

2021 北京铁路二中高一（上）期中

数 学

2021.11

本试卷共 5 页，150 分。考试时长 120 分钟，考生务必将答案答在答题卡上，在试卷上作答无效。

第一部分（选择题 共 40 分）

一、选择题共 10 小题，每小题 4 分，共 40 分。在每小题列出的四个选项中，选出符合题目要求的一项。

1. 已知集合 $A = \{x | x^2 < 2, x \in \mathbf{Z}\}$, $B = \{0, 1, 2\}$, 则 $A \cup B =$ ()

- A. $\{0, 1, 2\}$ B. $\{-1, 0, 1\}$ C. $\{-1, 0, 1, 2\}$ D. $\{-2, -1, 0, 1, 2\}$

2. 下列函数中为偶函数的是 ()

- A. $y = |x|$ B. $y = 3x$ C. $y = -\frac{1}{x}$ D. $y = x^2 + 2x$

3. 下列命题是真命题的是 ()

- A. 若 $a > b > 0$, 则 $ac^2 > bc^2$ B. 若 $a > b$, 则 $a^2 > b^2$
C. 若 $a < b < 0$, 则 $a^2 < ab < b^2$ D. 若 $a < b < 0$, 则 $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$

4. 不等式 $|x - 1| \leq 2$ 的解集是 ()

- A. $\{x | x \leq 3\}$ B. $\{x | 1 \leq x \leq 3\}$ C. $\{x | -3 \leq x \leq 3\}$ D. $\{x | -1 \leq x \leq 3\}$

5. 下列四组函数中表示同一函数的是 ()

- A. $f(x) = x, g(x) = (\sqrt{x})^2$ B. $f(x) = x^2, g(t) = t^2$
C. $f(x) = x^2, g(x) = (x + 1)^2$ D. $f(x) = x - 1, g(x) = \frac{x^2 - 1}{x + 1}$

6. 已知定义在 \mathbf{R} 上的函数 $f(x)$ 的图象是连续不断的，且有如下对应值表：

x	1	2	3
$f(x)$	6.1	2.9	-3.5

那么函数 $f(x)$ 一定存在零点的区间是 ()

- A. $(-\infty, 1)$ B. $(1, 2)$ C. $(2, 3)$ D. $(3, +\infty)$

7. 若关于 x 的方程 $x^2 - 6x + 2 = 0$ 的两根分别是 x_1, x_2 , 则 $\frac{1}{x_1^2} + \frac{1}{x_2^2} =$ ()

- A. 6 B. 7 C. 8 D. 9

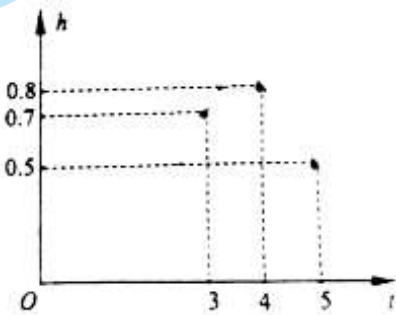
8. 已知 $f(x), g(x)$ 分别是定义在 \mathbf{R} 上的偶函数和奇函数, 且 $f(x) - g(x) = x^3 + x^2 + 1$, 则 $f(1) =$ ()

- A. -3 B. 2 C. 1 D. 3

9. 设 $x > 0, y > 0$, 则“ $x + y = 1$ ”是“ $xy \leq \frac{1}{4}$ ”的 ()

- A. 充分而不必要条件 B. 必要而不充分条件
C. 充分必要条件 D. 既不充分也不必要条件

10. 某物体飞行的轨迹是抛物线, 上升高度 h (单位: 米) 与时刻 t (单位: 秒) 满足函数关系 $h = at^2 + bt + c$ (a, b, c 是常数), 下图记录了三次实验的数据. 根据上述函数模型和实验数据, 可以得到高度最高时的时刻为 ()



- A. 3.50 秒 B. 3.75 秒 C. 4.00 秒 D. 4.25 秒

第二部分 (非选择题 共 110 分)

二、填空题共 5 小题, 每小题 5 分, 共 25 分.

11. 命题: $\forall x \in \mathbf{R}, x^2 + x > 0$ 的否定是_____.

12. 函数 $y = \frac{2}{\sqrt{2-x}}$ 的定义域为_____.

13. 能够说明“若 a, b, m 均为正数, 则 $\frac{b+m}{a+m} < \frac{b}{a}$ ”是假命题的一组整数 a, b 的值依次为_____.

14. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} \frac{2}{x}, & x \geq 2, \\ x^2 - 3, & x < 2. \end{cases}$ 则 $f(f(2)) =$ _____; 若关于 x 的函数 $y = f(x) - k$ 有且只有三个不

同的零点，则实数 k 的取值范围是_____.

15. 给出定义：若 $m - \frac{1}{2} < x \leq m + \frac{1}{2}$ (其中 m 为整数，则 m 叫做离实数 x 最近的整数，记作 $\{x\}$ ，即 $\{x\} = m$ ，

在此基础上给出下列关于函数 $f(x) = x - \{x\}$ 的四个命题：

① $f(0) = f(1)$ ；

②点 $(k, 0)$ 是 $y = f(x)$ 的图像的对称中心，其中 $k \in \mathbf{Z}$ ；

③ $y = f(x)$ 的定义域是 \mathbf{R} ，值域是 $\left(-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right]$ ；

④函数 $y = f(x)$ 在 $\left(-\frac{1}{2}, \frac{3}{2}\right]$ 上是增函数.

则上述命题中真命题的序号是_____.

三、解答题共 6 小题，共 85 分. 解答应写出文字说明，演算步骤或证明过程.

16. (本小题 12 分)

已知全集 $U = \mathbf{R}$ ，集合 $A = \{x | -1 < x < 3\}$, $B = \{x | x^2 - 3x + 2 > 0\}$

(I) 求 $A \cap B$ ；

(II) 求 $(\complement_U A) \cup B$.

17. (本小题 13 分)

已知函数 $f(x) = x - x^{-1}$.

(I) 判断函数 $f(x)$ 的奇偶性，并证明；

(II) 证明函数 $f(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 上为增函数.

18. (本小题 14 分)

设某商品的利润只由生产成本和销售收入决定. 生产成本 C (单位: 万元) 与生产量 x (单位: 千件) 间的函数

关系是 $C = 3 + x$; 销售收入 S (单位: 万元) 与生产量 x 间的函数关系是 $S = \begin{cases} 3x + \frac{18}{x-8} + 5, & 0 < x < 6, \\ 14, & x \geq 6. \end{cases}$ 设商品

的利润为 Y (万元).

(I) 把 Y 表示为生产量 x 的函数;

(II) 为使商品的利润 Y 最大化, 应如何确定生产量?

19. (本小题 14 分)

已知函数 $f(x) = x^2 + ax + 4, a \in \mathbf{R}$.

(I) 解不等式 $f(x) + f(-x) < 10x$;

(II) 求函数 $f(x)$ 在区间 $[1, 2]$ 上的最小值 $g(a)$.

20. (本小题 16 分)

已知函数 $f(x) = ax^2 - (2a+1)x + 2, a \in \mathbf{R}$.

(I) 当 $a = 0$ 时, 求 $\frac{f(x)}{x+1} < 0$ 的解集;

(II) 若对任意的 $x \in \mathbf{R}$, 恒有 $f(x) + x > 0$, 求实数 a 的取值范围;

(III) 当 $a > 0$ 时, 求 $f(x) < 0$ 的解集.

21. (本小题 16 分)

对于函数 $f(x)$, 若 $f(x_0) = x_0$, 则称 x_0 为 $f(x)$ 的“不动点”; 若 $f[f(x_0)] = x_0$, 则称 x_0 为 $f(x)$ 的“稳定点”. 函数 $f(x)$ 的“不动点”和“稳定点”的集合分别记为 A 和 B , 即 $A = \{x | f(x) = x\}, B = \{x | f[f(x)] = x\}$.

(I) 设函数 $f(x) = 3x + 4$, 求集合 A 和 B ;

(II) 求证: $A \subseteq B$;

(III) 设函数 $f(x) = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$, 且 $A = \emptyset$, 求证: $B = \emptyset$

关于我们

北京高考在线创办于 2014 年，隶属于北京太星网络科技有限公司，是北京地区极具影响力的中学升学服务平台。主营业务涵盖：北京新高考、高中生涯规划、志愿填报、强基计划、综合评价招生和学科竞赛等。

北京高考在线旗下拥有网站门户、微信公众平台等全媒体矩阵生态平台。平台活跃用户 40W+，网站年度流量数千万量级。用户群体立足于北京，辐射全国 31 省市。

北京高考在线平台一直秉承“精益求精、专业严谨”的建设理念，不断探索“K12 教育+互联网+大数据”的运营模式，尝试基于大数据理论为广大中学和家长提供新鲜的高考资讯、专业的高考政策解读、科学的升学规划等，为广大高校、中学和教科研单位提供“衔接和桥梁纽带”作用。

平台自创办以来，为众多重点大学发现和推荐优秀生源，和北京近百所中学达成合作关系，累计举办线上线下升学公益讲座数百场，帮助数十万考生顺利通过考入理想大学，在家长、考生、中学和社会各界具有广泛的口碑影响力

未来，北京高考在线平台将立足于北京新高考改革，基于对北京高考政策研究及北京高校资源优势，更好的服务全国高中家长和学生。



微信搜一搜

北京高考资讯

官方微信公众号：bjgkzx

官方网站：www.gaokzx.com

咨询热线：010-5751 5980

微信客服：gaokzx2018

关注北京高考在线官方微信：[北京高考资讯\(微信号:bjgkzx\)](https://www.gkaozx.com)，获取更多试题资料及排名分析信息。