

2019-2020 学年第一学期 高三年级

9 月份学习质量检测 数学学科 试卷

使用时间：9 月 27 日 考试时间：120 分钟 满分 150 分

一、 选择题 (每小题 5 分，共 50 分)

1、 已知集合 $A = \{x | x > 1\}$, 集合 $B = \{x | x^2 < 4\}$, 则 $A \cap B =$

- A. $\{x | x > -2\}$ B. $\{x | 1 < x < 2\}$ C. $\{x | 1 \leq x < 2\}$ D. R

2、 已知等差数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 = 2$, 公差 $d \neq 0$, 且 a_1, a_2, a_3 成等比数列, 则 $d =$

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

3、 若 $a > b$, 则

- A. $\ln(a-b) > 0$ B. $3^a < 3^b$ C. $a^3 - b^3 > 0$ D. $|a| > |b|$

4、 函数 $f(x) = 2^x - \frac{1}{x} - a$ 的一个零点在区间 $(1, 2)$ 内, 则实数 a 的取值范围是

- A. $(1, 3)$ B. $(1, 2)$ C. $(0, 3)$ D. $(0, 2)$

5 (说明 : 以下两题选择其一作答)

(1) 已知 m, n 是两条不同直线, α, β 是两个不同平面, 则

- A. 若 $m \perp \alpha, \alpha \perp \beta$, 则 $m \parallel \beta$; B. 若 $m \parallel \alpha, n \perp \alpha$, 则 $m \perp n$
C. $m \subset \alpha, n \subset \alpha, m \parallel \beta, n \parallel \beta$, 则 $\alpha \parallel \beta$; D. 若 $n \parallel \alpha, m \parallel \alpha$, 则 $m \parallel n$

(2) 将直线 $y = 2x$ 绕原点逆时针旋转 90° , 再向右平移一个单位长度, 所得到的直线为

- A. $y = -\frac{1}{2}x + 1$ B. $y = -\frac{1}{2}x + \frac{1}{2}$ C. $y = 2x - 2$ D. $y = \frac{1}{2}x + 1$

6、 设 m, n 为非零向量, 则 " 存在负数 λ , 使得 $m = \lambda n$ " 是 " $m \cdot n < 0$ " 的

- A. 充分而不必要条件 B. 必要不充分条件
C. 充分必要条件 D. 既不充分也不必要条件

7、已知函数 $f(x) = A \sin(\omega x + \varphi)$ ($A > 0, \omega > 0, |\varphi| < \pi$) 是奇函数，且 $f(x)$ 的最小正周期为 π ，将 $y = f(x)$ 的图象上所有点的横坐标伸长到原来的 2 倍（纵坐标不变），所得图象对应的函数为 $g(x)$ ，若 $g(\frac{\pi}{4}) = \sqrt{2}$ ，则 $f(\frac{3\pi}{8}) =$

- A. -2 B. $-\sqrt{2}$ C. $\sqrt{2}$ D. 2

8、已知点 P 是边长为 2 的正方形 $ABCD$ 所在平面内一点，若 $|\overrightarrow{AP} - \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD}| = 1$ 则 $|\overrightarrow{AP}|$ 最大值是

- A. $2\sqrt{2}-1$ B. $2\sqrt{2}$ C. $2\sqrt{2}+1$ D. $2\sqrt{2}+2$

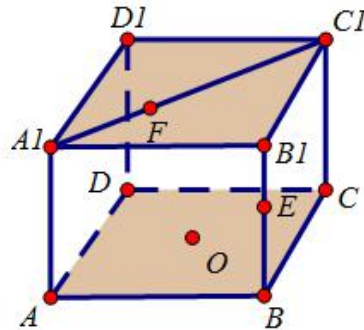
9、已知函数 $f(x) = \sin x - \cos x$, $g(x)$ 是 $f(x)$ 的导函数，则下列结论中错误的是

- A. 函数 $f(x)$ 的值域与 $g(x)$ 的值域相同
 B. 若 x_0 是函数 $f(x)$ 的极值点，则 x_0 是函数 $g(x)$ 的零点
 C. 把函数 $f(x)$ 的图象向右平移 $\frac{\pi}{2}$ 个单位，就可以得到函数 $g(x)$ 的图象
 D. 函数 $f(x)$ 和 $g(x)$ 在区间 $(-\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4})$ 上都是增函数

10、（说明：以下两题选择其一作答）

(1) 在正方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中动点 E 在棱 BB_1 上，动点 F 在线段 A_1C_1 上， O 为底面 $ABCD$ 的中心，若 $BE = x, A_1F = y$ ，则四面体 $O - AEF$ 的体积

- A. 与 x, y 都有关
 B. 与 x, y 都无关
 C. 与 x 有关，与 y 无关
 D. 与 y 有关，与 x 无关



(2)、(2011 海淀二模 7.) 若椭圆 $C_1: \frac{x^2}{a_1^2} + \frac{y^2}{b_1^2} = 1 (a_1 > b_1 > 0)$ 和椭圆 $C_2:$

$$\frac{x^2}{a_2^2} + \frac{y^2}{b_2^2} = 1 (a_2 > b_2 > 0)$$

的焦点相同且 $a_1 > a_2$, 给出如下四个结论:

- ① 椭圆 C_1 和椭圆 C_2 一定没有公共点; ② $\frac{a_1}{a_2} > \frac{b_1}{b_2}$;
 ③ $a_1^2 - a_2^2 = b_1^2 - b_2^2$; ④ $a_1 - a_2 < b_1 - b_2$.

其中, 所有正确结论的序号是

- A. ②③④ B. ①③④ C. ①②④ D. ①②③

二、填空题 (每小题 5 分, 共 30 分)

11、在 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c 。若 $\sin A = \cos(\frac{\pi}{2} - B)$,
 $a = 3, c = 2$, 则 $\cos C =$ _____ ;

12、从 2 位女生, 4 位男生中选 3 人参加科技比赛, 且至少有 1 位女生入选, 则不同的选法共有 _____ 种;

13、在等差数列 $\{a_n\}$ 中, 若 $a_5 + a_7 = 4, a_6 + a_8 = -2$, 则数列 $\{a_n\}$ 的公差等于 _____ ;

14、若对任意 $x > 0, \frac{x}{x^2 + 3x + 1} \leq a$ 恒成立, 则 a 的取值范围是 _____ ;

- 15、(2019 朝阳一模) 天坛公园是明清两代皇帝“祭天”“祈谷”的场所。天坛公园中的圜丘台共有三层(如图 1 所示)，上层坛的中心是一块呈圆形的大理石板，从中心向外围以扇面形石铺成(如图 2 所示)。上层坛从第一环至第九环共有九环，中层坛从第十环至第十八环共有九环，下层坛从第十九环至第二十七环共有九环；第一环的扇面形石有 9 块，从第二环起，每环的扇面形石块数比前一环多 9 块，则第二十七环的扇面形石块数是_____；上、中、下三层坛所有的扇面形石块数是_____。



图 1



图 2

- 16、已知函数 $f(x) = e^x - e^{-x}$ ，下列命题正确的有_____。(写出所有正确命题的编号)

- ① $f(x)$ 是奇函数；
- ② $f(x)$ 在 R 上是单调递增函数；
- ③ 方程 $f(x) = x^2 + 2x$ 有且仅有 1 个实数根；
- ④ 如果对于任意 $x \in (0, +\infty)$ ，都有 $f(x) > kx$ ，那么 k 的最大值为 2.

三、解答题(共 70 分)

- 17、函数 $f(x) = A \sin(\omega x + \frac{\pi}{6})$ ($A > 0, \omega > 0$) 的最大值为 2，它的最小正周期为 2π 。

(1) 求函数 $f(x)$ 的解析式；

(2) 若 $g(x) = \cos x \cdot f(x)$ ，求 $g(x)$ 在区间 $[-\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{4}]$ 上的最大值和最小值。

18、已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n ，且 $S_n = 2n^2 + n$ ， $n \in \mathbb{N}^*$ ，数列 $\{b_n\}$ 满足 $a_n = 4\log_2 b_n + 3$ ， $n \in \mathbb{N}^*$

(1) 求 a_n ， b_n ；

(2) 求数列 $\{a_n + b_n\}$ 的前 n 项和 T_n 。

19、设函数 $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}x^2 + ax$ ， $a \in \mathbb{R}$ 。

(1) 若 $x=2$ 是 $f(x)$ 的极值点，求 a 的值，并讨论 $f(x)$ 的单调性；

(2) 已知函数 $g(x) = f(x) - ax^2 + \frac{2}{3}$ ，若 $g(x)$ 在区间 $(0,1)$ 内有零点，求 a 的取值范围。

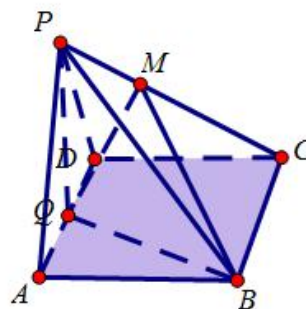
20、(说明：以下两题选择其一作答)

(1) 如图，在四棱锥 $P-ABCD$ 中，底面 $ABCD$ 为菱形， $\angle BAD = 60^\circ$ ， Q 为 AD 的中点， $PA = PD = AD = 2$ 。

(I) 求证： $AD \perp$ 平面 PQB ；

(II) 点 M 在线段 PC 上， $PM = tPC$ ，试确定 t 的值，使 $PA \parallel$ 平面 MQB ；

(III) 若 $PA \parallel$ 平面 MQB ，平面 $PAD \perp$ 平面 $ABCD$ ，求二面角 $M-BQ-C$ 的大小。



(2) 已知圆 C 过点 $P(1,1)$ ，且与圆 $M: (x+2)^2 + (y+2)^2 = r^2 (r > 0)$ 关于直线 $x+y+2=0$ 对称。

(I) 求圆 C 的方程；

(II) 设 Q 为圆 C 上的一个动点， M 为圆 M 的圆心，求 $\overrightarrow{PQ} \cdot \overrightarrow{MQ}$ 的最小值；

(III) 过点 P 作两条相异直线分别与圆 C 相较于 A, B ，且直线 PA 与直线 PB 的倾斜角互补。若 O 为坐标原点，试判断直线 OP 和 AB 是否平行，并说明理由。

21、已知函数 $f(x) = \frac{m}{2}x^2 - x - \ln x$ ，

(I) 求曲线 $C: y = f(x)$ 在 $x=1$ 处的切线 l 的方程；

(II) 若函数 $f(x)$ 在定义域内是单调函数，求 m 的取值范围；

(III) 当 $m > -1$ 时，(I) 中的直线 l 与曲线 $C: y = f(x)$ 有且只有一个公共点，求 m 的取值范围。

22、在 $n \times n (n \geq 2)$ 个实数组成的 n 行 n 列的数表中， a_{ij} 表示第 i 行第 j 的数，记 $r_i = a_{i1} + a_{i2} + \dots + a_{in} (1 \leq i \leq n)$ ， $c_j = a_{1j} + a_{2j} + \dots + a_{nj} (1 \leq j \leq n)$ ，若 $a_{ij} \in \{-1, 0, 1\} (1 \leq i, j \leq n)$ 且 $r_1, r_2, \dots, r_n, c_1, c_2, \dots, c_n$ 两两不等，则称此表为“ n 阶 H 表”，记 $H_n = \{r_1, r_2, \dots, r_n, c_1, c_2, \dots, c_n\}$ 。

(I) 请写出一个“2 阶 H 表”；

(II) 对任意一个“ n 阶 H 表”，若整数 $\lambda \in H_n$ ，求证： λ 为偶数；

(III) 求证：不存在“5 阶 H 表”

北京高考在线是长期为中学老师、家长和考生提供新鲜的高考资讯、专业的高考政策解读、科学的升学规划以及实用的升学讲座活动等全方位服务的升学服务平台。自 2014 年成立以来一直致力于服务北京考生，助力千万学子，圆梦高考。

目前，北京高考在线拥有旗下拥有北京高考在线网站和北京高考资讯微信公众号两大媒体矩阵，关注用户超 10 万+。

北京高考在线_2018 年北京高考门户网站

<http://www.gaokzx.com/>

北京高考资讯微信：bj-gaokao

北京高考资讯

关于我们

北京高考资讯隶属于太星网络旗下，北京地区高考领域极具影响力的升学服务平台。

北京高考资讯团队一直致力于提供最专业、最权威、最及时、最全面的高考政策和资讯。期待与更多中学达成更广泛的合作和联系。

长按二维码 识别关注



微信公众号：bj-gaokao

官方网址：www.gaokzx.com

咨询热线：010-5751 5980