绝密★启用前

2023—2024学年高中毕业班阶段性测试（六）

数学

考生注意:

1.答题前，考生务必将自己的姓名、考生号填写在试卷和答题卡上，并将考生号条形码贴在答题卡上的指定位置.

2.回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡对应题目的答案标号涂黑.如需动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号.回答非选择题时，将答案写在答题卡上.在本试卷上无效

3.考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回.

一、单项选择题：本题共8小题，每小题5分，共40分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1.已知集合 $A=\{x|-1<x<4\},B=\{x|\ y=\ln(x-3)\}$，则 $A\cap B=$（　　）

A. $\{x|3<x<4\}$　　B. $\{x|-1<x<4\}$　　C. $\{x|-3<x<1\}$　　D. $\{x|\ x>-1\}$

2.已知i是虚数单位，则 $\left|\frac{3+4\mathrm{i}}{2+\mathrm{i}}\right|=$（　　）

A.1　　B.2　　C. $\sqrt{5}$　　D. $\sqrt{6}$

3. $\left(3x-\frac{1}{x}\right)^6$ 的展开式中 x^2 的系数为（　　）

A.-225　　B.60　　C.750　　D.1215

4.设 n 为偶数，样本数据 $x_1,x_2,\cdots,x_n\ (x_1<x_2<\cdots<x_n)$ 的中位数为 m，则样本数据 $x_1+x_2,x_2+x_3,x_3+x_4,\cdots,x_{n-1}+x_n$ 的中位数为（　　）

A. $m-1$　　B. m　　C. $2m-1$　　D. $2m$

5.直线 $l: y=3x+a$ 与曲线 $y=\sin 3x$ 相切的一个充分不必要条件为（　　）

A. $a=1$　　B. $a=-2\pi$

C. $a=\pi$　　D. $a=\frac{4\pi}{3}$

6.已知 $\cos\theta-\sin\theta=\frac{1}{4}$，则 $\cos 4\theta=$（　　）

A. $-\frac{97}{128}$　　B. $-\frac{15}{16}$　　C. $-\frac{97}{256}$　　D. $-\frac{95}{256}$

7.已知正数m,n满足$\dfrac{3m}{n}+1=2m$，若$m+2n\quad\lambda mn^2$恒成立，则实数λ的最小值为（　　）

A.$\dfrac{1}{4}$　　B.$\dfrac{2}{5}$　　C.$\dfrac{1}{2}$　　D.$\dfrac{4}{5}$

8.圆锥甲、乙、丙的母线与底面所成的角相等，设甲、乙、丙的体积分别为V_1,V_2,V_3，侧面积分别为S_1,S_2,S_3，高分别为h_1,h_2,h_3，若$V_1=V_2+V_3,S_1=S_2+\dfrac{S_3}{2}$，则$h_3=$（　　）

A.$2\left(h_1+h_2\right)-\dfrac{2h_1h_2}{h_1+h_2}$　　B.$2\left(h_1-h_2\right)+\dfrac{2h_1h_2}{h_1-h_2}$

C.$\dfrac{h_1+h_2}{2}-\dfrac{h_1h_2}{2\left(h_1+h_2\right)}$　　D.$\dfrac{h_1-h_2}{2}+\dfrac{h_1h_2}{2\left(h_1-h_2\right)}$

二、多项选择题：本题共3小题，每小题6分，共18分.在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求，全部选对的得6分，部分选对的得部分分，有选错的得0分.

9.在正方体$ABCD-A_1B_1C_1D_1$中，M,N分别为棱A_1B_1,AD的中点，则（　　）

A.$AC_1\perp D_1C$　　B.A,C_1,M,N四点共面

C.$AC_1//$平面ND_1C　　D.$MN\perp$平面ND_1C

10.已知函数$f\left(x\right)=\dfrac{\sin x+\cos x}{\sin x\cos x}$，则（　　）

A.$f\left(x\right)$的定义域为$\left\{x\mid x\neq k\pi,k\in\mathbf{Z}\right\}$

B.$f\left(x\right)$的图象关于点$\left(\dfrac{3\pi}{4},1\right)$对称

C.$f\left(x\right)$的图象关于直线$x=-\dfrac{3\pi}{4}$对称

D.$f\left(x\right)$在区间$\left(0,\dfrac{\pi}{2}\right)$上的最小值为$2\sqrt{2}$

11.已知A是抛物线$E:y^2=2px(p>0)$上的动点，点$B\left(-1,4\right),C\left(-4,0\right),O$为坐标原点，点$A$到$E$的准线的距离最小值为1，则（　　）

A.$p=2$

B.$\left|AB\right|$的最小值为$\dfrac{5}{2}$

C.$\tan\angle ACB$的取值范围是$\left[\dfrac{1}{2},\dfrac{11}{2}\right]$

D.$\angle ACB$　$\angle ACO$

三、填空题：本题共 3 小题，每小题 5 分，共 15 分.

12.已知等比数列$\{a_n\}$的各项均为正数，且$a_1+a_5=17,a_3+a_7=68$，则$a_n=$__________.

13.已知M,N分别为平行四边形$ABCD$的边BC,CD的中点，若点P满足$6\overrightarrow{AP}+5\overrightarrow{DA}=4\overrightarrow{DC}$，则$\dfrac{|\overrightarrow{MP}|}{|\overrightarrow{MN}|}=$__________.

14.已知双曲线$C:\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$的右焦点为$F$，左、右顶点分别为$A_1,A_2$，点$M$在$C$上运动（与$A_1,A_2$均不重合），直线$MA_2$交直线$x=\dfrac{5}{4}a$于点$N$，若$\overrightarrow{FN}\cdot\overrightarrow{MA_1}=0$恒成立，则$C$的离心率为__________.

四、解答题：本题共 5 小题，共 77 分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

15.（13 分）

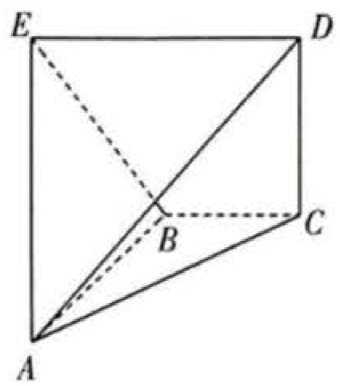
将一枚质地均匀的正四面体玩具（四个面分别标有数字$1,2,3,4$）抛掷 3 次，记录每次朝下的面上的数字.

（1）求 3 次记录的数字经适当排序后可成等差数列的概率；

（2）记 3 次记录的最大的数字为X，求X的分布列及数学期望$E(X)$.

16.（15 分）

如图，在四棱锥$A-BCDE$中，$AB\perp BC,BC\,/\!/\,DE,DC\perp BC,BC=CD=\dfrac{1}{2}DE=1$.



（1）证明：$\triangle AED$为等腰三角形；

（2）若平面$BCDE\perp$平面ABC，直线BE与平面ACD所成角的正弦值为$\dfrac{3\sqrt{5}}{10}$，求AB.

17.（15 分）

记数列$\{a_n\}$的前n项和为$S_n,a_1=1,(3-2n)S_{n+1}+2n(S_n+2a_n)=3S_n+2a_n$.

（1）证明$\left\{\dfrac{a_n}{3-2n}\right\}$为等比数列，并求$\{a_n\}$的通项公式；

(2) 设$b_n=-\frac{a_{n+1}}{2^n},c_n=\frac{a_n}{b_nb_{n+1}}$，数列$\{c_n\}$的前$n$项和为$T_n$，求使不等式$T_k\quad -\frac{51}{13}$成立的$k$的最大值.

18.（17 分）

已知椭圆$C:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$的左顶点和在焦点分别为$Q$，$F$，且$|QF|=3$，点$D(0,1)$满足$\overrightarrow{DQ}\cdot\overrightarrow{DF}=-1$.

(1) 求C的方程;

(2) 过点D的直线l与C交于A,B两点，与x轴交于点T，且点T在点Q的左侧，点B关于x轴的对称点为E，直线QA,QE分别与直线$x=1$交于M,N两点，求$\triangle TMN$面积的最小值.

19.（17 分）

已知函数$f(x)=(m+1-x)e^x-\frac{1}{2}me^{2x}-2$.

(1) 当$m=2$时，讨论$f(x)$的单调性;

(2) 若$x=0$是$f(x)$的极小值点，求实数m的取值范围.