2021 北京通州高三（上）期末

数　　学

2021 年 1 月

考	1.本试卷分为两部分，共 4 页。总分为 150 分。考试时间为 120 分钟。
生	2.试题答案一律填涂或书写在答题卡上，在试卷上作答无效。
须	3.在答题卡上，选择题用 2B 铅笔作答，其他试题用黑色字迹签字笔作答。
知	4.考试结束后，请将答题卡交回。

第一部分 选择题（共 40 分）

一、选择题：本大题共 10 小题，每小题 4 分，共 40 分. 在每个小题列出的四个备选答案中，只有一个是符合题目要求的.

1．已知集合 $U=\{1,2,3,4,5\}$， $A=\{1,3,4\}$，则 $\complement_U A=$

A．$\{2,5\}$　　B．$\{3,5\}$　　C．$\{4,5\}$　　D．$\{1,2,3,4,5\}$

2．抛物线 $y^2=4x$ 的准线方程是

A．$x=-2$　　B．$x=-1$　　C．$x=1$　　D．$x=2$

3．已知命题 $p:\forall x\in\mathbf{R}$， $x^2\geqslant 0$，则 $\neg p$ 是

A．$\forall x\in\mathbf{R}$， $x^2<0$　　B．$\forall x\notin\mathbf{R}$， $x^2\geqslant 0$

C．$\exists x_0\in\mathbf{R}$， ${x_0}^2\geqslant 0$　　D．$\exists x_0\in\mathbf{R}$， ${x_0}^2<0$

4. 已知数列 $\{a_n\}$ 为等差数列，且 $a_1=1$， $a_5=9$，则数列 $\{a_n\}$ 的前 5 项和是

A．15　　B．20　　C．25　　D．35

5．从 2 名教师和 5 名学生中，选出 3 人参加“我爱我的祖国”主题活动．要求入选的 3 人中至少有一名教师，则不同的选取方案的种数是

A．20　　B．25　　C．30　　D．55

6．已知 $a>b$，且 $ab\neq 0$，则下列不等式中一定成立的是

A．$\frac{1}{a}>\frac{1}{b}$　　B．$\left(\frac{1}{2}\right)^a>\left(\frac{1}{2}\right)^b$　　C．$a^3>b^3$　　D．$\log_2|a|>\log_2|b|$

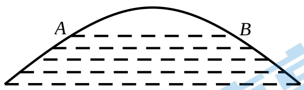
7．已知角α的终边与单位圆交于点$P\left(\frac{4}{5},-\frac{3}{5}\right)$，则$\cos 2\alpha =$

A．$-\frac{24}{25}$　　B．$-\frac{7}{25}$　　C．$\frac{7}{25}$　　D．$\frac{16}{25}$

8．在$\triangle ABC$中，$AB=2$，$AC=3$，且$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=-3\sqrt{3}$，则$\left|\overrightarrow{AC}-\lambda\overrightarrow{AB}\right|\left(\lambda\in\mathbf{R}\right)$的最小值是

A．$\frac{3}{2}$　　B．$\sqrt{3}$　　C．$\frac{3\sqrt{3}}{2}$　　D．$2\sqrt{3}$

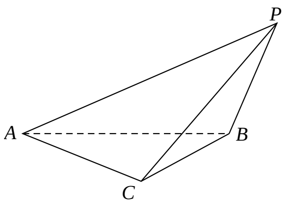
9．如图是等轴双曲线形拱桥，现拱顶离水面5m，水面宽$AB=30\text{m}$．若水面下降5m，则水面宽是（结果精确到0.1m）　（参考数值：$\sqrt{2}\approx 1.41$，$\sqrt{5}\approx 2.24$，$\sqrt{7}\approx 2.65$）



A．43.8m　　B．44.8m

C．52.3m　　D．53.0m

10．如图，等腰直角$\triangle ABC$中，$AC=BC=2$，点P为平面ABC外一动点，满足$PB=AB$，$\angle PBA=\frac{\pi}{2}$，给出下列四个结论：



①存在点P，使得平面$PAC\perp$平面PBC；

②存在点P，使得平面$PAC\perp$平面PAB；

③设$\triangle PAC$的面积为S，则S的取值范围是$(0,4]$；

④设二面角$A-PB-C$的大小为α，则α的取值范围是$\left(0,\frac{\pi}{4}\right]$．

其中正确结论是

A．①③　　B．①④　　C．②③　　D．②④

第二部分卷 非选择题（共 110 分）

二、填空题：本大题共 5 小题，每小题 5 分，共 25 分．

11．复数$\dfrac{1-\mathrm{i}}{\mathrm{i}}$（i 是虚数单位）的虚部是___.

12．在$(x-2)^6$的展开式中，x^3的系数是___.

13．在平面直角坐标系中，O为坐标原点，点A的坐标为$(4,0)$，若以线段OA为直径的圆与直线$y=2x$在第一象限交于点B，则直线AB的方程是___.

14．某地区每年各个月份的月平均最高气温近似地满足周期性规律，因此第n个月的月平均最高气温$G(n)$可近似地用函数$G(n)=A\cos(\omega n+\varphi)+k$来刻画，其中正整数$n$表示月份且$n\in[1,12]$，例如$n=1$表示1月份，$A$和$k$是正整数，$\omega>0$，$\varphi\in(0,\pi)$.

统计发现，该地区每年各个月份的月平均最高气温有以下规律：

①该地区月平均最高气温最高的 7 月份与最低的1月份相差30摄氏度；

②1月份该地区月平均最高气温为3摄氏度，随后逐月递增直到 7 月份达到最高；

③每年相同的月份，该地区月平均最高气温基本相同.

根据已知信息，得到$G(n)$的表达式是______.

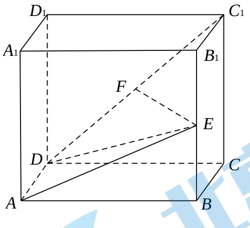
15．已知函数$f(x)=\begin{cases}x+4\mathrm{e}, x\leqslant 0,\\ \dfrac{\mathrm{e}^x}{x}, x>0.\end{cases}$ 若存在$x_1\leqslant 0$，$x_2>0$，使得$f(x_1)=f(x_2)$，则$x_1 f(x_2)$的取值范围是_____.

三、解答题：本大题共 6 小题，共 85 分. 解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程.

16．（本题 13 分）如图，四棱柱$ABCD-A_1B_1C_1D_1$中，底面$ABCD$为矩形，$DD_1\perp$平面$ABCD$，E，F分别是BB_1，DC_1的中点，$DA=1$，$DC=DD_1=2$.

（I）求证：EF// 平面$ABCD$；

（II）求直线DC_1与平面EAD所成角的正弦值.



17. （本题 13 分）在锐角$\triangle ABC$中，角A，B，C的对边分别为a，b，c，设$\triangle ABC$的面积为$S_{\triangle ABC}$，已知$c=\sqrt{7}$，再从条件①、条件②、条件③这三个条件中选择两个作为已知，求a与$\sin C$的值.

条件①：$b=3$；条件②：$S_{\triangle ABC}=\dfrac{3\sqrt{3}}{2}$；条件③：$\cos B=\dfrac{\sqrt{7}}{14}$.

注：如果选择不同条件分别解答，按第一个解答计分.

18. （本题 14 分）某企业为了解职工 A 款 APP 和 B 款 APP 的用户量情况，对本单位职工进行简单随机抽样，获得数据如下表：

	男职工		女职工	
	使用	不使用	使用	不使用
A 款 APP	72 人	48 人	40 人	80 人
B 款 APP	60 人	60 人	84 人	36 人

假设所有职工对两款 APP 是否使用相互独立.

（I）分别估计该企业男职工使用 A 款 APP 的概率、该企业女职工使用 A 款 APP 的概率；

（II）从该企业男，女职工中各随机抽取1人，记这 2 人中使用 A 款 APP 的人数为X，求X的分布列及数学期望；

（III）据电商行业发布的市场分析报告显示，A 款 APP 的用户中男性占52.04 %、女性占47.96 %；B 款 APP 的用户中男性占38.92 %、女性占61.08 %.试分析该企业职工使用 A 款 APP 的男、女用户占比情况和使用 B 款 APP 的男、女用户占比情况哪一个与市场分析报告中的男、女用户占比情况更相符.

19. （本题 15 分）已知函数$f\left(x\right)=\dfrac{1}{x}-1$.

（I）求曲线$y=f\left(x\right)$在点$\left(1,f\left(1\right)\right)$处的切线方程；

（II）设函数$g\left(x\right)=f\left(x\right)+t\ln x$，当$t\leqslant 1$时，求$g\left(x\right)$零点的个数.

20. （本题 15 分）已知椭圆$C:\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1\left(a>b>0\right)$的左、右顶点分别为点$A$，$B$，且$\left|AB\right|=4$，椭圆$C$离心率为$\dfrac{1}{2}$.

（I）求椭圆C的方程；

（II）过椭圆C的右焦点，且斜率不为0的直线l交椭圆C于M，N两点，直线AM，BN的交于点Q，求证：点Q在直线$x=4$上.

21．（本题 15 分）已知数列 A_n：a_1，a_2，$\cdots$，a_n（$n\geqslant 2$）满足：

①$|a_1|=1$；②$\dfrac{|a_{k+1}|}{|a_k|}=2$（$k=1$，$2$，$\cdots$，$n-1$）.

记 $S(A_n)=a_1+a_2+\cdots+a_n$.

（I）直接写出 $S\left(A_3\right)$ 的所有可能值；

（II）证明：$S\left(A_n\right)>0$ 的充要条件是 $a_n>0$；

（III）若 $S\left(A_n\right)>0$，求 $S\left(A_n\right)$ 的所有可能值的和.

2021 北京通州高三（上）期末数学

参考答案

一．选择题：本大题共 10 小题，每小题 4 分，共 40 分.

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
答案	A	B	D	C	B	C	C	A	B	B

二．填空题：本大题共 5 小题，每小题 5 分，共 25 分.

11. -1　　　12. -160　　　13. $x+2y-4=0$

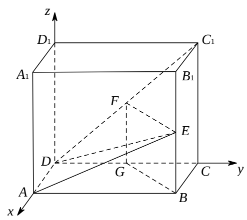
14. $G(n)=15\cos\left(\dfrac{\pi}{6}n+\dfrac{5\pi}{6}\right)+18$，$n$ 是正整数且 $n\in[1,12]$，　　15. $\left[-4e^2,0\right]$

三．解答题：本大题共 6 小题，共 85 分.

16. （本题 13 分）

解：（I）证明：取 CD 的中点 G，连接 FG，BG.　　……………………… 1 分

因为 F 是 DC_1 的中点，所以 $FG /\!/ CC_1$，$FG=\dfrac{1}{2}CC_1$.



因为 E 是 BB_1 的中点，所以 $EB /\!/ CC_1$，$EB=\dfrac{1}{2}CC_1$.

所以 $FG /\!/ EB$，$FG=EB$.

所以四边形 $FGBE$ 是平行四边形.

所以 $EF /\!/ BG$.　　……………………… 5 分

因为 $EF\not\subset$ 平面 $ABCD$，$BG\subset$ 平面 $ABCD$，

所以 $EF /\!/$ 平面 $ABCD$.　　……………………… 6 分

（II）因为底面 $ABCD$ 为矩形，$DD_1\perp$ 平面 $ABCD$，

所以 $DA\perp DC$，$DD_1\perp DA$，$DD_1\perp DC$.　　……………………… 7 分

以点 D 为坐标原点，分别以直线 DA，DC，DD_1 为 x，y，z 轴建立空间直角坐标系 $Dxyz$.

……………………… 8 分

因为 $DA=1$，$DC=DD_1=2$，

所以 $D(0,0,0)$，$A(1,0,0)$，$E(1,2,1)$，$C_1(0,2,2)$.

所以 $\overrightarrow{DA}=(1,0,0)$，$\overrightarrow{DE}=(1,2,1)$，$\overrightarrow{DC_1}=(0,2,2)$.

设平面 EAD 的法向量为 $\vec{n}=(x,y,z)$，

所以 $\begin{cases}\vec{n}\cdot\overrightarrow{DA}=0,\\ \vec{n}\cdot\overrightarrow{DE}=0,\end{cases}$ 即 $\begin{cases}x=0,\\ x+2y+z=0.\end{cases}$ 令 $y=1$，则 $z=-2$.

所以 $\vec{n}=(0,1,-2)$. …………………… 11 分

所以 $\cos\langle\overrightarrow{DC_1},\vec{n}\rangle=\dfrac{-2}{2\sqrt{2}\times\sqrt{5}}=-\dfrac{\sqrt{10}}{10}$.

所以直线 DC_1 与平面 EAD 所成角的正弦值 $\dfrac{\sqrt{10}}{10}$. …………………… 13 分

17. （本题 13 分）

解（一）：选择条件①：$b=3$；条件②：$S_{\triangle ABC}=\dfrac{3\sqrt{3}}{2}$.

因为 $b=3$，$c=\sqrt{7}$，$S_{\triangle ABC}=\dfrac{3\sqrt{3}}{2}$，

所以 $\dfrac{1}{2}bc\sin A=\dfrac{3\sqrt{3}}{2}$，即 $\dfrac{1}{2}\times3\times\sqrt{7}\cdot\sin A=\dfrac{3\sqrt{3}}{2}$.

所以 $\sin A=\dfrac{\sqrt{21}}{7}$. …………………… 4 分

因为△ABC 是锐角三角形，

所以 $\cos A=\dfrac{2\sqrt{7}}{7}$. …………………… 7 分

由余弦定理可得 $a^2=9+7-2\times3\times\sqrt{7}\times\dfrac{2\sqrt{7}}{7}$.

所以 $a=2$.（负值舍去） …………………… 10 分

由正弦定理可得 $\sin C=\dfrac{c\cdot\sin A}{a}$.

所以 $\sin C=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$. …………………… 13 分

所以 $a=2$，$\sin C=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$.

解（二）：选择条件①：$b=3$；条件③：$\cos B=\dfrac{\sqrt{7}}{14}$.

因为 $\cos B=\dfrac{\sqrt{7}}{14}$，

所以 $\sin B=\frac{3\sqrt{21}}{14}$. .... 4 分

由正弦定理可得 $\sin C=\frac{c\cdot\sin B}{b}$.

所以 $\sin C=\frac{\sqrt{3}}{2}$. .... 8 分

由余弦定理可得 $9=a^2+7-2\cdot a\cdot\sqrt{7}\times\frac{\sqrt{7}}{14}$.

所以 $a=2$.（负值舍去） .... 13 分

所以 $a=2$，$\sin C=\frac{\sqrt{3}}{2}$.

解（三）：选择条件②：$S_{\triangle ABC}=\frac{3\sqrt{3}}{2}$；条件③：$\cos B=\frac{\sqrt{7}}{14}$.

因为 $\cos B=\frac{\sqrt{7}}{14}$，

所以 $\sin B=\frac{3\sqrt{21}}{14}$. .... 3 分

因为 $b=3$，$S_{\triangle ABC}=\frac{3\sqrt{3}}{2}$，

所以 $\frac{1}{2}ac\sin B=\frac{3\sqrt{3}}{2}$，即 $\frac{1}{2}\cdot a\cdot\sqrt{7}\times\frac{3\sqrt{21}}{14}=\frac{3\sqrt{3}}{2}$.

所以 $a=2$. .... 7 分

由余弦定理可得 $b^2=4+7-2\times2\times\sqrt{7}\times\frac{\sqrt{7}}{14}$.

所以 $b=3$.（负值舍去） .... 10 分

由正弦定理可得 $\sin C=\frac{c\cdot\sin B}{b}$.

所以 $\sin C=\frac{\sqrt{3}}{2}$. .... 13 分

所以 $a=2$，$\sin C=\frac{\sqrt{3}}{2}$.

18. （本题 14 分）

（I）由所给数据可知，男职工使用 A 款 APP 的人数为 72，用频率估计概率，可得男职工使用京东 APP 的概率约为 $\frac{72}{120}=\frac{3}{5}$；

同理，女职工使用 A 款 APP 的概率约为 $\frac{40}{120}=\frac{1}{3}$. .... 3 分

（II） X 的可能取值为 0，1，2. .... 4 分

所以 $P(X=0)=\frac{2}{5}\times\frac{2}{3}=\frac{4}{15}$； $P(X=1)=\frac{3}{5}\times\frac{2}{3}+\frac{2}{5}\times\frac{1}{3}=\frac{8}{15}$； $P(X=2)=\frac{3}{5}\times\frac{1}{3}=\frac{1}{5}$.

.... 7 分

所以 X 的分布列为

X	0	1	2
P	$\frac{4}{15}$	$\frac{8}{15}$	$\frac{1}{5}$

.... 9 分

X 的数学期望 $EX=0\times\frac{4}{15}+1\times\frac{8}{15}+2\times\frac{1}{5}=\frac{14}{15}$. .... 11 分

（III）样本中，A 款 APP 的男、女用户为 $72+40=112$（人），其中男用户占 $\frac{72}{112}\approx 64.3\%$；女用户占 $\frac{40}{112}\approx 35.7\%$.

样本中，B 款 APP 的男、女用户为 $60+84=144$（人），其中男用户占 $\frac{60}{144}\approx 41.7\%$；女用户占 $\frac{84}{144}\approx 58.3\%$.

所以该企业职工使用 B 款 APP 的情况与官方发布的男、女用户情况更相符................ 14 分

19．（本题 15 分）

解：（I）因为 $f(x)=\frac{1}{x}-1$，所以 $f'(x)=-\frac{1}{x^2}$.

所以 $f(1)=0$， $f'(1)=-1$.

所以曲线 $y=f(x)$ 在点 $(1,f(1))$ 处的切线方程是 $y=-x-1$，即 $x+y-1=0$.

.... 3 分

（II）因为 $g(x)=f(x)+t\ln x$，

所以 $g(x)=\frac{1}{x}+t\ln x-1\ (x>0)$.

所以 $g'(x)=-\frac{1}{x^2}+\frac{t}{x}=\frac{tx-1}{x^2}$. .... 4 分

①当 $t\leqslant 0$ 时，$g'(x)\leqslant 0$．所以 $g(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上单调递减.

因为 $g(1)=0$，

所以 $g(x)$ 有且仅有一个零点. .... 6 分

②当 $0<t<1$ 时，

令 $g'(x)>0$，得 $x>\frac{1}{t}$，令 $g'(x)<0$，得 $x<\frac{1}{t}$.

所以 $g(x)$ 在 $\left(0,\frac{1}{t}\right)$ 上单调递减，在 $\left(\frac{1}{t},+\infty\right)$ 上单调递增. .... 7 分

因为 $g(1)=0$，

所以 $g(x)$ 在 $\left(0,\frac{1}{t}\right)$ 上有且仅有一个零点. ....8 分

因为 $g\left(\frac{1}{t}\right)<g(1)=0$，$\mathrm{e}^{\frac{1}{t}}>\frac{1}{t}$，且 $g\left(\mathrm{e}^{\frac{1}{t}}\right)=\frac{1}{\mathrm{e}^{\frac{1}{t}}}>0$，

所以 $\exists x_0\in\left(\frac{1}{t},+\infty\right)$，使得 $g(x_0)=0$.

所以 $g(x)$ 在 $\left(\frac{1}{t},+\infty\right)$ 上有且仅有一个零点.

所以当 $0<t<1$ 时，$g(x)$ 有两个零点. .... 12 分

③当 $t=1$ 时，$g'(x)=\frac{x-1}{x^2}$.

令 $g'(x)>0$，得 $x>1$，令 $g'(x)<0$，得 $x<1$.

所以 $g(x)$ 在 $(0,1)$ 上单调递减，在 $(1,+\infty)$ 上单调递增.

所以当 $x=1$ 时，$g(x)$ 取得最小值，且 $g(1)=0$.

所以 $g(x)$ 有且仅有一个零点. .... 14 分

综上所述，当 $t\leqslant 0$ 或 $t=1$ 时，$g(x)$ 有且仅有一个零点；当 $0<t<1$ 时，$g(x)$ 有两个零点.

.... 15 分

20.（本题 15 分）

解：（I）因为 $|AB|=4$，椭圆 C 离心率为 $\frac{1}{2}$，

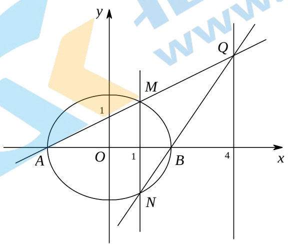
所以 $\begin{cases}2a=4,\\ \frac{c}{a}=\frac{1}{2},\\ a^2=b^2+c^2.\end{cases}$ 解得 $a^2=4$，$b^2=3$.

所以椭圆C的方程是$\dfrac{x^2}{4}+\dfrac{y^2}{3}=1$. .... 3 分

（II）①若直线l的斜率不存在时，如图，

因为椭圆C的右焦点为$(1,0)$，所以直线l的方程是$x=1$.

所以点M的坐标是$\left(1,\dfrac{3}{2}\right)$，点$N$的坐标是$\left(1,-\dfrac{3}{2}\right)$.



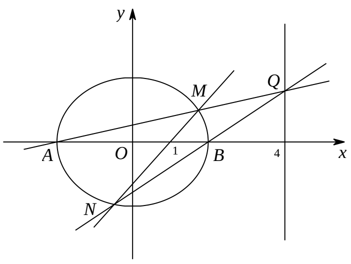
所以直线AM的方程是$y=\dfrac{1}{2}(x+2)$，

直线BN的方程是$y=\dfrac{3}{2}(x-2)$.

所以直线AM，BN的交点Q的坐标是$(4,3)$.

所以点Q在直线$x=4$上. .... 5 分

②若直线l的斜率存在时，如图. 设斜率为k.



所以直线l的方程为$y=k(x-1)$.

联立方程组$\begin{cases} y=k(x-1), \\ \dfrac{x^2}{4}+\dfrac{y^2}{3}=1, \end{cases}$

消去y，整理得$(3+4k^2)x-8k^2x+4k^2-12=0$. .... 6 分

显然$\Delta>0$. 不妨设$M(x_1,y_1)$，$N(x_2,y_2)$，

所以$x_1+x_2=\dfrac{8k^2}{3+4k^2}$，$x_1\cdot x_2=\dfrac{4k^2-12}{3+4k^2}$. .... 8 分

所以直线AM的方程是$y=\dfrac{y_1}{x_1+2}(x+2)$. 令$x=4$，得$y=\dfrac{6y_1}{x_1+2}$.

直线BN的方程是$y=\dfrac{y_2}{x_2-2}(x-2)$. 令$x=4$，得$y=\dfrac{2y_2}{x_2-2}$. .... 10 分

所以$\dfrac{6y_1}{x_1+2}-\dfrac{2y_2}{x_2-2}=\dfrac{6k(x_1-1)}{x_1+2}-\dfrac{2k(x_2-1)}{x_2-2}$

$=\dfrac{6k(x_1-1)(x_2-2)-2k(x_1+2)(x_2-1)}{(x_1+2)(x_2-2)}$

分子$=6k(x_1-1)(x_2-2)-2k(x_1+2)(x_2-1)$

$=2k\left[3\left(x_1x_2-x_2-2x_1+2\right)-\left(x_1x_2-x_1+2x_2-2\right)\right].=2k\left[2x_1x_2-5\left(x_1+x_2\right)+8\right]$

$=2k\left[\frac{2\left(4k^2-12\right)}{3+4k^2}-\frac{5\times 8k^2}{3+4k^2}+8\right]=2k\left(\frac{8k^2-24-40k^2+24+32k^2}{3+4k^2}\right)$

$=0$. .... 15 分

所以点 Q 在直线 $x=4$ 上.

21．（本题 15 分）

解：（I）$S\left(A_3\right)$ 的所有可能值是 -7，-5，-3，-1，1，3，5，7. .... 3 分

（II）充分性：若 $a_n>0$，即 $a_n=2^{n-1}$.

所以满足 $a_n=2^{n-1}$，且前 n 项和最小的数列是 -1，-2，-4，…，-2^{n-2}，2^{n-1}.

所以 $a_1+a_2+\cdots+a_n\geqslant-\left(1+2+4+\cdots+2^{n-2}\right)+2^{n-1}$

$=-\frac{1-2^{n-2}\cdot 2}{1-2}+2^{n-1}=1$.

所以 $S\left(A_n\right)>0$. .... 6 分

必要性：若 $S\left(A_n\right)>0$，即 $a_1+a_2+\cdots+a_n>0$.

假设 $a_n<0$，即 $a_n=-2^{n-1}$.

所以 $S\left(A_n\right)=a_1+a_2+\cdots+a_n\leqslant\left(1+2+4+\cdots+2^{n-2}\right)-2^{n-1}=-1<0$，与已知 $S\left(A_n\right)>0$ 矛盾.

所以 $S\left(A_n\right)>0$. .... 8 分

综上所述，$S\left(A_n\right)>0$ 的充要条件是 $a_n>0$.

（III）由（II）知，$S\left(A_n\right)>0$ 可得 $a_n>0$. 所以 $a_n=2^{n-1}$.

因为数列 $A_n:a_1$，a_2，…，a_n（$n\geqslant2$）中 a_1 有 -1，1 两种，a_2 有 -2，2 两种，a_3 有 -4，4 两种，…，a_{n-1} 有 -2^{n-2}，2^{n-2} 两种，a_n 有 2^{n-1} 一种，

所以数列 $A_n:a_1$，a_2，…，a_n（$n\geqslant2$）有 2^{n-1} 个，且在这 2^{n-1} 个数列中，每一个数列都可以找到前 $n-1$ 项与之对应项是相反数的数列.

所以这样的两数列的前 n 项和是 $2\times2^{n-1}$.

所以这 2^{n-1} 个数列的前 n 项和是 $2\times2^{n-1}\times\frac{1}{2}\times2^{n-1}=2^{2n-2}$.

所以 $S\left(A_n\right)$ 的所有可能值的和是 2^{2n-2}.	…………………… 15 分

关于我们

北京高考在线创办于 2014 年，隶属于北京太星网络科技有限公司，是北京地区极具影响力的中学升学服务平台。主营业务涵盖：北京新高考、高中生涯规划、志愿填报、强基计划、综合评价招生和学科竞赛等。

北京高考在线旗下拥有网站门户、微信公众平台等全媒体矩阵生态平台。平台活跃用户 40W+，网站年度流量数千万量级。用户群体立足于北京，辐射全国 31 省市。

北京高考在线平台一直秉承 " 精益求精、专业严谨 " 的建设理念，不断探索“K12 教育+互联网+大数据”的运营模式，尝试基于大数据理论为广大中学和家长提供新鲜的高考资讯、专业的高考政策解读、科学的升学规划等，为广大高校、中学和教科研单位提供“衔接和桥梁纽带”作用。

平台自创办以来，为众多重点大学发现和推荐优秀生源，和北京近百所中学达成合作关系，累计举办线上线下升学公益讲座数百场，帮助数十万考生顺利通过考入理想大学，在家长、考生、中学和社会各界具有广泛的口碑影响力

未来，北京高考在线平台将立足于北京新高考改革，基于对北京高考政策研究及北京高校资源优势，更好的服务全国高中家长和学生。