

2021—2022 学年高三考前模拟考试

理科数学

考生注意：

1. 答题前，考生务必将自己的姓名、准考证号填写在试卷和答题卡上，并将准考证号条形码粘贴在答题卡上的指定位置。
2. 回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号。回答非选择题时，将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。
3. 考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 复数 $z = \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}i}{1 - \sqrt{3}i}$ 的虚部为

A. $-\frac{\sqrt{6}}{2}$

B. $-\frac{\sqrt{2}}{2}$

C. $\frac{\sqrt{2}}{2}$

D. $\frac{\sqrt{6}}{2}$

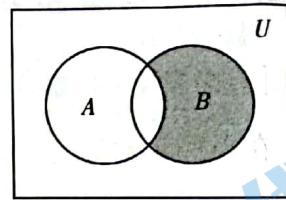
2. 已知全集 $U = \mathbb{R}$ ，集合 $A = \{x | x^2 - 3x - 4 > 0\}$, $B = \{-3, -1, 1, 3, 5\}$ ，则 Venn 图中阴影部分表示的集合为

A. {1}

B. {-1, 1, 3}

C. {5}

D. {-3, 5}



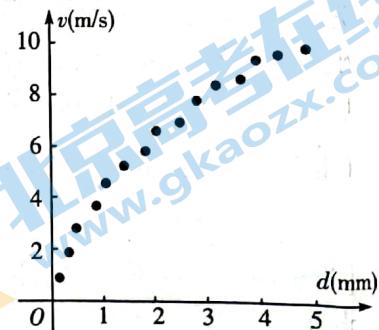
3. 雨滴在下落过程中，受到的阻力随速度增大而增大，当速度增大到一定程度时，阻力与重力达到平衡，雨滴开始匀速下落，此时雨滴的下落速度称为“末速度”。某学习小组通过实验，得到了雨滴的末速度 v （单位：m/s）与直径 d （单位：mm）的一组数据，并绘制成如图所示的散点图，则在该实验条件下，下面四个回归方程类型中最适宜作为雨滴的末速度 v 与直径 d 的回归方程类型的是

A. $v = a + b\sqrt{d}$

B. $v = a + bd$

C. $v = a + bd^2$

D. $v = a + be^d$



4. 若 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} x+y \geqslant 3, \\ x-2y+4 \leqslant 0, \\ y \leqslant 3, \end{cases}$ 则 $z = y - 2x$ 的最小值为

A. 3

B. 1

C. -1

D. -2

5. 在等比数列 $\{a_n\}$ 中， $a_1 + a_2 = 4$ ，若 $a_1 + 2, a_2 + 3, a_3$ 成等差数列，则 $\{a_n\}$ 的公比为

A. 2

B. 3

C. 4

D. 5

6. 某晚会上需要安排 4 个歌舞类节目和 2 个语言类节目的演出顺序，要求语言类节目之间有且仅有 2 个歌舞类节目，则不同的演出方案的种数为

A. 72

B. 96

C. 120

D. 144

7. 对任意 $x \in \mathbb{R}$, 用 $[x]$ 表示不超过 x 的最大整数, 设函数 $f(x) = \cos[\pi]x + \cos[\pi x]$, 则

$$f\left(\frac{\pi}{2}\right) =$$

A. $\cos 4$

B. $\cos 3$

C. $-1 + \cos 4$

D. $-1 + \cos 3$

8. 若函数 $f(x)$ 是定义域和值域均为 $[0, 1]$ 的单调递增函数, 我们称

曲线 $y=f(x)$ 为洛伦兹曲线, 它在经济学上用来描述一个国家的家庭收入分布情况. 如图, 设曲线 $y=f(x)$ 与直线 $y=x$ 所围成的区域

面积为 A , 曲线 $y=f(x)$ 与直线 $x=1$, x 轴围成的区域面积为 B , 定义基尼系数 $G=\frac{A}{A+B}$, 基尼系数可以衡量一个国家家庭收入分布

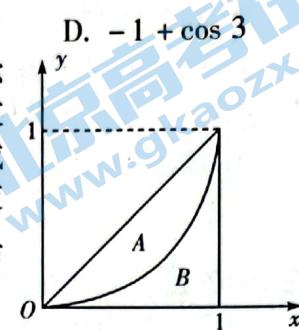
不平均的程度. 若某个国家的洛伦兹曲线为 $y=-\sqrt{1-x^2}+1(0 \leqslant x \leqslant 1)$, 则该国家的基尼系数为

A. $\frac{\pi}{4}-\frac{1}{2}$

B. $1-\frac{\pi}{4}$

C. $\frac{\pi}{2}-\frac{1}{2}$

D. $\frac{\pi}{2}-1$



9. 在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, E, F 分别为棱 AD, A_1B_1 的中点, 则异面直线 EF 与 AD_1 所成角的余弦值为

A. $\frac{\sqrt{3}}{6}$

B. $\frac{\sqrt{3}}{3}$

C. $\frac{\sqrt{2}}{2}$

D. $\frac{\sqrt{6}}{3}$

10. 在平面直角坐标系 xOy 中, 已知抛物线 $y^2=4x$, 点 $A(4,0), B(6,0)$, 过 A 且垂直于 x 轴的直线与抛物线交于点 C , 过 C 作 BC 的垂线, 交 x 轴于点 D , 则下列命题正确的个数为

①点 C 的坐标为 $(4,4)$; ② $\triangle OCD$ 的面积为 8 ; ③ $|OC|=|OD|$; ④直线 CD 与抛物线相切.

A. 1

B. 2

C. 3

D. 4

11. 如图所示, 在平面直角坐标系 xOy 中, 双曲线 $E: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1(a > 0, b > 0)$ 的左、右顶点

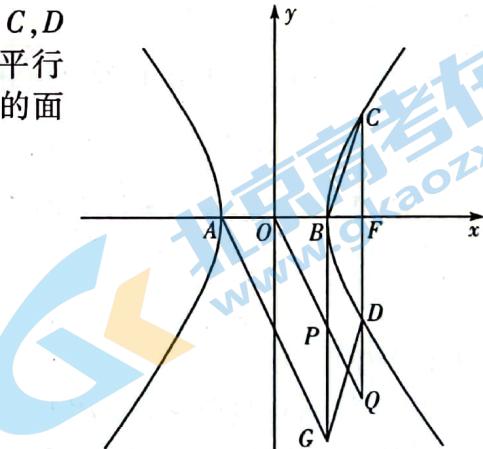
分别为 A, B , 过其右焦点 F 作 x 轴的垂线与 E 交于 C, D 两点, 四边形 $BCDG$ 为平行四边形, 过 O 作 AG 的平行线, 分别与直线 BG, CD 交于点 P, Q , 设梯形 $BFQP$ 的面积为 S , 则

A. $\frac{|CF|}{S} = 1$

B. $\frac{|CF|}{S} = 2$

C. $\frac{|CF|^2}{S} = 1$

D. $\frac{|CF|^2}{S} = 2$



12. 已知函数 $f(x) = 2ae^x - e^ax^2$ 至多有 2 个不同的零点, 则实数 a 的最大值为

A. 0

B. 1

C. 2

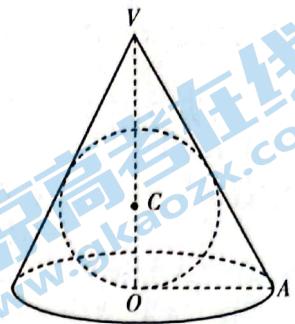
D. e

二、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分.

13. 已知平面向量 \mathbf{a}, \mathbf{b} 的夹角为 $\frac{\pi}{3}$, 且 $|\mathbf{a}|=3, |\mathbf{b}|=8$, 则 $|\mathbf{a}-\mathbf{b}|=$ _____.

14. 已知函数 $f(x)=2\sin\left(\omega x+\frac{\pi}{6}\right)(\omega>0)$ 的最小正周期为 π , 则 $f(x)$ 在区间 $\left[-\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{3}\right]$ 上的最小值为 _____.

15. 已知等差数列 $\{a_n\}$ 的各项均为正数, 其前 n 项和 S_n 满足 $\frac{S_n}{a_{n+1}^2} = \frac{n}{n+1}$, 则其通项 $a_n =$ _____.



16. 如图,已知球 C 与圆锥 VO 的侧面和底面均相切,且球心 C 在线段 VO 上,球的半径为 R ,圆锥 VO 的底面半径为 r ,圆锥的表面积为 $9\pi R^2$,则 $\frac{R}{r} = \underline{\hspace{2cm}}$.

三、解答题:共 70 分. 解答应写出文字说明,证明过程或演算步骤. 第 17 ~ 21 题为必考题,每个试题考生都必须作答. 第 22,23 题为选考题,考生根据要求作答.

(一)必考题:共 60 分.

17. (12分)

2022年4月16日9时56分,在太空遨游半年的神舟十三号飞船在东风着陆场成功着陆,这标志着中国空间站关键技术验证阶段的最后一次飞行任务取得圆满成功.为了让学生关注中国航天事业发展,某校组织航天知识竞赛活动,比赛共25道必答题,答对一题得4分,答错一题倒扣2分,学生甲参加了这次活动,假设每道题甲能答对的概率都是 $\frac{4}{5}$,且每道题答对与否互不影响.

- (I) 求甲前3题得分之和大于0的概率;
 (II) 设甲的总得分为 X ,求 EX .

18. (12 分).

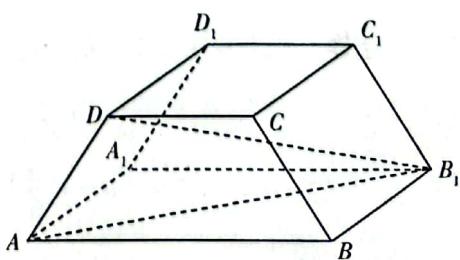
在 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 已知 $\cos \frac{A+B}{2} = 2\sin C$.

- (I) 求 $\cos C$;
 (II) 若 $\sin A = \frac{1}{4}$, $a = 4$, 求 AB 边上的高.

19. (12分)

如图所示，在直四棱柱 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中，底面 $ABCD$ 是等腰梯形， $AB \parallel CD$ ， $AB = 2CD$ ， $\angle BAD = 60^\circ$ ，四边形 CDD_1C_1 是正方形。

- (I) 指出棱 CC_1 与平面 ADB_1 的交点 E 的位置(无需证明),并在图中将平面 ADB_1 截该四棱柱所得的截面补充完整;
 (II)求二面角 $B_1 - AD - A_1$ 的余弦值.



20. (12 分)

已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的离心率为 $\frac{\sqrt{2}}{2}$, C 的四个顶点围成的四边形面积为 $2\sqrt{2}$.

(I) 求 C 的方程;

(II) 已知点 $Q(0, -1)$, 若不过点 Q 的动直线 l 与 C 交于 A, B 两点, 且 $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AQ} = \overrightarrow{AQ}^2$,
证明: l 过定点.

21. (12 分)

已知函数 $f(x) = e^x - x \ln x - ax - 1 (a \in \mathbb{R})$ 有两个零点.

(I) 求 a 的取值范围;

(II) 设 x_1, x_2 是 $f(x)$ 的两个零点, 证明: $x_1 + x_2 > 2$.

(二) 选考题: 共 10 分. 请考生在第 22, 23 题中任选一题作答, 如果多做, 则按所做的第一题计分.

22. [选修 4-4: 坐标系与参数方程] (10 分)

在平面直角坐标系 xOy 中, 曲线 C_1 的参数方程为 $\begin{cases} x = \sin \alpha + 1, \\ y = \cos \alpha \end{cases}$ (α 为参数), 直线 l 的方程

为 $x + y - \sqrt{2} = 0$. 以坐标原点 O 为极点, x 轴的正半轴为极轴建立极坐标系, 曲线 C_2 的极坐标方程为 $\rho = 2 + 2\cos \theta$.

(I) 求 C_1 和 l 的极坐标方程;

(II) 若射线 $\theta = \frac{\pi}{4} (\rho \geq 0)$ 与 C_1 交于 A 点, 与 C_2 交于 B 点, 与 l 交于 C 点, 且 A, B 均不
同于点 O , 求 $|CB| - |CA|$.

23. [选修 4-5: 不等式选讲] (10 分)

设函数 $f(x) = |x + 2| - |2x - 3|$.

(I) 求不等式 $f(x) > 1$ 的解集;

(II) 若 $f(x)$ 的最大值为 m , 实数 a, b 满足 $a^2 + b^2 = \frac{2}{7}m$, 求 $(a - 2)^2 + b^2$ 的最小值.

2021—2022 学年高三考前模拟考试

理科数学 · 答案

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。

1. C 2. B

3. A

4. C

5. B

6. D

7. A

8. D

9. A

10. B

11. D

12. C

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13. 7

14. -2

15. $\frac{n}{2}$

16. $\frac{\sqrt{3}}{3}$ 或 $\frac{\sqrt{6}}{3}$

三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤。

17. 解析 (I) 甲前 3 题得分之和大于 0，则他答对 2 题或 3 题， (1 分)

$$\text{概率为 } P = C_3^1 \times \left(\frac{4}{5}\right)^2 \times \frac{1}{5} + \left(\frac{4}{5}\right)^3 = \frac{112}{125}. \quad (5 \text{ 分})$$

(II) 设甲答对的题的个数为 Y ，由题意知 $Y \sim B\left(25, \frac{4}{5}\right)$ ， (7 分)

$$\text{所以 } EY = 25 \times \frac{4}{5} = 20, \quad (9 \text{ 分})$$

$$\text{所以 } EX = 4 \times 20 - 2 \times (25 - 20) = 70. \quad (12 \text{ 分})$$

18. 解析 (I) 因为 $A + B + C = \pi$ ，所以 $\frac{A+B}{2} = \frac{\pi}{2} - \frac{C}{2}$ ， (1 分)

$$\text{所以 } \cos \frac{A+B}{2} = \sin \frac{C}{2} = 2 \sin \frac{C}{2} \cos \frac{C}{2},$$

$$\text{因为 } \sin \frac{C}{2} \neq 0, \text{ 所以 } \cos \frac{C}{2} = \frac{1}{4}, \quad (3 \text{ 分})$$

$$\text{所以 } \cos C = 2 \cos^2 \frac{C}{2} - 1 = -\frac{7}{8}. \quad (5 \text{ 分})$$

$$(II) \text{ 因为 } C \in (0, \pi), \text{ 所以 } \sin C = \sqrt{1 - \cos^2 C} = \frac{\sqrt{15}}{8}. \quad (6 \text{ 分})$$

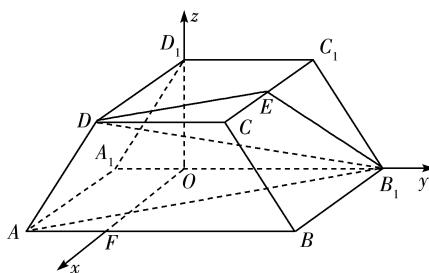
$$\text{易知 } A \text{ 为锐角，所以 } \cos A = \sqrt{1 - \sin^2 A} = \frac{\sqrt{15}}{4}. \quad (8 \text{ 分})$$

$$\text{所以 } \sin B = \sin(A+C) = \sin A \cos C + \cos A \sin C = -\frac{1}{4} \times \frac{7}{8} + \frac{\sqrt{15}}{4} \times \frac{\sqrt{15}}{8} = \frac{1}{4}. \quad (10 \text{ 分})$$

$$\text{设 } AB \text{ 边上的高为 } h, \text{ 则 } h = \sin B = 4 \times \frac{1}{4} = 1. \quad (12 \text{ 分})$$

19. 解析 (I) 由图可知 $AB \parallel CC_1$ ，所以 $\angle BAE = \angle ACC_1$ ， (2 分)

作图如下：如图，取 CC_1 的中点 E ，连接 DE, B_1E 。 (4 分)



(Ⅱ) 设 D_1 在平面 ABB_1A_1 内的射影为 O , 点 F 在 AB 上, 且 $OF \parallel AA_1$. 以 O 为坐标原点, OF, OB_1, OD_1 所在直线分别为 x, y, z 轴建立空间直角坐标系.

设 $CD = 2$, 则 $AA_1 = 2$, $AB = 4$, $AF = OA_1 = 1$, $OB_1 = 3$, $OD_1 = \sqrt{3}$, (5 分)

所以 $A(2, -1, 0)$, $B_1(0, 3, 0)$, $D(2, 0, \sqrt{3})$, $A_1(0, -1, 0)$,

所以 $\overrightarrow{AA_1} = (2, 0, 0)$, $\overrightarrow{AD} = (0, 1, \sqrt{3})$, $\overrightarrow{AB_1} = (-2, 4, 0)$ (6 分)

设平面 AA_1D 的法向量为 $\mathbf{m} = (x_1, y_1, z_1)$,

$$\text{则 } \begin{cases} \mathbf{m} \cdot \overrightarrow{AA_1} = 2x_1 = 0, \\ \mathbf{m} \cdot \overrightarrow{AD} = y_1 + \sqrt{3}z_1 = 0, \end{cases} \text{ 取 } \mathbf{m} = (0, \sqrt{3}, -1). \quad (8 \text{ 分})$$

设平面 ADB_1 的法向量为 $\mathbf{n} = (x_2, y_2, z_2)$,

$$\text{则 } \begin{cases} \mathbf{n} \cdot \overrightarrow{AB_1} = -2x_2 + 4y_2 = 0, \\ \mathbf{n} \cdot \overrightarrow{AD} = y_2 + \sqrt{3}z_2 = 0, \end{cases} \text{ 取 } \mathbf{n} = (2\sqrt{3}, \sqrt{3}, -1). \quad (10 \text{ 分})$$

$$\text{所以 } \cos \langle \mathbf{m}, \mathbf{n} \rangle = \frac{\mathbf{m} \cdot \mathbf{n}}{|\mathbf{m}| |\mathbf{n}|} = \frac{4}{2 \times \sqrt{16}} = \frac{1}{2},$$

由图可知二面角 $B_1 - AD - A_1$ 为锐角, 故其余弦值为 $\frac{1}{2}$ (12 分)

20. 解析 (I) 由离心率为 $\frac{\sqrt{a^2 - b^2}}{a} = \frac{\sqrt{2}}{2}$, 得 $a = \sqrt{2}b$, ① (2 分)

C 的四个顶点围成的四边形面积为 $\frac{1}{2} \times 2a \times 2b = 2ab = 2\sqrt{2}$. ② (3 分)

由①②可得 $a = \sqrt{2}$, $b = 1$, (4 分)

故 C 的方程为 $\frac{x^2}{2} + y^2 = 1$ (5 分)

(Ⅱ) 由 $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AQ} = (\overrightarrow{AQ} + \overrightarrow{QB}) \cdot \overrightarrow{AQ} = \overrightarrow{AQ}^2$, 得 $\overrightarrow{QB} \cdot \overrightarrow{AQ} = 0$ (6 分)

因为 Q 不在 l 上, 所以 $\overrightarrow{QB}, \overrightarrow{AQ}$ 都不是零向量, 故 $QA \perp QB$, 结合图形可知 l 的斜率一定存在.

设 l 的方程为 $y = kx + t$ ($t \neq -1$), $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$ (7 分)

$$\text{联立方程组得 } \begin{cases} y = kx + t, \\ \frac{x^2}{2} + y^2 = 1, \end{cases} \text{ 消去 } y \text{ 并整理得 } (1 + 2k^2)x^2 + 4ktx + 2t^2 - 2 = 0,$$

由 $\Delta = 16k^2t^2 - 4(1 + 2k^2)(2t^2 - 2) = 8(2k^2 - t^2 + 1) > 0$, 得 $t^2 < 2k^2 + 1$.

$$\text{所以 } x_1 + x_2 = -\frac{4kt}{1 + 2k^2}, x_1 x_2 = \frac{2t^2 - 2}{1 + 2k^2}. \quad (8 \text{ 分})$$

因为 $\overrightarrow{QB} \perp \overrightarrow{AQ}$ (见第17题解), 微信: x北京高考资讯(微信号:bjgaozx) (1 + 2k^2)t^2 - 2 > 0, 多试题资料及排名分析信息。

$$\text{即 } -x_1 x_2 - (1 + kx_1 + t)(1 + kx_2 + t) = -(1 + k^2)x_1 x_2 - k(1 + t)(x_1 + x_2) - (1 + t)^2$$

$$= \frac{-(1+k^2)(2t^2-2)}{1+2k^2} + \frac{4k^2t(1+t)}{1+2k^2} - (1+t)^2 = 0, \quad (10 \text{ 分})$$

整理得 $(t+1)(3t-1) = 0$, 因为 $t \neq -1$, 所以 $t = \frac{1}{3}$. \quad (11 \text{ 分})

当 $t = \frac{1}{3}$ 时, 满足 $\Delta > 0$, 此时直线 l 的方程为 $y = kx + \frac{1}{3}$,

所以直线 l 过定点 $(0, \frac{1}{3})$. \quad (12 \text{ 分})

21. 解析 (I) 由 $f(x) = 0$, 得 $\frac{e^x - 1}{x} - \ln x = a$,

设 $g(x) = \frac{e^x - 1}{x} - \ln x$, 则 $g'(x) = \frac{(x-1)(e^x - 1)}{x^2}, x > 0$, \quad (1 \text{ 分})

因为 $e^x - 1 > 0$, 所以当 $0 < x < 1$ 时, $g'(x) < 0$, 当 $x > 1$ 时, $g'(x) > 0$,

所以 $g(x)$ 在 $(0, 1)$ 上单调递减, 在 $(1, +\infty)$ 上单调递增. \quad (2 \text{ 分})

又因为 $g(1) = e - 1$, 当 $x \rightarrow 0$ 或 $x \rightarrow +\infty$ 时, $g(x) \rightarrow +\infty$, \quad (3 \text{ 分})

所以 a 的取值范围是 $(e - 1, +\infty)$. \quad (4 \text{ 分})

(II) 不妨设 $x_1 < x_2$, 由(I) 知 $g(x_1) = g(x_2) = a$, 则 $x_1 \in (0, 1), x_2 \in (1, +\infty), 2 - x_1 \in (1, +\infty)$,

又 $g(x)$ 在 $(1, +\infty)$ 上单调递增, 所以 $x_1 + x_2 > 2$ 等价于 $g(x_2) > g(2 - x_1)$, 即 $g(x_1) > g(2 - x_1)$. \quad (5 \text{ 分})

设 $h(x) = g(x) - g(2 - x)$,

则 $h'(x) = g'(x) + g'(2 - x) = (x - 1) \left[\frac{e^x - 1}{x^2} - \frac{e^{2-x} - 1}{(x-2)^2} \right]$. \quad (6 \text{ 分})

设 $u(x) = \frac{e^x - 1}{x^2}$, 则 $u'(x) = \frac{(x-2)e^x + 2}{x^3}$,

设 $v(x) = (x-2)e^x + 2$, 则 $v'(x) = (x-1)e^x$, \quad (7 \text{ 分})

当 $0 < x < 1$ 时, $v'(x) < 0$, $v(x)$ 单调递减, 当 $x > 1$ 时, $v'(x) > 0$, $v(x)$ 单调递增,

又因为 $v(0) = 0, v(1) = 2 - e < 0, v(2) = 2$, 所以存在 $x_0 \in (1, 2)$, 使得 $v(x_0) = 0$, \quad (8 \text{ 分})

当 $0 < x < x_0$ 时, $v(x) < 0$, 即 $u'(x) < 0$, 当 $x > x_0$ 时, $v(x) > 0$, 即 $u'(x) > 0$,

所以 $u(x)$ 在 $(0, x_0)$ 上单调递减, 在 $(x_0, +\infty)$ 上单调递增. \quad (9 \text{ 分})

又因为 $u(1) = e - 1, u(2) = \frac{e^2 - 1}{4} < e - 1$,

所以当 $0 < x < 1$ 时, $u(x) > e - 1$, 当 $1 < x < 2$ 时, $u(x) < e - 1$,

当 $0 < x < 1$ 时, $1 < 2 - x < 2$, 所以 $u(x) > e - 1 > u(2 - x)$, \quad (10 \text{ 分})

所以当 $0 < x < 1$ 时, $h'(x) = (x-1)[u(x) - u(2-x)] < 0$, $h(x)$ 单调递减, \quad (11 \text{ 分})

因为 $x_1 \in (0, 1)$, 所以 $h(x_1) > h(1) = g(1) - g(1) = 0$, 所以 $g(x_1) > g(2 - x_1)$,

即原命题得证. \quad (12 \text{ 分})

22. 解析 (I) 由 C_1 的参数方程得其普通方程为 $x^2 + y^2 - 2x = 0$, \quad (1 \text{ 分})

故极坐标方程为 $\rho^2 - 2\rho\cos\theta = 0$, 即 $\rho = 2\cos\theta$. \quad (2 \text{ 分})

l 的极坐标方程为 $\rho\cos\theta + \rho\sin\theta - \sqrt{2} = 0$, 整理得 $\rho\sin\left(\theta + \frac{\pi}{4}\right) = 1$. \quad (4 \text{ 分})

(II) 将 $\theta = \frac{\pi}{4}$ 代入 C_1 的极坐标方程得 $\rho_A = \sqrt{2}$, \quad (5 \text{ 分})

关注北京高考在线官方微信: **北京高考资讯(微信号:bjgkzx)**, 获取更多试题资料及排名分析信息。
将 $\theta = \frac{\pi}{4}$ 代入 C_2 的极坐标方程得 $\rho_B = 2 + \sqrt{2}$, \quad (6 \text{ 分})

将 $\theta = \frac{\pi}{4}$ 代入 l 的极坐标方程得 $\rho_c = 1$ (7 分)

所以 $|CB| - |CA| = |\rho_B - \rho_C| - |\rho_A - \rho_C| = |\sqrt{2} + 1| - |\sqrt{2} - 1| = 2$ (10 分)

23. 解析 (I) $f(x) = |x+2| - |2x-3| = \begin{cases} x-5, & x \leq -2, \\ 3x-1, & -2 < x < \frac{3}{2}, \\ -x+5, & x \geq \frac{3}{2}, \end{cases}$

由 $f(x) > 1$, 得 $\begin{cases} x \leq -2, \\ x-5 > 1 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} -2 < x < \frac{3}{2}, \\ 3x-1 > 1 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} x \geq \frac{3}{2}, \\ -x+5 > 1 \end{cases}$ (3 分)

解得 $\frac{2}{3} < x < 4$,

即不等式的解集为 $\left\{ x \mid \frac{2}{3} < x < 4 \right\}$ (5 分)

(II) 由(I)知, $f(x)_{\max} = m = \frac{7}{2}$, 则 $a^2 + b^2 = \frac{2}{7}m = 1$, (7 分)

$(a-2)^2 + b^2$ 的几何意义为圆 $a^2 + b^2 = 1$ 上的点 (a, b) 到点 $(2, 0)$ 距离的平方, (8 分)
易知其最小值为 1. (10 分)

关于我们

北京高考在线创办于 2014 年，隶属于北京太星网络科技有限公司，是北京地区极具影响力中学升学服务平台。主营业务涵盖：北京新高考、高中生涯规划、志愿填报、强基计划、综合评价招生和学科竞赛等。

北京高考在线旗下拥有网站门户、微信公众平台等全媒体矩阵生态平台。平台活跃用户 40W+，网站年度流量数千万量级。用户群体立足于北京，辐射全国 31 省市。

北京高考在线平台一直秉承“精益求精、专业严谨”的设计理念，不断探索“K12 教育+互联网+大数据”的运营模式，尝试基于大数据理论为广大中学和家长提供新鲜的高考资讯、专业的高考政策解读、科学的升学规划等，为广大高校、中学和教科研单位提供“衔接和桥梁纽带”作用。

平台自创办以来，为众多重点大学发现和推荐优秀生源，和北京近百所中学达成合作关系，累计举办线上线下升学公益讲座数百场，帮助数十万考生顺利通过考入理想大学，在家长、考生、中学和社会各界具有广泛的口碑影响力。

未来，北京高考在线平台将立足于北京新高考改革，基于对北京高考政策研究及北京高校资源优势，更好的服务全国高中家长和学生。



微信搜一搜

北京高考资讯

官方微博账号: bjgkzx

官方网站: www.gaokzx.com

咨询热线: 010-5751 5980

微信客服: gaokzx2018