=1$ , 则  $A, B$  满足

- (A)  $A \subseteq B$       (B)  $A = C_{\mathbf{R}}B$       (C)  $B \subseteq A$       (D)  $A \cap B \neq \emptyset$

## 第二部分 (非选择题 共 110 分)

二、填空题共 5 小题, 每小题 5 分, 共 25 分.

(11) 函数  $y = \sqrt{x^2 - 2x}$  的定义域是  $(-\infty, 0] \cup [2, +\infty)$ .

(12) 已知正实数  $m, n$  满足  $mn=1$ , 则当  $m = \frac{\sqrt{2}}{2}$  时,  $2m+n$  的最小值为  $2\sqrt{2}$ .

(13) 已知集合  $A = \{-2, -1, 1, 2, 3\}$ ,  $B = \{\frac{1}{9}, \frac{1}{4}, \frac{1}{3}, \frac{1}{2}, 1, 2, 3\}$ , 请用解析式法写出一个从集合  $A$  到集合  $B$  的函数 (注意不要写常数函数和分段函数形式, 并注意定义域)

$f(x) = |x|, x \in \{-2, -1, 1, 2, 3\}$ . (答案不唯一,  $f(x) = \frac{1}{|x|}$ ,  $f(x) = \frac{1}{x^2}$ )

(14) 设  $\min\{a, b\}$  表示实数  $a, b$  中的较小者.  $\forall x \in (0, 6]$ , 设  $f(x) = \min\{x, x^2 - 2x\}$ , 则

函数  $f(x) = \begin{cases} x^2 - 2x, & 0 \leq x \leq 3, \\ x, & 3 < x \leq 6. \end{cases}$  (用分段函数表示); 函数  $f(x)$  的值域为  $[-1, 6]$ .

(15) 设函数  $f(x) = \begin{cases} x^2 + 4x + 3, & x \leq 0, \\ \frac{1}{x}, & x > 0. \end{cases}$  给出下列四个结论:

① 函数  $f(x)$  的值域是  $\mathbf{R}$ ;

②  $\forall x_1, x_2 \in (-2, +\infty) (x_1 \neq x_2)$ , 有  $\frac{f(x_1) - f(x_2)}{x_1 - x_2} > 0$ ;

③  $\exists x_0 > 0$ , 使得  $f(-x_0) = f(x_0)$ ;

④ 若互不相等的实数  $x_1, x_2, x_3$  满足  $f(x_1) = f(x_2) = f(x_3)$ , 则  $x_1 + x_2 + x_3$  的取值范围是  $(-3, +\infty)$ .

其中所有正确结论的序号是 ①③④.

### 三、解答题共 6 小题，共 85 分，解答应写出文字说明，演算步骤或证明过程。

(16) (本小题 13 分)

设集合  $A = \{x \mid |x| < 2\}$ ,  $B = \{x \mid \frac{x-1}{x+3} < 0\}$ .

(I) 求集合  $A \cap B$ ;

(II) 设集合  $C = \{x \mid 2a < x < a-1\}$ , 若  $C \subseteq B$ , 求实数  $a$  的取值范围.

(I)  $\{x \mid -2 < x < 1\}$ ; (II)  $[-\frac{3}{2}, +\infty)$

(17) (本小题 13 分)

$$f(x) = x - \frac{1}{x}.$$

(I) 判断  $f(x)$  奇偶性并说明理由;

(II) 求证: 函数  $f(x)$  在区间  $(0, +\infty)$  上单调递增.

(I) 奇函数; (II) 略

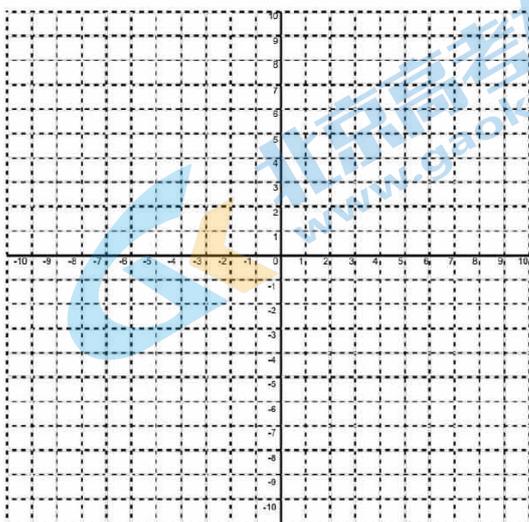
(18) (本小题 14 分)

$$\text{已知函数 } f(x) = \begin{cases} -x(x+4), & x \leq 0, \\ x, & x > 0. \end{cases}$$

(I) 求  $f(f(-1))$ ;

(II) 若  $f(a) = 3$ , 求  $a$  的值;

(III) 若函数  $f(x)$  的图象与直线  $y = m$  有三个交点, 请画出函数  $f(x)$  的图象并写出实数  $m$  的取值范围 (不需要证明).



(I)  $f(f(-1)) = 3$ ; (II)  $a = -3$  或  $a = -2$ ,  $a = 3$ ;

(III)  $(0, 4)$ .

(19) (本小题 15 分)

某公司购买了一批共享单车投放给市民使用.据市场分析, 由于公司在共享单车成本、维修、搬运等方面的花销, 每辆单车的营运累计收入  $f(x)$  (单位: 元) 与营运天数  $x$  ( $x \in \mathbf{N}_+$ )

$$\text{满足 } f(x) = -\frac{1}{2}x^2 + 58x - 800.$$

(I) 为保证营运累计收入不为负, 求每辆单车最多营运的天数;

(II) 每辆单车营运多少天时, 才能使每天的平均营运收入最大?

(I) 100; (II) 40.

(20) (本小题 15 分)

二次函数  $f(x)$  满足  $f(0) = 1$ ，再从条件①和条件②两个条件中选择一个作为已知，完成下面问题.

(I) 求  $f(x)$  的解析式;

(II) 在区间  $[-1, 1]$  上，函数  $f(x)$  的图象总在一次函数  $y = 2x + m$  图象的上方，试确定实数  $m$  的取值范围;

(III) 设当  $x \in [t, t+2] (t \in \mathbf{R})$  时，函数  $f(x)$  的最小值为  $g(t)$ ，求  $g(t)$ .

条件①：  $f(x+1) - f(x) = 2x$ ;

条件②： 不等式  $f(x) < x + 4$  的解集为  $(-1, 3)$ .

注：如果选择条件①和条件②分别解答，按第一个解答计分.

$$(I) f(x) = x^2 - x + 1; (II) m < -1; (III) g(t) = \begin{cases} t^2 + 3t + 3, t \leq -\frac{3}{2}, \\ \frac{3}{4}, -\frac{3}{2} < t \leq \frac{1}{2}, \\ t^2 - t + 1, t \geq \frac{1}{2}. \end{cases}$$

(21) (本小题 15 分)

已知集合  $P \subseteq \mathbf{Z}$ ，且集合  $P$  具有以下性质：

①  $P$  中的元素有正整数，也有负整数；

②  $P$  中的元素有奇数，也有偶数；

③ 若  $x, y \in P$ ，则  $x + y \in P$ ；

④  $-1 \notin P$ .

回答下列问题.

(I) 若  $x \in P$ ，求证：  $3x \in P$ ；

(II) 判断集合  $P$  是有限集还是无限集，并说明理由； **无限集**

(III) 判断 0 和 2 与集合  $P$  的关系，并说明理由. **0 是  $P$  中元素，2 不是  $P$  中元素**

**(考生务必将答案答在答题卡上，在试卷上作答无效)**

关注北京高考在线官方微信：北京高考资讯(微信号:bjgkzx)，获取更多试题资料及排名分析信息。

## 关于我们

北京高考在线创办于 2014 年，隶属于北京太星网络科技有限公司，是北京地区极具影响力的中学升学服务平台。主营业务涵盖：北京新高考、高中生涯规划、志愿填报、强基计划、综合评价招生和学科竞赛等。

北京高考在线旗下拥有网站门户、微信公众平台等全媒体矩阵生态平台。平台活跃用户 40W+，网站年度流量数千万量级。用户群体立足于北京，辐射全国 31 省市。

北京高考在线平台一直秉承 “精益求精、专业严谨” 的建设理念，不断探索 “K12 教育+互联网+大数据” 的运营模式，尝试基于大数据理论为广大中学和家长提供新鲜的高考资讯、专业的高考政策解读、科学的升学规划等，为广大高校、中学和教科研单位提供 “衔接和桥梁纽带” 作用。

平台自创办以来，为众多重点大学发现和推荐优秀生源，和北京近百所中学达成合作关系，累计举办线上线下升学公益讲座数百场，帮助数十万考生顺利通过考入理想大学，在家长、考生、中学和社会各界具有广泛的口碑影响力

未来，北京高考在线平台将立足于北京新高考改革，基于对北京高考政策研究及北京高校资源优势，更好的服务全国高中家长和学生。



微信搜一搜

北京高考资讯