

达州市普通高中 2023 届第一次诊断性测试

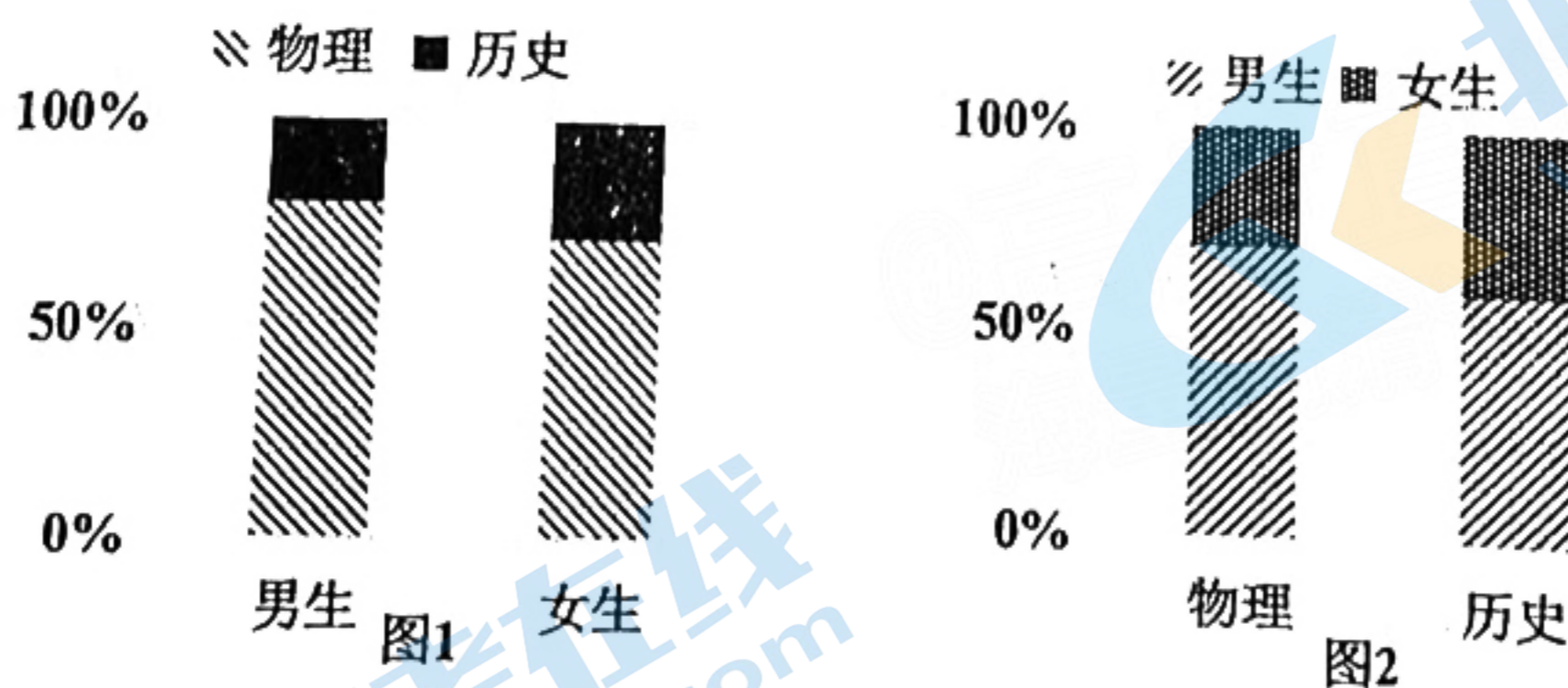
数学试题（文科）

注意事项：

1. 答题前，考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上。
2. 回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其它答案标号。回答非选择题时，将答案写在答题卡上，写在本试卷无效。
3. 考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 已知集合 $A = \{x | \sqrt{x} \leq 1\}$, $B = \{x | x < 1\}$, 则 $A \cap B =$
A. $[0, 1)$ B. $(0, 1)$ C. $(-\infty, 1)$ D. $(-\infty, 1]$
2. 复数 z 满足 $\frac{1}{z} = 2i$, 则 $z =$
A. $-\frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{2}$ C. $-\frac{1}{2}i$ D. $\frac{1}{2}i$
3. 已知向量 a, b , 满足 $a \perp b$, $a = (1, 2)$, 则 $(a-b) \cdot a =$
A. 0 B. 2 C. $\sqrt{5}$ D. 5
4. 四川省将从 2022 年秋季入学的高一年级学生开始实行高考综合改革，高考采用“3+1+2”模式，其中“1”为首选科目，即物理与历史二选一。某校为了解学生的首选意愿，对部分高一学生进行了抽样调查，制作出如下两个等高条形图，根据条形图信息，下列结论正确的是

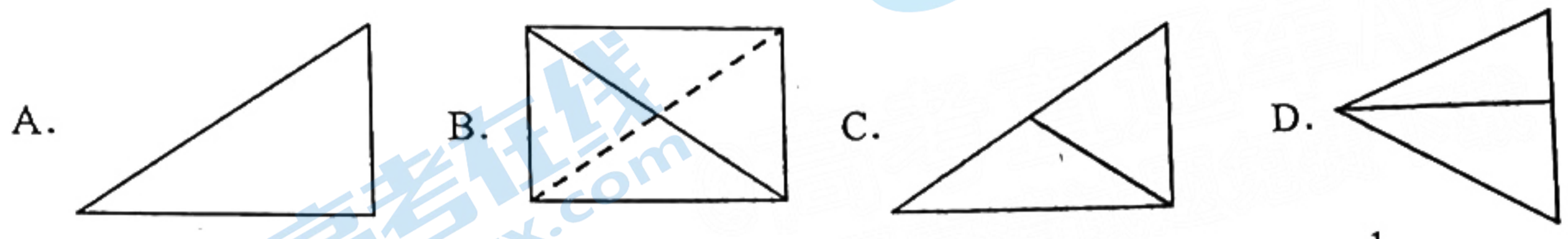


- A. 样本中选择物理意愿的男生人数少于选择历史意愿的女生人数
 - B. 样本中女生选择历史意愿的人数多于男生选择历史意愿的人数
 - C. 样本中选择物理学科的人数较多
 - D. 样本中男生人数少于女生人数
5. “ $a > b > 0$ ”是“ $e^{a-b} > 1$ ”的
- A. 充分不必要条件
 - B. 必要不充分条件
 - C. 充分必要条件
 - D. 既不充分也不必要条件

6. 《将夜》中宁缺参加书院的数科考试，碰到了这样一道题目：那年春，夫子游桃山，一路摘花饮酒而行，始切一斤桃花，饮一壶酒，复切一斤桃花，又饮一壶酒，后夫子惜酒，故再切一斤桃花，只饮半壶酒，再切一斤桃花，饮半壶酒，如是而行，终夫子切六斤桃花而醉卧桃山。问：夫子切了五斤桃花一共饮了几壶酒？

- A. $\frac{1}{8}$ B. $\frac{47}{16}$ C. $\frac{23}{8}$ D. $\frac{31}{16}$

7. 三棱锥 $P-ABC$ 的底面 ABC 为直角三角形， $\triangle ABC$ 的外接圆为圆 O ， $PQ \perp$ 底面 ABC ， Q 在圆 O 上或内部，现将三棱锥的底面 ABC 放置在水平面上，则三棱锥 $P-ABC$ 的俯视图不可能是



8. 将函数 $f(x) = \sin(\frac{1}{2}\omega x + \frac{\pi}{3})$ ($\omega > 0$) 图象上所有点的横坐标缩短到原来的 $\frac{1}{2}$ 倍，纵坐标不变，得到函数 $g(x)$ 的图象，直线 l 与曲线 $y = g(x)$ 仅交于 $A(x_1, y_1)$ ， $B(x_2, y_2)$ ， $P(\frac{\pi}{6}, g(\frac{\pi}{6}))$ 三点， $\frac{\pi}{6}$ 为 x_1, x_2 的等差中项，则 ω 的最小值为

- A. 8 B. 6 C. 4 D. 2

9. 曲线 $f(x) = (x+m)e^x$ ($m \in \mathbf{R}$) 在点 $(0, f(0))$ 处的切线平分圆 $(x-2)^2 + (y-2)^2 = 5$ ，则函数 $y = f(x)$ 的增区间为

- A. $(-\infty, -1)$ B. $(0, +\infty)$ C. $(-1, +\infty)$ D. $(0, e)$

10. 点 F 为双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > 0, b > 0$) 的一个焦点，过 F 作双曲线的一条渐近线的平行线交双曲线于点 A ， O 为原点， $|OA| = b$ ，则双曲线的离心率为

- A. $\frac{1}{2}$ B. $2\sqrt{3}$ C. $2\sqrt{2}$ D. $\sqrt{3}$

11. 在棱长为 2 的正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中， E, F 分别为 AB, BC 的中点，则

- A. 平面 $D_1EF \parallel$ 平面 BA_1C_1
 B. 点 P 为正方形 $A_1B_1C_1D_1$ 内一点，当 $DP \parallel$ 平面 B_1EF 时， DP 的最小值为 $\frac{3\sqrt{2}}{2}$
 C. 过点 D_1, E, F 的平面截正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 所得的截面周长为 $3\sqrt{2} + 2\sqrt{5}$
 D. 当三棱锥 B_1-BEF 的所有顶点都在球 O 的表面上时，球 O 的表面积为 12π

12. 已知 $n! = n \times (n-1) \times (n-2) \times \dots \times 3 \times 2 \times 1$ ，规定 $0! = 1$ ，如 $3! = 3 \times 2 \times 1 = 6$ 。定义在 \mathbf{R} 上的函数 $y = f(x)$ 图象关于原点对称，对任意的 $x < 0$ ，都有 $f(\frac{x}{x-1}) = xf(x)$ 。若

- $f(\frac{1}{100}) = \frac{2}{99!}$ ，则 $f(1) =$
 A. 0 B. 1 C. 2 D. $\frac{1}{99!}$

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13. 抛物线 $y^2 = 2px (p > 0)$ 上的点 $M(4, a)$ 到焦点的距离为 5，则焦点坐标为_____。

14. 从集合 $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ 中随机取两个不同的数 a, b ，则满足 $|a - b| = 2$ 的概率为_____。

15. 已知正项数列 $\{a_n\}$ 前 n 项和 S_n 满足 $S_n = \frac{a_n(a_n + 1)}{2} + m$ ， $m \in \mathbf{R}$ ，且 $a_3 + a_5 = 10$ ，则

$m =$ _____。

16. 已知正方形 $ABCD$ 边长为 2， M, N 两点分别为边 BC, CD 上动点， $\angle MAN = 45^\circ$ ，则 $\triangle CMN$ 的周长为_____。

三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。第 17~21 题为必考题，每个试题考生都必须作答。第 22、23 题为选考题，考生根据要求作答。

(一) 必考题：共 60 分。

17. (12 分)

党的十九大提出实施乡村振兴战略以来，农民收入大幅提升，2022 年 9 月 23 日某市举办中国农民丰收节庆祝活动，粮食总产量有望连续十年全省第一。据统计该市 2017 年至 2021 年农村居民人均可支配收入的数据如下表：

年份	2017	2018	2019	2020	2021
年份代码 x	1	2	3	4	5
人均可支配收入 y (单位：万元)	1.30	1.40	1.62	1.68	1.80

(1) 根据上表统计数据，计算 y 与 x 的相关系数 r ，并判断 y 与 x 是否具有较高的线性相关程度 (若 $0.30 \leq |r| < 0.75$ ，则线性相关程度一般，若 $|r| \geq 0.75$ 则线性相关程度较高， r 精确到 0.01)；

(2) 市五届人大二次会议政府工作报告提出，2022 年农村居民人均可支配收入力争不低于 1.98 万元，求该市 2022 年农村居民人均可支配收入相对 2021 年增长率最小值 (用百分比表示)。

参考公式和数据：相关系数 $r = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \cdot \sqrt{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}}$ ， $\sum_{i=1}^5 (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y}) = 1.28$ ，

$\sum_{i=1}^5 (y_i - \bar{y})^2 \approx 0.17$ ， $\sqrt{1.7} \approx 1.3$ 。

18. (12 分)

$\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c ， $\triangle ABC$ 的面积 $S = \tan A$ ， BC 边上的中线长为 $\sqrt{3}$ 。

(1) 求 a ；

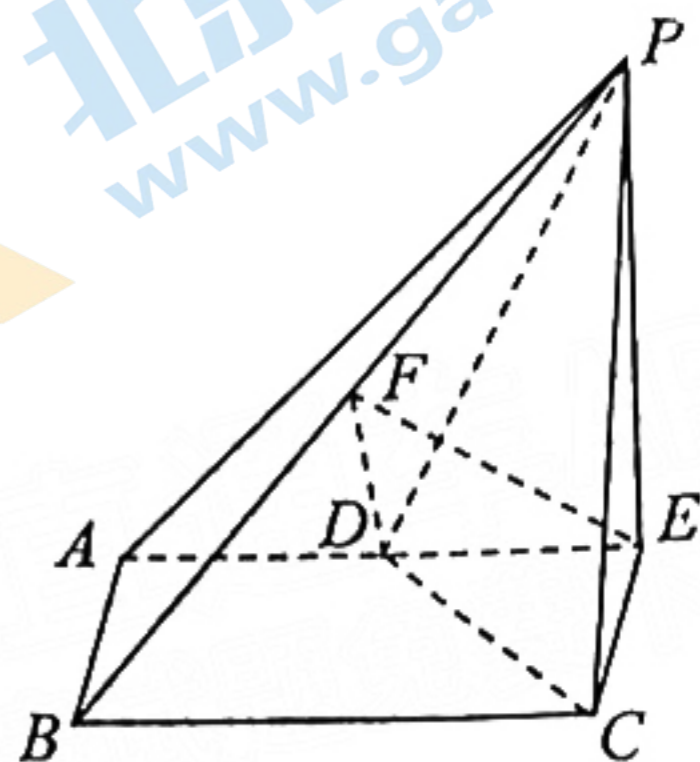
(2) 求 $\triangle ABC$ 外接圆面积的最小值。

19. (12分)

如图, 四棱锥 $P-ABCD$ 的底面 $ABCD$ 是梯形, $AD \parallel BC$, $AB \perp BC$. E 为 AD 延长线上一点, $PE \perp$ 平面 $ABCD$, $PE = 2AD$, $\tan \angle PDA = -2$. F 是 PB 中点.

(1) 证明: $EF \perp PA$;

(2) 若 $BC = 2AD = 2$, 三棱锥 $E-PDC$ 的体积为 $\frac{1}{3}$, 求点 C 到平面 DEF 的距离.



20. (12分)

已知 F 是椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的一个焦点, 过点 $P(t, b)$ 的直线 l 交 C 于不同两点 A, B . 当 $t = a$, 且 l 经过原点时, $|AB| = \sqrt{6}$, $|AF| + |BF| = 2\sqrt{2}$.

(1) 求 C 的方程;

(2) D 为 C 的上顶点, 当 $t = 4$, 且直线 AD, BD 的斜率分别为 k_1, k_2 时, 求 $\frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2}$

的值.

21. (12分)

已知函数 $f(x) = x \ln x + a (a \in \mathbf{R})$.

(1) 若 $f(x)$ 最小值为 0, 求 a 的值;

(2) $g(x) = \frac{3x^2}{8} - x - \frac{1}{x} + 1 (x > 0)$, 若 $a \geq \frac{7}{e}$, $g(b) < 0$, 证明 $f(x) > b$.

(二) 选考题: 共 10 分. 请考生在第 22、23 题中任选一题作答, 如果多做, 则按所做的第一题计分.

22. [选修 4-4: 坐标系与参数方程](10分)

在平面直角坐标系 xOy 中, 以坐标原点 O 为极点, x 轴正半轴为极轴建立极坐标系, 曲线 C 的极坐标方程为 $\rho^2 - 2\rho \cos \theta - 2\rho \sin \theta - 2 = 0$, 直线 l 的参数方程为

$$\begin{cases} x = 2 + t \cos \theta, \\ y = 2 + t \sin \theta \end{cases} \quad (t \text{ 为参数}).$$

(1) 写出曲线 C 的直角坐标方程;

(2) 设直线 l 与曲线 C 交于 A, B 两点, 定点 $P(2, 2)$, 求 $|PA| + |PB|$ 的最小值.

23. [选修 4-5: 不等式选讲](10分)

设函数 $f(x) = 2^{|x-1|}$.

(1) 若 $f(x) > f(x+m)$ 的解集为 $\{x | x < 0\}$, 求实数 m 的值;

(2) 若 $0 < a < b$, 且 $f(a) = f(b)$, 求 $\frac{4}{a} + \frac{1}{b-1}$ 的最小值.

关于我们

北京高考在线创办于 2014 年，隶属于北京太星网络科技有限公司，是北京地区极具影响力的中学升学服务平台。主营业务涵盖：北京新高考、高中生涯规划、志愿填报、强基计划、综合评价招生和学科竞赛等。

北京高考在线旗下拥有网站门户、微信公众平台等全媒体矩阵生态平台。平台活跃用户 40W+，网站年度流量数千万量级。用户群体立足于北京，辐射全国 31 省市。

北京高考在线平台一直秉承 “精益求精、专业严谨” 的建设理念，不断探索 “K12 教育+互联网+大数据” 的运营模式，尝试基于大数据理论为广大中学和家长提供新鲜的高考资讯、专业的高考政策解读、科学的升学规划等，为广大高校、中学和教科研单位提供 “衔接和桥梁纽带” 作用。

平台自创办以来，为众多重点大学发现和推荐优秀生源，和北京近百所中学达成合作关系，累计举办线上线下升学公益讲座数百场，帮助数十万考生顺利通过考入理想大学，在家长、考生、中学和社会各界具有广泛的口碑影响力

未来，北京高考在线平台将立足于北京新高考改革，基于对北京高考政策研究及北京高校资源优势，更好的服务全国高中家长和学生。



微信搜一搜

北京高考资讯