



2023 届高三考试 数学试题(文科)

北京高考在线
www.gaokzx.com

考生注意:

1. 本试卷分第 I 卷(选择题)和第 II 卷(非选择题)两部分,共 150 分。考试时间 120 分钟。
2. 请将各题答案填写在答题卡上。
3. 本试卷主要考试内容:集合与逻辑,函数与导数,平面向量,三角函数,解三角形,不等式,坐标系与参数方程,不等式选讲。

第 I 卷

一、选择题:本大题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分。在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的。

1. 已知集合 $A = \{x \in \mathbb{N} | 1 - x \geq 0\}$, $B = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$, 则 $A \cap B =$

- A. $\{1\}$ B. $\{0, 1\}$ C. $\{2\}$ D. $\{1, 2\}$

2. 已知函数 $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - f'(2)x^2 + x - 3$, 则 $f'(2) =$

- A. -1 B. 1 C. -5 D. 5

3. 一艘轮船从 A 处沿正东方向航行 10 千米到达 B 处,再从 B 处沿北偏东 30° 的方向航行 15 千米到达 C 处,则 A, C 之间的距离是

- A. $5\sqrt{7}$ 千米 B. $5\sqrt{10}$ 千米
C. 20 千米 D. $5\sqrt{19}$ 千米

4. 已知 $\sin(\alpha + \frac{\pi}{2}) + 2\cos(\alpha + 3\pi) = 2\sin(\alpha + \pi) - \sin \alpha$, 则 $\tan \alpha =$

- A. $\frac{1}{3}$ B. 3 C. $-\frac{1}{3}$ D. -3

5. 在 $\triangle ABC$ 中,角 B 是最大的内角,“ $\sin B + \cos B = \frac{\sqrt{2}}{3}$ ”是“ $\triangle ABC$ 是钝角三角形”的

- A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件

6. 已知 $a = 3^{0.1}$, $b = \log_{0.3} 0.5$, $c = \log_{0.5} 0.2$, 则

- A. $c > b > a$ B. $b > c > a$
C. $c > a > b$ D. $a > c > b$

7. 函数 $f(x) = \cos x - \cos 3x$ 在 $[0, \pi]$ 上的所有零点之和等于

- A. $\frac{\pi}{2}$ B. π C. $\frac{3\pi}{2}$ D. 2π

8. 已知 $a > b > |m|$, 则 $\frac{b+m}{a+m}$ 和 1 的大小关系是

A. $\frac{b+m}{a+m} < 1$

B. $\frac{b+m}{a+m} = 1$

C. $\frac{b+m}{a+m} > 1$

D. 与 m 的取值有关

9. 已知函数 $f(x) = a(2^x - 2^{-x}) + bx + 1$, 若 $f(2) = 5$, 则 $f(-2) =$

A. -5

B. -3

C. 3

D. 5

10. “易有太极，是生两仪，两仪生四象，四象生八卦。”太极和八卦组合成了太极八卦图(如图 1). 某太极八卦图的平面图如图 2 所示，其中正八边形的中心与圆心重合， O 是正八边形的中心， MN 是圆 O 的一条直径，且正八边形 $ABCDEFGH$ 内切圆的半径为 $2\sqrt{2} + 2$, $|AB| = |MN| = 4$. 若点 P 是正八边形 $ABCDEFGH$ 边上的一点，则 $\overrightarrow{PM} \cdot \overrightarrow{PN}$ 的取值范围是



图 1

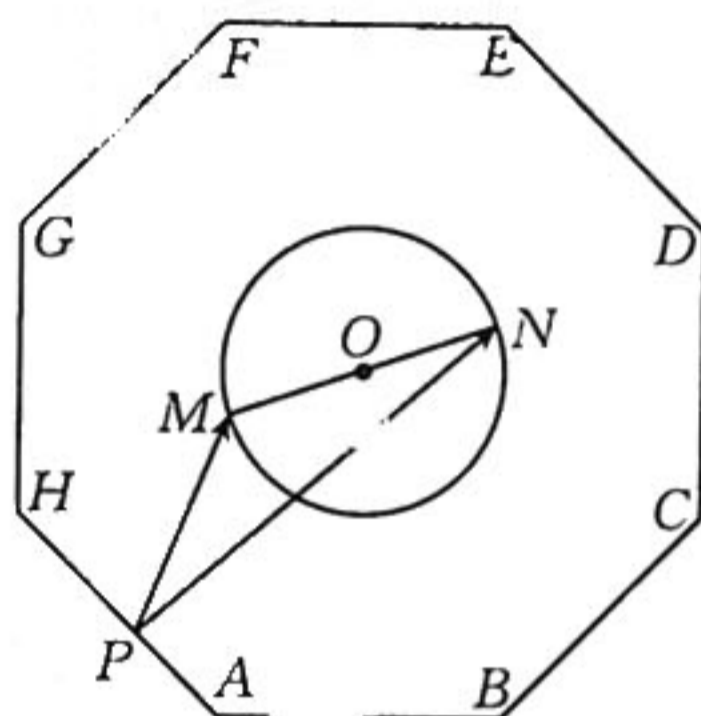


图 2

A. $[2\sqrt{3}, 4]$

B. $[2\sqrt{2}, 2\sqrt{3}]$

C. $[12 + 8\sqrt{2}, 16 + 8\sqrt{2}]$

D. $[8 + 8\sqrt{2}, 12 + 8\sqrt{2}]$

11. 已知函数 $f(x) = 2\cos(\omega x - \frac{\pi}{6})$ ($\omega > 0$) 在 $[0, 2\pi]$ 内恰有三条对称轴，则 ω 的取值范围是

A. $[\frac{4}{3}, \frac{11}{6})$

B. $(\frac{4}{3}, \frac{11}{6}]$

C. $[\frac{13}{12}, \frac{19}{12})$

D. $(\frac{13}{12}, \frac{19}{12}]$

12. 已知定义在 $(0, +\infty)$ 上的函数 $f(x)$ 的导函数为 $f'(x)$, 若 $f'(x) < 2$, 且 $f(4) = 5$, 则不等式 $f(2^x) > 2^{x+1} - 3$ 的解集是

A. $(0, 2)$

B. $(0, 4)$

C. $(-\infty, 2)$

D. $(-\infty, 4)$

第 II 卷

二、填空题：本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。把答案填在答题卡中的横线上。

13. 已知向量 $a = (2, -3)$, $b = (m, 2)$, 若 $(a+b) \perp a$, 则 $m =$ \blacktriangle .

14. 已知函数 $f(2x-1) = 4x+5$, 若 $f(a) = 13$, 则 $a =$ \blacktriangle .

15. 在 $\triangle ABC$ 中，内角 A, B, C 所对应的边分别是 a, b, c , $\cos C = \frac{3}{4}$, 且 $\triangle ABC$ 的周长和面积分别是 14 和 $3\sqrt{7}$, 则 $c =$ \blacktriangle .

16. 已知 $x > 0, y \geq 0$, 且 $x+2y=1$, 则 $\frac{x+2y+1}{x} - \frac{4}{x+y}$ 的最小值是 \blacktriangle .

三、解答题:共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤. 第 17~21 题为必考题, 每个试题考生都必须作答. 第 22、23 题为选考题, 考生根据要求作答.

(一) 必考题: 共 60 分.

17. (12 分)

在 $\triangle ABC$ 中, 内角 A, B, C 所对应的边分别是 a, b, c , $(\sqrt{2}b - c)\cos A = a\cos C$.

(1) 求角 A 的大小;

(2) 若 $a = 5$, $\cos B = \frac{\sqrt{5}}{5}$, 求 c .

18. (12 分)

设函数 $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}ax^2 - 4x + 1$. 已知 $p: f(x)$ 在 $[-1, 2]$ 上单调递减; $q: \text{存在 } x \in [1, m]$, 使得 $f'(x) = 0$, 其中 $f'(x)$ 是 $f(x)$ 的导函数.

(1) 若 p 是真命题, 求 a 的取值范围;

(2) 若“ p 是真命题”是“ q 是真命题”的充分不必要条件, 求 m 的取值范围.

19. (12 分)

已知函数 $f(x) = \sqrt{3}\sin 2x + 2\cos^2 x$.

(1) 求 $f(x)$ 的单调递增区间;

(2) 将 $f(x)$ 的图象向右平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位长度, 得到函数 $g(x)$ 的图象, 求 $g(x)$ 在区间 $[-\frac{\pi}{12}, \frac{5\pi}{12}]$ 内的值域.

20. (12分)

为了更高效地推进乡村振兴,某乡村振兴小组计划对甲、乙两个项目共投资 100 万元,并且规定每个项目至少投资 20 万元.依据前期市场调研可知甲项目的收益 $p(t)$ (单位:万元)与投资金额 t (单位:万元)满足关系式 $p(t) = -\frac{1}{600}t^3 + 16t$;乙项目的收益 $g(t)$ (单位:万元)与投资金额 t (单位:万元)的数据情况如下表所示.

投资金额 t	40	55	100
收益 $g(t)$	30	7.5	30

设甲项目投资 x 万元,两个项目的总收益为 $f(x)$ (单位:万元).

- (1)根据所给数据,从① $g(t) = at + b$;② $g(t) = a \ln t + b$;③ $g(t) = a(t - m)^2 + n (a \neq 0)$ 三个函数中选取一个合适的函数描述乙项目的收益 $g(t)$ 与投资金额 t 的变化关系,并求出该函数解析式.
- (2)试问如何安排甲、乙这两个项目的投资金额,才能使总收益 $f(x)$ 最大? 并求出 $f(x)$ 的最大值.

21. (12分)

已知函数 $f(x) = \ln x - ex + 2$.

- (1)求 $f(x)$ 的最大值;
- (2)若 $a \geq -\frac{1}{2}$,证明: $xe^x - 1 - \ln x + 2ax \geq 0$.

(二)选考题:共 10 分.请考生从第 22,23 两题中任选一题作答.如果多做,则按所做的第一个题目计分.

22. [选修 4-4:坐标系与参数方程](10分)

在平面直角坐标系 xOy 中,曲线 C 的参数方程为 $\begin{cases} x = 2\cos \alpha, \\ y = \sin \alpha \end{cases}$ (α 为参数),以坐标原点 O 为

极点, x 轴的非负半轴为极轴建立极坐标系,直线 l 的极坐标方程是 $2\rho \cos \theta - \rho \sin \theta + 2 = 0$.

- (1)求曲线 C 的普通方程和直线 l 的直角坐标方程;
- (2)若直线 l 与曲线 C 交于 A, B 两点,点 $P(0, 2)$,求 $\frac{1}{|PA|} + \frac{1}{|PB|}$ 的值.

23. [选修 4-5:不等式选讲](10分)

已知函数 $f(x) = |x - 3| + |x + a|$.

- (1)当 $a = 2$ 时,求不等式 $f(x) \leq 7$ 的解集;
- (2)若 $f(x) \geq 2$ 恒成立,求 a 的取值范围.

关于我们

北京高考在线创办于 2014 年，隶属于北京太星网络科技有限公司，是北京地区极具影响力的中学升学服务平台。主营业务涵盖：北京新高考、高中生涯规划、志愿填报、强基计划、综合评价招生和学科竞赛等。

北京高考在线旗下拥有网站门户、微信公众平台等全媒体矩阵生态平台。平台活跃用户 40W+，网站年度流量数千万量级。用户群体立足于北京，辐射全国 31 省市。

北京高考在线平台一直秉承 “精益求精、专业严谨” 的建设理念，不断探索 “K12 教育+互联网+大数据” 的运营模式，尝试基于大数据理论为广大中学和家长提供新鲜的高考资讯、专业的高考政策解读、科学的升学规划等，为广大高校、中学和教科研单位提供 “衔接和桥梁纽带” 作用。

平台自创办以来，为众多重点大学发现和推荐优秀生源，和北京近百所中学达成合作关系，累计举办线上线下升学公益讲座数百场，帮助数十万考生顺利通过考入理想大学，在家长、考生、中学和社会各界具有广泛的口碑影响力

未来，北京高考在线平台将立足于北京新高考改革，基于对北京高考政策研究及北京高校资源优势，更好的服务全国高中家长和学生。



微信搜一搜

北京高考资讯