2022—2023 学年第二学期北大附中行知学院高一期中考试

数 学 试 卷

考生须知	1. 本试卷共 4 页，分为两部分：第一部分为选择题，共 40 分；第二部分为非选择题，共 60 分。 2. 试题所有答案必须填涂或书写在答题卡上，在试卷上作答无效。第一部分必须用 2B 铅笔作答，第二部分必须用黑色字迹的签字笔作答。 3. 考试结束后，考生应将答题卡放在桌面上，待监考员收回。

第一部分（选择题 共 40 分）

一、选择题共 10 小题，每小题 4 分，共 40 分。在每小题列出的四个选项中，选出符合题目要求的一项。

（1）已知点$(1,2)$在 α 的终边上，则$\cos\alpha=$

（A）$\frac{2\sqrt{5}}{5}$　　（B）$\frac{\sqrt{5}}{5}$　　（C）$\frac{2}{3}$　　（D）$\frac{1}{3}$

（2）将α的终边逆时针旋转$30°$，与$120°$的终边重合，则与α终边相同的角的集合为

（A）$\{\beta|\beta=k\times180°+90°,k\in Z\}$　　（B）$\{\beta|\beta=k\times360°+90°,k\in Z\}$

（C）$\{\beta|\beta=k\times180°+150°,k\in Z\}$　　（D）$\{\beta|\beta=k\times360°+150°,k\in Z\}$

（3）若 $\sin\alpha<0$ 且 $\tan\alpha>0$，则 α 的终边所在象限为

（A）第一象限　　（B）第二象限　　（C）第三象限　　（D）第四象限

（4）已知$\tan\alpha=2$，则$\frac{\cos\alpha+3\sin\alpha}{3\cos\alpha-\sin\alpha}=$

（A）7　　（B）$\frac{7}{5}$　　（C）1　　（D）$\frac{5}{7}$

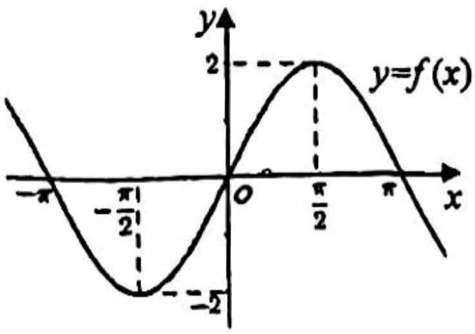
（5）已知 α 是第二象限角，若 $\sin\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right)=-\frac{1}{3}$，则 $\sin\alpha=$

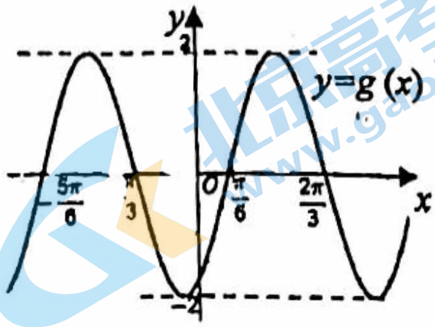
（A）$-\frac{2\sqrt{2}}{3}$　　（B）$-\frac{1}{3}$　　（C）$\frac{1}{3}$　　（D）$\frac{2\sqrt{2}}{3}$

（6）已知非零向量$\overrightarrow{OA}$，$\overrightarrow{OB}$不共线，且$\overrightarrow{BM}=\frac{1}{3}\overrightarrow{BA}$，则向量$\overrightarrow{OM}=$

（A）$\frac{1}{3}\overrightarrow{OA}+\frac{2}{3}\overrightarrow{OB}$　　（B）$\frac{2}{3}\overrightarrow{OA}+\frac{1}{3}\overrightarrow{OB}$　　（C）$\frac{1}{3}\overrightarrow{OA}-\frac{2}{3}\overrightarrow{OB}$　　（D）$\frac{2}{3}\overrightarrow{OA}-\frac{1}{3}\overrightarrow{OB}$

（7）要得到函数$y=g(x)$的图象，只需先将函数$y=f(x)$的图象上所有点的横坐标缩短到原来的$\frac{1}{2}$(纵坐标不变)，再将所得图象上的所有点





（A）向左平移 $\frac{\pi}{12}$ 个单位　　　　（B）向右平移 $\frac{\pi}{12}$ 个单位

（C）向左平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位　　　　（D）向右平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位

（8）设 a,b是平面向量，则“$a\cdot b>0$”是“$a//b$ ”的

（A）充分不必要条件　　　　（B）必要不充分条件

（C）充分必要条件　　　　（D）既不充分也不必要条件

（9）已知$10°$角的终边交单位圆于点A，将A绕原点O顺时针旋转$110°$至B，则B的坐标为

(A) $(\sin 10°, \cos 10°)$　　　　(B) $(\cos 10°, \sin 10°)$

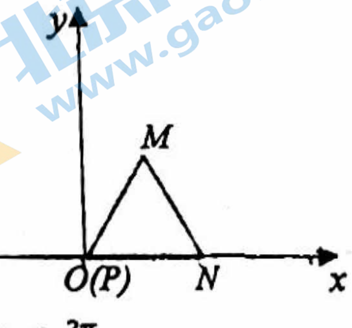
(C) $(-\sin 10°, -\cos 10°)$　　　　(D) $(-\cos 10°, -\sin 10°)$

（10）如图放置的边长为 1 的正$\triangle PMN$沿x轴滚动． 设顶点$P(x,y)$的运动轨迹对应的函数解析式为$y=f(x)$，给出下列结论，其中正确结论的个数为

①$y=f(x)$的图象关于点$(\frac{3}{2}, 0)$对称；

②$y=f(x)$的图象关于直线$x=\frac{3}{2}$对称；

③$y=f(x)$在其两个相邻零点间的曲线长度为$\frac{4\pi}{3}$；



④$y=f(x)$在其两个相邻零点间的图象与x轴所围区域的面积为$\frac{2\pi}{3}$.

说明：“正$\triangle PMN$沿x轴滚动”包括沿x轴正方向和负方向滚动．沿x轴正方向滚动指的是先以顶点N为中心顺时针旋转，当顶点M落在x轴上时，再以顶点M为中心顺时针旋转，如此继续．类似地，正$\triangle PMN$可以沿x轴负方向滚动．

（A）1　　　　（B）2　　　　（C）3　　　　（D）4

第二部分（非选择题 共 60 分）

二、填空题共 5 小题，每小题 4 分，共 20 分。

（11）化简$\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{DE}+\overrightarrow{EB}-\overrightarrow{AB}=$__________.

（12）已知$a=(1,2),b=(3,3)$，若$(\lambda a+b)//(b-a)$，则$\lambda=$__________.

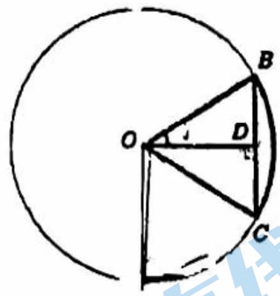
（13）已知$f(x)=\sin(2x+\frac{\pi}{6})$. 当$x\in[t,t+2],t\in Z$时，$f(x)$的取值范围为$[-1,1]$，则$t$的一个取值为__________.

（14）已知函数$f(x)$满足：①$\forall x\in R,f(1-x)=f(1+x)$且$f(x)=-f(-x)$；

②当$x\in[-1,1]$时，$f(x)=x$.

则不等式$xf(x)>0$的解集为________________.

（15）如右图单位圆，正弦最初的定义(称为古典正弦定义)为：单位圆中，当圆心角在$(0,\pi)$时，圆心角为2α时，2α的“古典正弦”为BC. 根据以上信息，$\frac{\pi}{3}$的“古典正弦”为__________. 当$\theta\in(0,\frac{\pi}{2}]$时，$\theta$的“古典正弦”除以$\sin\theta$的最大值为__________.



三、解答题共 4 小题，共 40 分。解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程。

（16）（本小题 10 分）

已知函数$f(x)=2\sin(2x+\frac{\pi}{4})$.

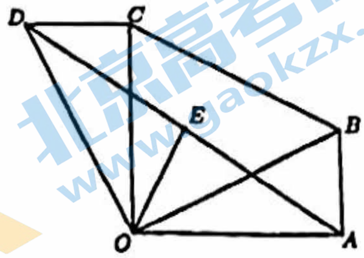
（Ⅰ）求$f(x)$的最小正周期和单调增区间；

（Ⅱ）求$f(x)$在$[-\frac{\pi}{8},\frac{\pi}{2}]$上的最大值和最小值，并求出相应的$x$值；

（Ⅲ）若函数$g(x)=f(x)-\sqrt{2}$在$[-\frac{\pi}{8},m]$上恰有 3 个零点，请直接写出m的取值范围.

（17）（本小题 10 分）

如图，在ΔOAB中，$\angle OAB=90°$，$OA=4$，$AB=2$，将ΔOAB绕O点逆时针旋转$90°$得到ΔOCD，连结AD，BC，设E为AD中点.



（Ⅰ）若$\overrightarrow{OD}=x\overrightarrow{OA}+y\overrightarrow{OC}(x,y\in R)$，则$x+y=$__________；

（Ⅱ）求$\overrightarrow{OC}\cdot\overrightarrow{OB}$；

（Ⅲ）求证：$OE\perp BC$.

（18）（本小题 10 分）

已知函数$f(x)=A\sin(\omega x+\varphi)(A>0,\omega>0,|\varphi|<\frac{\pi}{2})$的部分图象如图所示.

（Ⅰ）若$c=\pi$，则$\omega=$__________；

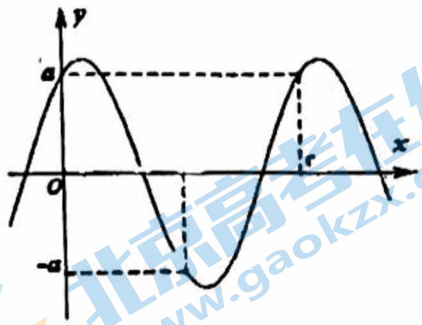
（Ⅱ）在条件①、条件②、条件③、条件④这四个条件中选择三个作为已知，使A,ω,φ唯一确定. 则选择的三个条件序号可以是________，此时$A=$___，$\omega=$___，$\varphi=$___；

（Ⅲ）利用（Ⅱ）中的结论，设$g(x)=f(2x)$，若函数$g(x)$在区间$[0,m]$上单调递增，求实数m的最大值.

条件①：$a=\sqrt{3}$；　　　条件②：$b=2$；

条件③：$c=3$；　　　条件④：$f(9)=1$.

注：如果选择的条件不符合要求，第（Ⅲ）问得 0 分.



（19）（本小题 10 分）

有如下条件：①对$\forall x_i\in(0,t)$，$i=1,2$，$x_1<x_2$，均有$f(x_1)<f(x_2)$；

②对$\forall x_i\in(0,t)$，$i=1,2$，$x_1<x_2$，均有$f(x_1)>f(x_2)$；

③对$\forall x_i\in(0,t)$，$i=1,2,3$，$x_1+x_2+x_3=\pi$；若$x_1<x_2<x_3$，则均有$f(2x_1)<f(2x_2)<f(2x_3)$；

④对$\forall x_i\in(0,t)$，$i=1,2,3$，$x_1+x_2+x_3=\pi$；若$x_1<x_2<x_3$，则均有$f(2x_1)>f(2x_2)>f(2x_3)$.

（Ⅰ）设函数$f(x)=\sin x$，$t=\frac{\pi}{2}$，直接写出该函数满足的所有条件序号；

（Ⅱ）设$x\in(0,\frac{\pi}{4})$，比较函数$f(x)=(\sin x)^{\cos x}$，$g(x)=(\cos x)^{\sin x}$，$h(x)=(\sin x)^{\sin x}$值的大小，并说明理由；

（Ⅲ）设函数$f(x)=\frac{\sin x}{x}$，满足条件②，求证：t的最大值$t_{max}\geq\pi$.（注：导数法不予计分）

关于我们

北京高考在线创办于 2014 年，隶属于北京太星网络科技有限公司，是北京地区极具影响力的中学升学服务平台。主营业务涵盖：北京新高考、高中生涯规划、志愿填报、强基计划、综合评价招生和学科竞赛等。

北京高考在线旗下拥有网站门户、微信公众平台等全媒体矩阵生态平台。平台活跃用户 40W+，网站年度流量数千万量级。用户群体立足于北京，辐射全国 31 省市。

北京高考在线平台一直秉承 ″ 精益求精、专业严谨 ″ 的建设理念，不断探索“K12 教育+互联网+大数据”的运营模式，尝试基于大数据理论为广大中学和家长提供新鲜的高考资讯、专业的高考政策解读、科学的升学规划等，为广大高校、中学和教科研单位提供“衔接和桥梁纽带”作用。

平台自创办以来，为众多重点大学发现和推荐优秀生源，和北京近百所中学达成合作关系，累计举办线上线下升学公益讲座数百场，帮助数十万考生顺利通过考入理想大学，在家长、考生、中学和社会各界具有广泛的口碑影响力

未来，北京高考在线平台将立足于北京新高考改革，基于对北京高考政策研究及北京高校资源优势，更好的服务全国高中家长和学生。