2018 北京市东城区高二（上）期末

数　　学（文）

本试卷共 100 分。考试时长 120 分钟。

第一部分　（选择题　共 36 分）

一、选择题（本大题共 12 小题，每小题 3 分，共 36 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的）

1. 若 A，B 两点的纵坐标相等，则直线 AB 的倾斜角为

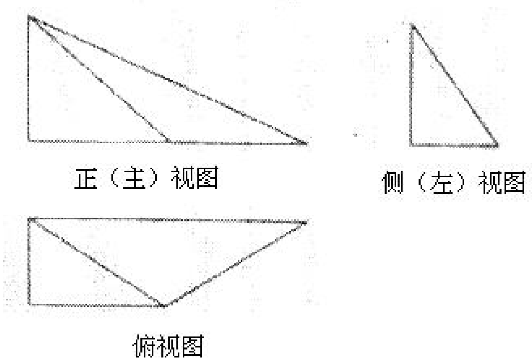
A. 0　　B. $\frac{\pi}{5}$　　C. $\frac{\pi}{2}$　　D. π

2. 已知命题 p: $\exists x_0\in\mathbf{R}$，$\lg x_0<0$，那么命题 $\neg p$ 为

A. $\forall x\in\mathbf{R}$，$\lg x>0$　　B. $\exists x_0\in\mathbf{R}$，$\lg x_0>0$

C. $\forall x\in\mathbf{R}$，$\lg x\geqslant0$　　D. $\exists x_0\in\mathbf{R}$，$\lg x_0\geqslant0$

3. 某几何体的三视图如图所示，那么这个几何体是



A. 三棱锥　　B. 四棱锥　　C. 四棱台　　D. 三棱台

4. 将直线 $x+2y=0$ 绕坐标原点逆时针旋转 90°，再向下平移 1 个单位，所得到直线的方程为

A. $x-2y-1=0$　　B. $2x-y-1=0$

C. $2x+y-1=0$　　D. $2x-y+1=0$

5. 已知 p:$a>3$，q:点 A（a，1）在圆 $x^2+y^2=9$ 外，则 p 是 q 的

A. 充分不必要条件　　B. 必要不充分条件

C. 充要条件　　D. 既不充分也不必要条件

6. 在正方体 ABCD-A1B1C1D1 中，与棱 AD 所在直线异面的棱的条数是

A. 2　　B. 4　　C. 6　　D. 8

7. 已知双曲线 $x^2-\frac{y^2}{15}=1$ 上一点 P 到它的一个焦点的距离等于 4，那么点 P 到另一个焦点的距离等于

A. 2　　B. 4　　C. 5　　D. 6

8. 已知直线 l，m 和平面 α，β，且 $l\perp\alpha$，$m/\!/\beta$，则下列命题中正确的是

A. 若 $\alpha\perp\beta$，则 l∥m　　　　B. 若 α∥β，则 $l\perp$m

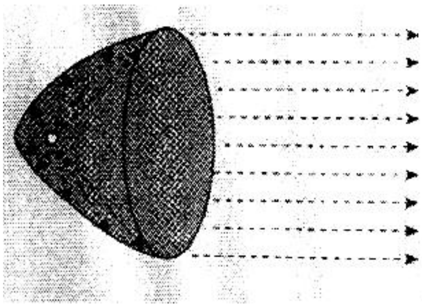
C. 若 l∥β，则 m⊥α　　　　D. 若 $l\perp$m，则 α∥β

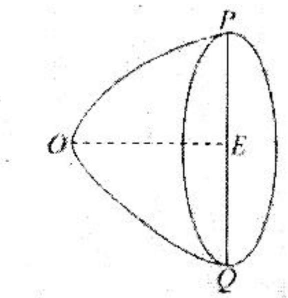
9. 若半径为 1 的动圆与圆（x-1）^{2}+y^2=4 相切，则动圆圆心的轨迹方程为

A. （x-1）^{2}+y^2=9　　　　B. （x-1）^{2}+y^2=3

C. （x-1）^{2}+y^2=9 或（x-1）^{2}+y^2=1　　　　D. （x-1）^{2}+y^2=3 或（x-1）^{2}+y^2=5

10. 如图，探照灯反射镜的轴截面是抛物线的一部分，已知灯口截面圆的直径 PQ 为 60cm，灯深 OE 为 40cm，则抛物线 POQ 的标准方程可能是





A. $y^2=\dfrac{25}{4}x$　　B. $y^2=\dfrac{45}{4}x$　　C. $x^2=-\dfrac{45}{2}y$　　D. $x^2=-\dfrac{45}{4}y$

11. 已知圆 C：x^2+y^2=4，直线 l:x+y=m（m∈R），设圆 C 上到直线 l 的距离为 1 的点的个数为 S，当 0≤m<$3\sqrt{2}$ 时，则 S 的可能取值共有

A. 2 种　　B. 3 种　　C. 4 种　　D. 5 种

12. 将圆（x-1）^{2}+y^2=2 绕直线 kx-y-k=0 旋转一周所得的几何体的表面积为

A. 2π　　B. 4π　　C. 6π　　D. 8π

第二部分（非选择题　共 64 分）

二、填空题（本大题共 6 小题，每小题 3 分，共 18 分）

13. 在空间直角坐标系中，点 P（2，-1，1）在 yOz 平面内的射影为 Q（x，y，z），则 xyz=_______。

14. 试写出一个离心率为 $\dfrac{1}{2}$，焦点在 y 轴上的椭圆的标准方程_________。

15. 已知直线 l_1:4x+By-C=0，直线 l_2:2x-3y-1=0，若 l_1 与 l_2 的交点在 x 轴上，则 C 的值为_________。

16. 已知抛物线关于 x 轴对称,它的顶点在坐标原点,若它的准线过点(2,1),则该抛物线的标准方程为_________，焦点坐标为__________。

17. 一个水平横放的圆柱形水桶，桶内的水漫过底面周长的四分之一，那么当桶直立时，水的高度与桶的高度的比为__________。

18. 已知曲线 C 上的任意一点 M（x，y）满足到两条直线 y=±$\dfrac{\sqrt{2}}{2}$x 的距离之积为 12，给出下列关于曲线 C 的描述：

①曲线 C 关于坐标原点对称；

②对于曲线 C 上任意一点 M（x，y）一定有$|x|\leqslant 6$；

③直线 $y=x$ 与曲线 C 有两个交点；

④曲线 C 与圆 $x^2+y^2=16$ 无交点。

其中所有正确描述的序号是__________。

三、解答题（本大题共 4 小题，共 46 分，解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤）

19. （本题满分 10 分）

已知直线 l 过点 A（0,4），且在两坐标轴上的截距之和为 1。

（I）求直线 l 的方程；

（II）若直线 l_1 与直线 l 平行，且 l_1 与 l 间的距离为 2，求直线 l_1 的方程。

20. （本题满分 11 分）

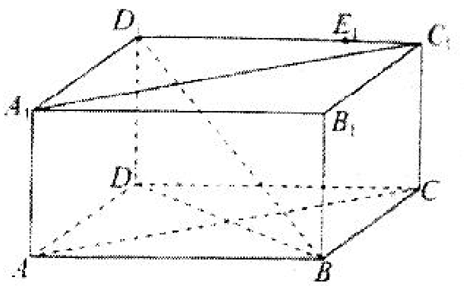
已知圆 C：$x^2+y^2+10x+10y+34=0$。

（I）试写出圆 C 的圆心坐标和半径；

（II）若圆 D 的圆心在直线 $x=-5$ 上，且与圆 C 相外切，被 x 轴截得的弦长为 10，求圆 D 的方程。

21. （本题满分 12 分）

已知长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，底面 ABCD 为正方形，AB=4，$AA_1=2$，点 E_1 在棱 C_1D_1 上，且 $D_1E_1=3$。



（I）在棱 CD 上确定一点 E，使得直线 EE_1∥平面 D_1DB，并写出证明过程；

（II）求证：平面 A_1ACC_1⊥平面 D_1DB；

（III）若动点 F 在正方形 ABCD 内，且 AF=2，请说明点 F 的轨迹，试求 E_1F 长度的最小值。

22. （本题满分 13 分）

已知椭圆 C：$\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1$（a>b>0）的上、下、左、右四个顶点分别为 A，B，C，D，x 轴正半轴上的点 P 满足 $|PA|=|PD|=2$，$|PC|=4$。

（I）求椭圆 C 的标准方程以及点 P 的坐标；

（II）过点 P 作直线 l 交椭圆 C 于点 M，N，是否存在这样的直线 l 使得△MNA 和△MND 的面积相等？若存在，请求出直线 l 的方程，若不存在，请说明理由；

（III）在（II）的条件下，求当直线 l 的倾斜角为钝角时△MND 的面积。

数学试题答案

一、选择题（本大题共 12 小题，每小题 3 分，共 36 分）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
答案	A	C	B	B	A	B	D	B	C	C	B	D

二、填空题（本大题共 6 小题，每小题 3 分，共 18 分）

题号	13	14	15	16	17	18
答案	0	$\frac{y^2}{4}+\frac{x^2}{3}=1$（答案不唯一）	2	$y^2=-8x$（-2，0）	（$\pi-2$）：4π	①③④

注：两个空的填空题第一个空填对得 2 分，第二个空填对得 1 分。

三、解答题（本大题共 4 小题，共 46 分）

19. （本题满分 10 分）

解：（I）由直线 l 过点（0，4），所以直线 l 在 y 轴上的截距为 4.

由已知条件可得直线 l 在 x 轴上的截距为-3，即直线过点 B（-3，0）.

故直线方程为 $\frac{x}{-3}+\frac{y}{4}=1$，即 4x-3y+12=0。……………………………4 分

（Ⅱ）由条件设直线 l_1 的方程为 4x-3y+m=0，

由两条直线间的距离为 2，可得（0，4）到直线 l_1 的距离为 2，

则有 $2=\frac{|0-12+m|}{\sqrt{4^2+3^2}}$，解得 m=2 或 m=22.

故所求直线 l_1 的方程为 4x-3y+2=0 或 4x-3y+22=0. ……………10 分

20. （本题满分 11 分）

解：（I）将圆的方程改写为（x+5）^{2}+（y+5）^{2}=16，故圆心坐标为（-5，-5），半径为 4.

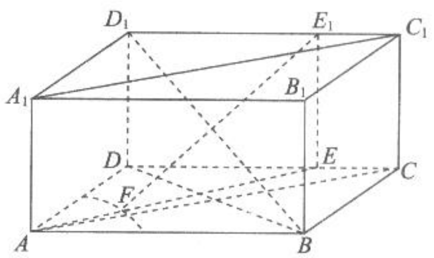
……………4 分.

（II）设圆 D 的半径为 r，圆心纵坐标为 b，由条件可得 r^2=（r-1）^{2}+5^2，解得 r=13.

此时圆心纵坐标 b=r-1=12.

所以圆 D 的方程为（x+5）^{2}+（y-12）^{2}=169. ………………………………11 分

21. （本题满分 12 分）



证明：（I）在 DC 上取点 E，使 DE=3，此时直线 EE_1∥平面 D_1DB.

证明如下：在长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，DE∥D_1E_1，且 $DE=D_1E_1$，

所以四边形 DEE_1D_1 为平行四边形.

所以 EE_1∥DD_1.

又 $DD_1\subset$ 平面 D_1DB，$EE_1\not\subset$ 平面 D_1DB，

所以直线 EE_1∥平面 D_1DB. ……4 分

（II）在正方形 ABCD 中，AC⊥DB，

又 AA_1⊥底面 ABCD，DB⊂底面 ABCD，

所以 AA_1⊥DB.

又 $AA_1\cap AC=A$，

所以 DB⊥平面 A_1ACC_1.

又 DB⊂平面 D_1DB，

所以平面 A_1ACC_1⊥平面 D_1DB. ……………………………………………8 分

（III）因为动点 F 在正方形内，且 AF=2，

所以点 F 的轨迹为以 A 为圆心，2 为半径，在正方形 ABCD 内的 $\frac{1}{4}$ 个圆周。

由题意知，直线 EE_1⊥平面 ABCD，所以 EE_1⊥EF，故 E_1F 取最小值，即 EF 取最小值.

所以当 A，F，E 三点共线时，EF 长度最小，即 E_1F 长度最小，

此时 AE=$\sqrt{AD^2+DE^2}=5$，

$E_1F=\sqrt{EF^2+EE_1^2}=\sqrt{(AE-AF)^2+EE_1^2}=\sqrt{(5-2)^2+2^2}=\sqrt{13}$.

所以 E_1F 的最小值为 $\sqrt{13}$. ……………………………………………12 分

22. （本题满分 13 分）

解：（I）设点 P 的坐标为（x_0，0）（$x_0>0$），易知 2a=2+4，a=3，

$x_0=4-a=1$，b=$\sqrt{2^2-x_0^2}=\sqrt{3}$.

因此椭圆标准方程为 $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{3}=1$，P 点坐标为（1，0）. ……………4 分

（II）设直线 l：y=k（x−1）.

由△MNA 与△MND 的面积相等，则点 A，D 到直线 l 的距离相等.

所以 $\frac{|-\sqrt{3}-k|}{\sqrt{k^2+1}}=\frac{|3k-k|}{\sqrt{k^2+1}}$，解得 k=$\sqrt{3}$ 或 k=$-\frac{\sqrt{3}}{3}$.

所以直线 l 的方程为 y=$\sqrt{3}$（x−1）或 y=$-\frac{\sqrt{3}}{3}$（x−1）. ………………8 分

（III）若直线 l 倾斜角为钝角，即 k=$-\frac{\sqrt{3}}{3}$，此时方程为 y=$-\frac{\sqrt{3}}{3}$（x-1）.

与椭圆方程 $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{3}=1$ 联立 $\begin{cases}\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{3}=1,\\ y=-\frac{\sqrt{3}}{3}(x-1),\end{cases}$ 消 x 得 $6y^2-2\sqrt{3}y-8=0$。

设 M，N 坐标分别为（x_1，y_1），（x_2，y_2），

则有 $y_1+y_2=\frac{\sqrt{3}}{3}$，$y_1y_2=-\frac{4}{3}$.

所以△MND 的面积

S=$\frac{1}{2}$|PD|•|y_1-y_2|=$\frac{1}{2}\times2\times\sqrt{(y_1+y_2)^2-4y_1y_2}=\sqrt{(\frac{\sqrt{3}}{3})^2-4\times(-\frac{4}{3})}=\frac{\sqrt{51}}{3}$。

故所求△MND 的面积为 $\frac{\sqrt{51}}{3}$. ··························13 分

北京高考在线是长期为中学老师、家长和考生提供新鲜的高考资讯、专业的高考政策解读、科学的升学规划以及实用的升学讲座活动等全方位服务的升学服务平台。自 2014 年成立以来一直致力于服务北京考生，助力千万学子，圆梦高考。

目前，北京高考在线拥有旗下拥有北京高考在线网站和北京高考资讯微信公众号两大媒体矩阵，关注用户超 10 万+。

北京高考在线_2018 年北京高考门户网站

http://www.gaokzx.com/

北京高考资讯微信：bj-gaokao