

数学试卷

2023年11月

学校

班级

姓名

考生须知	1. 本试卷共 8 页, 共 1 道大题, 28 个小题, 满分为 100 分, 考试时间为 120 分钟。 2. 请在试卷和答题卡上准确填写学校名称、班级、姓名。 3. 试题答案一律填涂或书写在答题卡上, 在试卷上作答无效。 4. 在答题卡上, 选择题、作图题用 2B 铅笔作答, 其他试题用黑色字迹签字笔作答。 5. 考试结束后, 请将答题卡交回。
------	--

一、选择题(本题共 8 个小题, 每小题 2 分, 共 16 分) 每题均有四个选项, 符合题意的选项只有一个。

- 下列长度的四条线段中, 是成比例线段的是
 - 3 cm, 5 cm, 6 cm, 9 cm
 - 3 cm, 5 cm, 8 cm, 9 cm
 - 3 cm, 9 cm, 10 cm, 30 cm
 - 3 cm, 6 cm, 7 cm, 9 cm
- 抛物线 $y = (x-1)^2 + 2$ 的顶点坐标为
 - (-1, 2)
 - (1, 2)
 - (1, -2)
 - (2, 1)
- 如图所示, 点 D、E 分别在 $\triangle ABC$ 的 AB, AC 边上, 且 $DE \parallel BC$, 如果 $AD : DB = 2 : 1$, 那么 $AE : AC$ 等于
 - 2 : 1
 - 2 : 5
 - 3 : 5
 - 2 : 3
- 将抛物线 $y = 2x^2$ 向下平移 3 个单位, 得到的抛物线为
 - $y = 2x^2 + 3$
 - $y = 2x^2 - 3$
 - $y = 2(x+3)^2$
 - $y = 2(x-3)^2$
- 如图, 图 1 是可折叠的熨衣架的实物图, 图 2 是它的侧面示意图, AD 与 CB 相交于点 O, $AB \parallel CD$. 根据图 2 中的数据可得 x 的值为
 - 0.4
 - 0.8
 - 1
 - 1.6

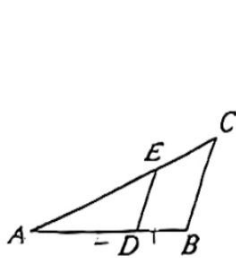


图 1

第 3 题

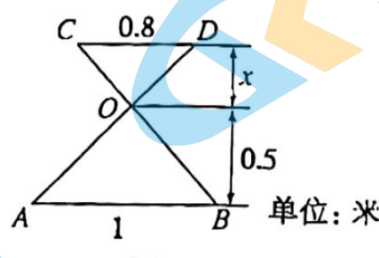
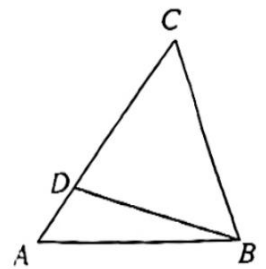


图 2

第 5 题



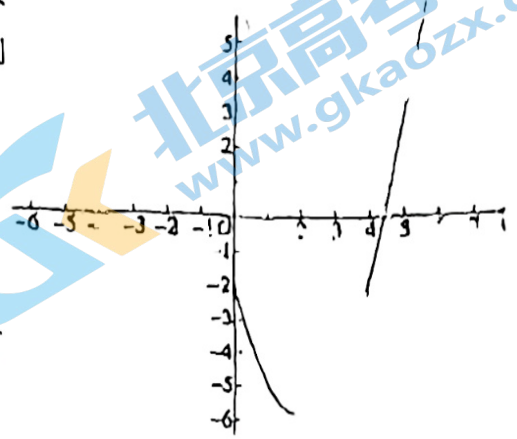
第 6 题

6. 如图, 已知 D 是 $\triangle ABC$ 的边 AC 上一点, 根据下列条件, 不能判定 $\triangle CAB \sim \triangle CBD$ 的是
- $\angle A = \angle CBD$
 - $\angle CBA = \angle CDB$
 - $BC^2 = AC \cdot CD$
 - $AB \cdot CD = BD \cdot BC$

7. 若二次函数 $y = x^2 - 4x + m$ 的图象与 x 轴有公共点, 那么 m 的取值范围是

- A. $m \geq -4$ B. $m > -4$ C. $m \leq 4$ D. $m < 4$

8. 函数 $y = x^2 - 4|x| - 2$ 的自变量 x 的取值范围为全体实数, 其中 $x \geq 0$ 部分的图象如图所示, 对于此函数有下列结论:



- ① 函数图象关于 y 轴对称
 ② 函数既有最大值, 也有最小值
 ③ 当 $x < -2$ 时, y 随 x 的增大而减小
 ④ 当 $-6 < a < -2$ 时, 关于 x 的方程 $x^2 - 4|x| - 2 = a$ 有 4 个实数根

其中正确的结论个数是

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

二、填空题(本题共 6 个小题, 每小题 8 分, 共 48 分)

9. 已知 $\frac{a+b}{b} = \frac{5}{2}$, 则 $\frac{a}{b} =$ _____.

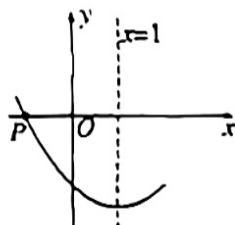
10. 请写出一个开口向下, 图象经过原点的二次函数表达式 _____.

11. 两个相似三角形的相似比为 2:3, 则它们的面积之比为 _____.

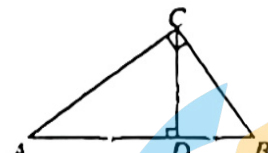
12. 20 世纪 70 年代初, 我国著名的数学家华罗庚教授将黄金分割法作为一种“优选法”, 在全国大规模推广, 取得了很大成果. 如图, 利用黄金分割法, 所做 EF 将矩形窗框 $ABCD$ 分为上下两部分, 其中 E 为边 AB 的黄金分割点, $BE > AE$. 已知 AB 为 2 米, 则线段 BE 的长为 _____ 米.



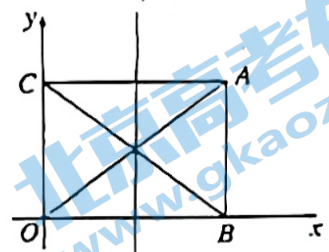
第 12 题



第 13 题



第 15 题



第 16 题

13. 如图, 抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ 的对称轴为 $x = 1$, 点 P , 点 Q 是抛物线与 x 轴的两个交点, 若点 P 的坐标为 $(-1, 0)$, 则点 Q 的坐标为 _____.

14. 点 $(-2, y_1)$, $(3, y_2)$ 为抛物线 $y = -x^2 + 2x - 1$ 上两点, 则 y_1 _____ y_2 . (用“ $<$ ”或“ $>$ ”号连接)

15. 如图, $Rt\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $CD \perp AB$, $AB = 6$, $BD = 2$, 则 CD 的长为 _____.

16. 如图, 在平面直角坐标系中, 矩形 $ABOC$ 的边 OB , OC 分别在 x 轴、 y 轴的正半轴上, 点 A 的坐标为 $(8, 6)$, 点 P 在矩形 $ABOC$ 的内部, 点 E 在 BO 边上, 且满足 $\triangle PBE \sim \triangle CBO$, 当 $\triangle APC$ 是等腰三角形时, 点 P 的坐标为 _____.

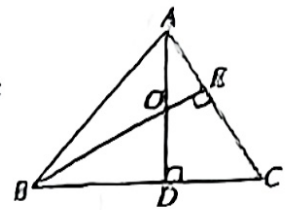
三、解答题(本题共 68 分,第 17-18 题每题 4 分;第 19-21 题每题 5 分;第 22-27 题每题 6 分;第 28 题 9 分)解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程.

17. 已知一条抛物线的顶点坐标为 $(-2, -4)$, 且经过点 $(0, 4)$, 求抛物线的表达式.

18. 如图, $\triangle ABC$ 的高 AD, BE 相交于点 O .

(1) 写出一个与 $\triangle ACD$ 相似的三角形(不添加其他线段), 这个三角形是

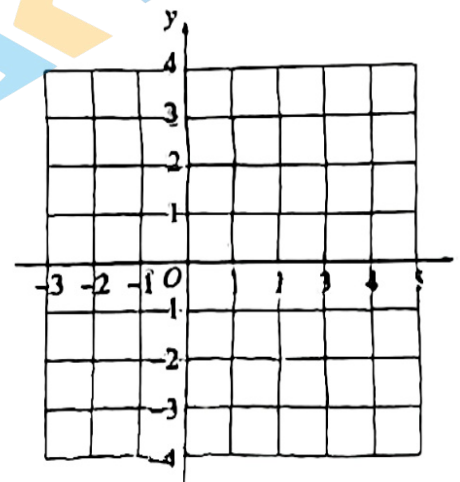
(2) 证明:



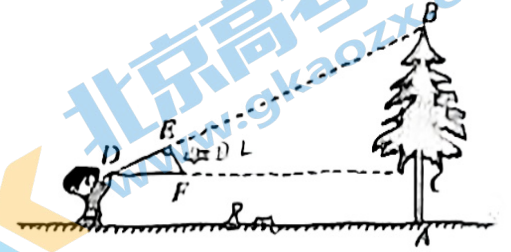
19. 已知抛物线 $y = x^2 - 2x - 3$

(1) 求抛物线的顶点坐标及与坐标轴的交点坐标;

(2) 在平面直角坐标系 xOy 中画出函数图象.



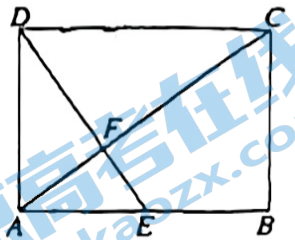
20. 小华同学用自制的直角三角形纸板 DEF 测量树的高度 AB ，他调整自己的位置，设法使斜边 DF 保持水平，并且使 DE 与点 B 在同一直线上。已知纸板的两条直角边 $DE = 40$ cm， $EF = 20$ cm，测得边 DF 离地面的高度 $AC = 1.3$ m， $CD = 8$ m，求树的高度。



21. 如图，在矩形 $ABCD$ 中， E 是边 AB 的中点，连接 DE 交对角线 AC 于点 F ，

(1) 求证： $\triangle AFE \sim \triangle CFD$ ；

(2) 若 $AB = 4$ ， $AD = 3$ ，求 CF 的长。



22. 已知二次函数 $y = x^2 - ax + b$ 在 $x=0$ 和 $x=4$ 时的函数值相等.

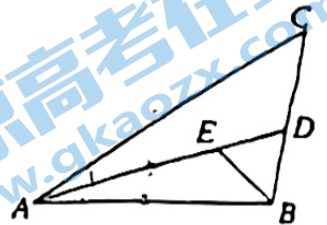
(1) 求二次函数 $y = x^2 - ax + b$ 图象的对称轴;

(2) 过 $P(0, 2)$ 作 x 轴的平行线与二次函数 $y = x^2 - ax + b$ 的图象交于不同的两点 M, N .

当 $MN=2$ 时, 求 b 的值.

23. 已知: 如图, $\triangle ABC$ 中, AD 平分 $\angle BAC$, E 是 AD 上一点, 且 $AB:AC = AE:AD$.

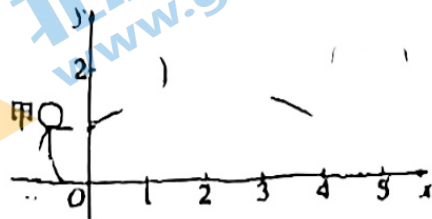
判断 BE 与 BD 的数量关系并证明.



24. 跳绳是大家喜爱的一项体育运动,当绳子甩到最高处时,其形状视为抛物线.如图是甲、乙两人将绳子甩到最高处时的示意图,已知两人拿绳子的手离地面的高度都为 1 m,并且相距 4 m,现以两人的站立点所在的直线为 x 轴,过甲拿绳子的手作 x 轴的垂线为 y 轴,建立如图所示的平面直角坐标系,且绳子所对应的抛物线表达式为 $y = -\frac{1}{6}x^2 + bx + c$.

(1) 求绳子所对应的抛物线表达式;

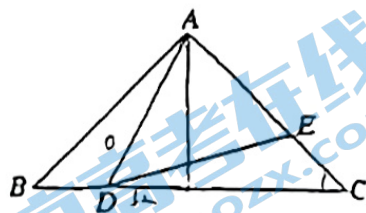
(2) 身高 1.70 m 的小明,能否站在绳子的正下方,让绳子通过他的头顶?



25. 如图,在等腰三角形 ABC 中, $\angle BAC = 90^\circ$, $AB = AC = 2$, D 是 BC 边上的一个动点(不与 B 、 C 重合),在 AC 上取一点 E ,使 $\angle ADE = 45^\circ$.

(1) 求证: $\triangle ABD \sim \triangle DCE$;

(2) 设 $BD = x$, $AE = y$,求 y 关于 x 的函数表达式,并写出自变量 x 的取值范围.



26. 某水果经销商以每公斤 8 元的价格购进一批葡萄, 若按每公斤 20 元的价格销售, 平均每天可售出 60 公斤. 结合销售记录发现, 若售价每降低 1 元, 平均每天的销售量增加 10 公斤. 为了尽快减少库存, 该水果商决定降价销售.

(1) 若每公斤降价 2 元, 则每天的销售利润为 _____ 元;

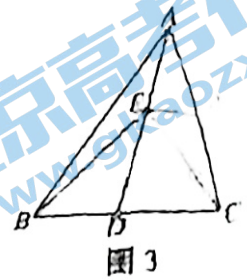
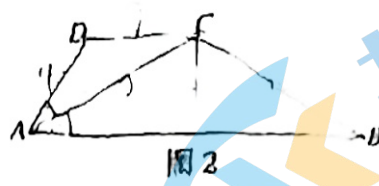
(2) 销售单价定为每公斤多少元时, 每天销售该品种葡萄获得的利润 w 最大? 最大利润是多少元?

27. 已知抛物线 $y = ax^2 - 2ax + 3$ ($a \neq 0$).

(1) 求抛物线的顶点坐标(用含 a 的代数式表示);

(2) 点 $P(a, y_1)$, $Q(3, y_2)$ 在该抛物线上, 若 $y_1 > y_2$, 求 a 的取值范围.

28. 定义：两个相似三角形且位于一个角的平分线两侧，则称这样的两个相似三角形为相似三角形。



(1) 如图 1，四边形 $ABCD$ 中，对角线 AC 平分 $\angle BAD$ ， $\angle BCD + \frac{1}{8} \angle BAD = 180^\circ$ 。

求证： $\triangle ACB$ 和 $\triangle ADC$ 为相似三角形。

(2) 如图 2， $\triangle ACB$ 和 $\triangle ADC$ 为相似三角形，若 $CD \parallel AB$ ， $AD = 4$ ， $AC = 6$ ，求四边形 $ABCD$ 的周长。

(3) 如图 3，在 $\triangle ABC$ 中， D 是 BC 上一点，连接 AD ，点 E 在 AD 上，且 $DE = DC$ ， F 为 AC 中点，且 $\angle BEC = \angle AEF$ ，若 $BC = 9$ ， $AE = 4$ ，求 $\frac{CF}{BE}$ 的值。

数学参考答案及评分标准

一、选择题(本题共 8 个小题,每小题 2 分,共 16 分)

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
答案	C	B	D	B	A	D	A	C

二、填空题(本题共 8 个小题,每小题 2 分,共 16 分)

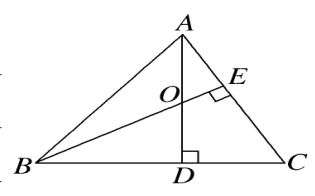
9. $\frac{3}{2}$ 10. $y = -x^2$ (答案不唯一) 11. 4:9 12. $\sqrt{5}-1$
 13. (3,0) 14. < 15. $2\sqrt{2}$ 16. (4,3) 或 $(\frac{32}{5}, \frac{6}{5})$

三、解答题(本题共 68 分,第 17—18 题每题 4 分;第 19—21 题每题 5 分;第 22—27 题每题 6 分;第 28 题 9 分)解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程.

17. 解: \because 抛物线的顶点坐标为 $(-2, -4)$
 \therefore 设抛物线表达式为 $y = a(x+2)^2 - 4$ 1 分
 \because 抛物线经过点 $(0, 4)$
 \therefore 将 $(0, 4)$ 代入 $y = a(x+2)^2 - 4$ 得:
 $4a - 4 = 4$ 2 分
 $\therefore a = 2$ 3 分
 $\therefore y = 2(x+2)^2 - 4$ 4 分

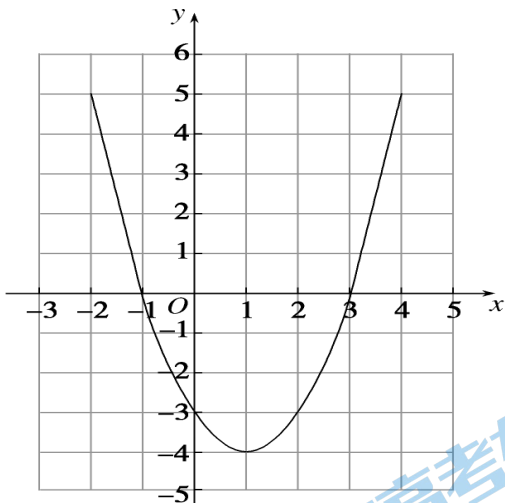
18. (1) 解: $\triangle AOE, \triangle BOD, \triangle BCE$ (写出一个即可) 1 分
 (2) $\triangle AOE \sim \triangle ACD$

- 证明: $\because \triangle ABC$ 的高 AD, BE 相交于点 O
 $\therefore \angle AEO = \angle ADC = 90^\circ$ 2 分
 $\because \angle OAE = \angle CAD$ 3 分
 $\therefore \triangle AOE \sim \triangle ACD$ 4 分



19. (1) 解: $\because y = x^2 - 2x - 3$
 $\therefore y = (x-1)^2 - 4$
 \therefore 抛物线的顶点坐标为 $(1, -4)$ 1 分
 令 $x = 0$, 则 $y = -3$, 抛物线与 y 轴交点为 $(0, -3)$ 2 分
 令 $y = 0$, 则 $x_1 = 3, x_2 = -1$, 抛物线与 x 轴交点为 $(3, 0)$ 和 $(-1, 0)$ 4 分

(2)



5 分

20. 解: $\because \angle DEF = \angle BCD = 90^\circ$

又 $\because \angle D = \angle D$

$\therefore \triangle DEF \sim \triangle DCB$ 2 分

$\therefore \frac{DE}{EF} = \frac{DC}{CB}$ 3 分

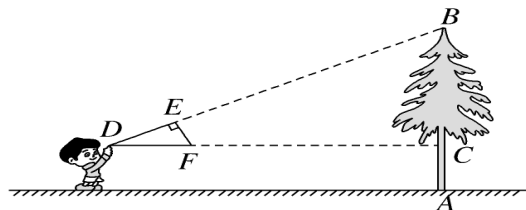
$\because DE = 40 \text{ cm}, EF = 20 \text{ cm}, CD = 8 \text{ m}$

$$\therefore \frac{40}{20} = \frac{8}{CB}$$

$\therefore CB = 4$ 4 分

$\therefore AB = CB + CA = 5.5$

答: 树的高度是 5.5 米. 5 分



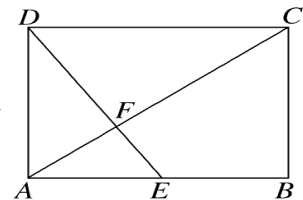
21. (1) 证明: \because 矩形 $ABCD$

$\therefore AB \parallel CD$

$\therefore \angle FAE = \angle DCF$ 1 分

又 $\because \angle DFC = \angle EFA$

$\therefore \triangle AFE \sim \triangle CFD$ 2 分



(2) \because 矩形 $ABCD$

$\therefore \angle B = 90^\circ, BC = AD = 3$

在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $AB = 4, BC = 3$

$\therefore AC = 5$ 3 分

$\because E$ 是边 AB 的中点

$\therefore AE = 2$

$\therefore \triangle AFE \sim \triangle CFD$

$$\therefore \frac{CF}{AF} = \frac{DC}{AE} = \frac{4}{2}$$

$$\therefore CF = 2AF \dots\dots\dots 4 \text{ 分}$$

$$\therefore 3AF = 5$$

$$\therefore AF = \frac{5}{3}$$

$$\therefore CF = \frac{10}{3} \dots\dots\dots 5 \text{ 分}$$

22. 解:(1) \because 二次函数 $y = x^2 - ax + b$ 在 $x = 0$ 和 $x = 4$ 时函数值相等

\therefore 对称轴为直线 $x = 2$. $\dots\dots\dots 2 \text{ 分}$

(2) \because 过 $P(0, 1)$ 作 x 轴的平行线与二次函数 $y = x^2 - ax + b$ 的图象交于不同的两点 M 、 N
 设点 M 在点 N 的左侧

\therefore 对称轴为直线 $x = 2$, $MN = 2$,

\therefore 点 M 的坐标为 $(1, 2)$, 点 N 的坐标为 $(3, 2)$ $\dots\dots\dots 4 \text{ 分}$

$$\therefore x = -\frac{-a}{2} = 2, 1 - a + b = 2$$

$\therefore a = 4, b = 5$. $\dots\dots\dots 6 \text{ 分}$

23. 猜想: $BE = BD$ $\dots\dots\dots 1 \text{ 分}$

证明: $\because AD$ 平分 $\angle BAC$

$\therefore \angle EAB = \angle DAC \dots\dots\dots 2 \text{ 分}$

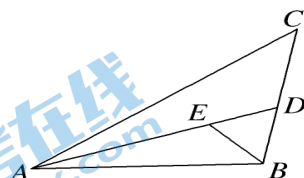
$\because AB : AC = AE : AD$

$\therefore \triangle ABE \sim \triangle ACD \dots\dots\dots 3 \text{ 分}$

$\therefore \angle AEB = \angle ADC \dots\dots\dots 4 \text{ 分}$

$\therefore \angle BED = \angle BDE \dots\dots\dots 5 \text{ 分}$

$\therefore BE = BD \dots\dots\dots 6 \text{ 分}$



24. 解:(1) 根据题意, 抛物线 $y = -\frac{1}{6}x^2 + bx + c$ 经过点 $(0, 1)$, $(4, 1)$.

$$\therefore \begin{cases} c = 1 \\ 4b + c = \frac{11}{3} \end{cases} \dots\dots\dots 1 \text{ 分}$$

解得 $\begin{cases} b = \frac{2}{3} \\ c = 1 \end{cases} \dots\dots\dots 2 \text{ 分}$

\therefore 绳子所对应的抛物线表达式为: $y = -\frac{1}{6}x^2 + \frac{2}{3}x + 1 \dots\dots\dots 3 \text{ 分}$

(2) 身高 $1.70m$ 的小明, 不能站在绳子的正下方让绳子通过他的头顶.

理由如下:

$$\therefore y = -\frac{1}{6}x^2 + \frac{2}{3}x + 1$$

当 $x=2$ 时, $y_{\max} = 1\frac{2}{3}$ 5 分

$$\therefore 1\frac{2}{3} < 1.7$$

\therefore 绳子能碰到小明, 小明不能站在绳子的正下方让绳子通过他的头顶. 6 分

25. (1) 证明: \therefore 等腰三角形 ABC 中, $\angle BAC=90^\circ, AB=AC=2$

$$\therefore \angle B = \angle C = 45^\circ, BC = 2\sqrt{2}$$

$$\therefore \angle ADE = 45^\circ$$

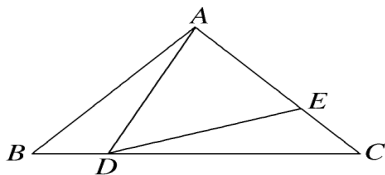
$$\therefore \angle B = \angle ADE \dots\dots\dots 1 \text{ 分}$$

$$\therefore \angle ADC = \angle B + \angle BAD$$

$$\text{又} \therefore \angle ADC = \angle ADE + \angle EDC$$

$$\therefore \angle BAD = \angle EDC \dots\dots\dots 2 \text{ 分}$$

$$\therefore \triangle ABD \sim \triangle DCE \dots\dots\dots 3 \text{ 分}$$



(2) 解: $\therefore \triangle ABD \sim \triangle DCE$

$$\therefore \frac{BD}{CE} = \frac{AB}{CD} \dots\dots\dots 4 \text{ 分}$$

$$\therefore BD = x, AE = y$$

$$\therefore \frac{x}{2-y} = \frac{2}{2\sqrt{2}-x} \dots\dots\dots 5 \text{ 分}$$

$$\therefore y = \frac{1}{2}x^2 - \sqrt{2}x + 2 (0 < x < 2\sqrt{2}) \dots\dots\dots 6 \text{ 分}$$

26. (1) 800 元; 1 分

(2) 解: 设销售单价定为每公斤 x 元,

$$\begin{aligned} \text{据题意可得, } \omega &= (x-8)[60 + (20-x) \times 10] \\ &= (x-8)(260-10x) \dots\dots\dots 3 \text{ 分} \end{aligned}$$

$$\text{当 } x = \frac{8+26}{2} = 17 \text{ 时, 利润 } \omega \text{ 最大, 此时, } \omega = 810 \dots\dots\dots 5 \text{ 分}$$

答: 销售单价定为每公斤 17 元时, 每天销售该品种葡萄获得的利润最大, 最大利润是 810 元. 6 分

27. 解: (1) \therefore 抛物线 $y = ax^2 - 2ax + 3 (a \neq 0)$

$$\therefore y = a(x-1)^2 + 3 - a$$

\therefore 抛物线的顶点坐标为 $(1, 3-a)$ 2 分

(2) 当 $a > 0$ 时, 抛物线开口向上,

① 若点 P, Q 在对称轴异侧

$$\because y_1 > y_2$$

\therefore 点 P 到对称轴的距离大于点 Q 到对称轴的距离

$$\therefore 1 - a > 2$$

$$\therefore a < -1$$

又 $\because a > 0$

\therefore 此情况不成立 3 分

②若点 P 、 Q 在对称轴同侧

当 $x \geq 1$ 时, y 随 x 的增大而增大

$$\because y_1 > y_2$$

$\therefore a > 3$ 4 分

当 $a < 0$ 时, 抛物线开口向下,

①若点 P 、 Q 在对称轴异侧

$$\because y_1 > y_2$$

\therefore 点 P 到对称轴的距离小于点 Q 到对称轴的距离

$$\therefore 1 - a < 2$$

$$\therefore a > -1$$

$\therefore -1 < a < 0$ 5 分

②若点 P 、 Q 在对称轴同侧

当 $x \geq 1$ 时, y 随 x 的增大而减小

$$\because y_1 > y_2$$

$\therefore 1 < a < 3$ 与 $a < 0$ 矛盾

\therefore 此情况不成立 6 分

综上所述, $-1 < a < 0$ 或 $a > 3$.

28. (1) 证明: $\because AC$ 平分 $\angle BAD$

$$\therefore \angle CAB = \angle CAD$$

$$\because \angle BCD + \frac{1}{2} \angle BAD = 180^\circ$$

$$\text{又} \because \triangle ACD \text{ 中, } \angle CAD + \angle D + \angle ACD = 180^\circ$$

$$\therefore \angle ACB = \angle D \text{ 1 分}$$

$$\therefore \triangle ABC \sim \triangle ACD$$

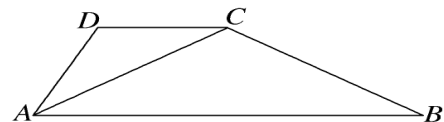
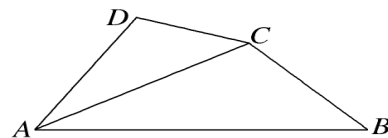
$\therefore \triangle ACB$ 和 $\triangle ADC$ 为叠似三角形. 2 分

(2) 解: $\because CD \parallel AB$

$$\therefore \angle CAB = \angle ACD$$

$\therefore \triangle ACB$ 和 $\triangle ADC$ 为叠似三角形

$$\therefore \angle CAB = \angle CAD$$



$$\therefore \angle ACD = \angle CAD$$

$$\therefore AD = CD \dots\dots\dots 3 \text{ 分}$$

$\therefore \triangle ACB$ 和 $\triangle ADC$ 为叠似三角形

$$\therefore \triangle ABC \sim \triangle ACD$$

$$\therefore \frac{AC}{AB} = \frac{AD}{AC}, \angle B = \angle ACD = \angle CAB$$

$$\therefore AC = CB = 6$$

$$\therefore AC^2 = AB \cdot AD$$

$$\therefore AD = 4, AC = 6$$

$$\therefore AB = 9 \dots\dots\dots 4 \text{ 分}$$

$$\therefore C_{ABCD} = 23 \dots\dots\dots 5 \text{ 分}$$

(3) 解: 延长 EF 至点 M , 使 $FM = EF$, 连结 CM .

$\therefore F$ 为 AC 中点

$$\therefore AF = CF$$

$$\therefore \angle AFE = \angle CFM$$

$$\therefore \triangle AEF \cong \triangle CMF (SAS) \dots\dots\dots 6 \text{ 分}$$

$$\therefore AE = CM = 4, \angle AEF = \angle M$$

$$\therefore AE \parallel CM$$

$$\therefore \angle DEC = \angle ECM$$

$$\therefore DE = DC$$

$$\therefore \angle DEC = \angle DCE$$

$$\therefore \angle ECM = \angle DCE$$

$$\therefore \angle BEC = \angle AEF$$

$$\therefore \angle BEC = \angle M$$

$$\therefore \triangle BCE \sim \triangle ECM \dots\dots\dots 7 \text{ 分}$$

$$\therefore \frac{EM}{BE} = \frac{MC}{EC} = \frac{EC}{BC}$$

$$\therefore BC = 9, CM = 4$$

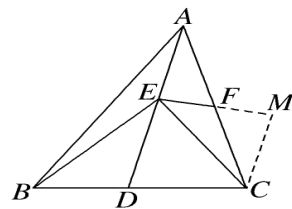
$$\therefore EC = 6 \dots\dots\dots 8 \text{ 分}$$

$$\therefore \frac{EM}{BE} = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$$

即 $\frac{2EF}{BE} = \frac{2}{3}$

$$\therefore \frac{EF}{BE} = \frac{1}{3} \dots\dots\dots 9 \text{ 分}$$

注: 方法不唯一, 酌情给分



北京初三高一高二高三期中试题下载

京考一点通团队整理了【**2023年10-11月北京各区各年级期中试题 & 答案汇总**】专题，及时更新最新试题及答案。

通过【**京考一点通**】公众号，对话框回复【**期中**】或者点击公众号底部栏目<**试题专区**>，进入各年级汇总专题，查看并下载电子版试题及答案！

