

高三下学期数学统练一 2020.3.24

一、选择题（本大题共 10 个小题，每小题 4 分，共 40 分。在每道小题给出的四个备选答案中，只有一个是符合题目要求的，请将答案涂在机读卡上的相应位置上。）

1.若复数 $\frac{a+i}{2i}$ 的实部与虚部相等，则实数 $a = ()$

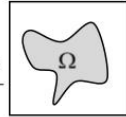
- A. -1 B. 1 C. -2 D. 2

2.若集合 $A = \{y | y = \sin x, x \in R\}$, $B = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$, 则集合 $(\complement_R A) \cap B$ 等于()

- A. $\{-2, -1\}$ B. $\{-2, -1, 0, 1, 2\}$ C. $\{-2, -1, 2\}$ D. $\{-2, 2\}$

3.如图，在边长为 a 的正方形内有不规则图形 Ω 。向正方形内随机撒豆子，若撒在图形 Ω 内和正方形内的豆子数分别为 m, n ，则图形 Ω 面积的估计值为()

- A. $\frac{ma}{n}$ B. $\frac{na}{m}$ C. $\frac{ma^2}{n}$ D. $\frac{na^2}{m}$



4.下列函数中，为偶函数且有最小值的是()

- A. $f(x) = x^2 + x$ B. $f(x) = |\ln x|$ C. $f(x) = x \sin x$ D. $f(x) = e^x + e^{-x}$

5.在四边形 $ABCD$ 中，“ $\exists \lambda \in R, \overline{AB} = \lambda \overline{DC}, \overline{AD} = \lambda \overline{BC}$ ”是“四边形 $ABCD$ 为平行四边形”的()

- A. 充分而不必要条件 B. 必要而不充分条件
C. 充分必要条件 D. 既不充分也不必要条件

6.从原点向圆 $x^2 + y^2 - 12y + 27 = 0$ 作两条切线，则该圆夹在两条切线间的劣弧长为()

- A. π B. 2π C. 4π D. 6π

7.双曲线 C 的左右焦点分别为 F_1, F_2 ，且 F_2 恰为抛物线 $y^2 = 4x$ 的焦点，设双曲线 C 与该抛物线的一个交点为 A ，若 $\Delta AF_1 F_2$ 是以 AF_1 为底边的等腰三角形，则双曲线 C 的离心率为()

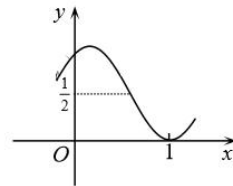
- A. $\sqrt{2}$ B. $1 + \sqrt{2}$ C. $1 + \sqrt{3}$ D. $2 + \sqrt{3}$

8.已知函数 $f(x) = \log_2 x - 2 \log_2(x+c)$ ，其中 $c > 0$ 。若对于任意的 $x \in (0, +\infty)$ ，都有 $f(x) \leq 1$ ，则 c 的取值范围是()

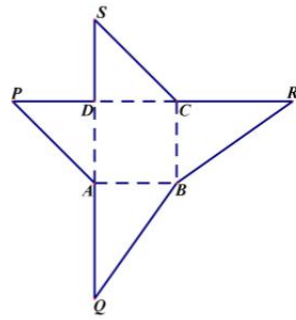
- A. $(0, \frac{1}{4}]$ B. $[\frac{1}{4}, +\infty)$ C. $(0, \frac{1}{8}]$ D. $[\frac{1}{8}, +\infty)$

9.如果存在正整数 ω 和实数 φ 使得函数 $f(x) = \cos^2(\omega x + \varphi)$ (ω, φ 为常数) 的图象如图所示 (图象经过点 $(1, 0)$)，那么 ω 的值为()

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4



10. 如图所示, 在平面多边形 $AQBRCSDP$ 中, $SD=PD$, $CR=SC$, $AQ=AP$, 点 S, D, A, Q 及 P, D, C, R 共线, 四边形 $ABCD$ 是正方形, 沿图中虚线将它们折叠起来, 使 P, Q, R, S 四点重合, 围成一个多面体, 设该几何体的互相垂直的面有 n 对, 则 ()

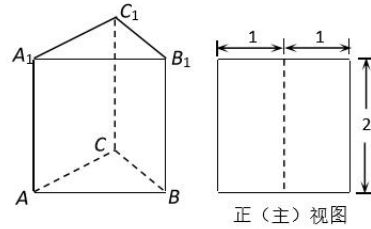


- A. $n=3$ B. $n=4$
C. $n=5$ D. $n=6$

二、填空题 (共 5 小题, 每小题 5 分, 共 25 分.)

11. 二项式 $(2x + \frac{1}{x})^5$ 的展开式中 x^3 的系数为_____.

12. 如图, 三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 的侧棱长和底面边长均为 2, 且侧棱 $AA_1 \perp$ 底面 ABC , 其正(主)视图是边长为 2 的正方形, 则此三棱柱侧(左)视图的面积为_____.



13. 在 $\triangle ABC$ 中, a, b, c 分别为角 A, B, C 所对的边, 且满足 $b = 7a \sin B$, 则 $\sin A =$ _____, 若 $B = 60^\circ$, 则 $\sin C =$ _____.

14. 设某商品的需求函数为 $Q = 100 - 5P$, 其中 Q, P 分别表示需求量和价格, 如果商品需求弹性 $\frac{EQ}{EP}$ 大于 1 (其中 $\frac{EQ}{EP} = -\frac{Q'}{Q}P$, Q' 是 Q 的导数), 则商品价格 P 的取值范围是_____.

15. 已知函数 $y = f(x)$ 是 R 上的偶函数, 对任意 $x \in R$, 都有 $f(x+4) = f(x) + f(2)$ 成立,

当 $x_1, x_2 \in [0, 2]$ 且 $x_1 \neq x_2$ 时, 都有 $\frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} > 0$ 给出下列命题:

- (1) $f(2) = 0$ 且 $T = 4$ 是函数 $f(x)$ 的一个周期
- (2) 直线 $x = 4$ 是函数 $y = f(x)$ 的一条对称轴
- (3) 函数 $y = f(x)$ 在 $[-6, -4]$ 上是增函数
- (4) 函数 $y = f(x)$ 在 $[-6, 6]$ 上有四个零点.

其中正确命题的序号为_____ (把所有正确命题的序号都填上)

三、解答题（共6小题，共85分。解答应写出文字说明，演算步骤或证明过程。）

(16) (本小题满分14分)

在等比数列 $\{a_n\}$ 中， $a_1 = \frac{1}{2}, a_4 = 4, n \in \mathbf{N}^*$.

(I) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式；

(II) 设 $b_n = a_n + n - 6$ ，数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和为 S_n ，若 $S_n > 0$ ，求 n 的最小值.

17. (本小题满分14分)

为了解甲、乙两个快递公司的工作状况，假设同一个公司快递员的工作状况基本相同，现从甲、乙两公司各随机抽取一名快递员，并从两人某月（30天）的快递件数记录结果中随机抽取10天的数据，制表如下：

甲公司某员工A							乙公司某员工B						
3	9	6	5	8	3	2	3	4	6	6	6	7	7
					0	1	4	4	2	2	2		

每名快递员完成一件货物投递可获得的劳务费情况如下：

甲公司规定每件4.5元；乙公司规定每天35件以内（含35件）的部分每件4元，超出35件的部分每件7元.

(I) 根据表中数据写出甲公司员工A在这10天投递的快递件数的平均数和众数；

(II) 为了解乙公司员工B的每天所得劳务费的情况，从这10天中随机抽取1天，他所得的劳务费记为 X （单位：元），求 X 的分布列和数学期望；

(III) 根据表中数据估算两公司的每位员工在该月所得的劳务费.

18. (本小题满分15分)

如图1，在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle ACB=30^\circ$ ， $\angle ABC=90^\circ$ ， D 为 AC 中点， $AE \perp BD$ 于 E ，延长 AE 交 BC 于 F ，将 $\triangle ABD$ 沿 BD 折起，使平面 $ABD \perp$ 平面 BCD ，如图2所示.

(I) 求证： $AE \perp$ 平面 BCD ；

(II) 求二面角 $A-DC-B$ 的余弦值.

(III) 在线段 AF 上是否存在点 M 使得 $EM \parallel$ 平面 ADC ？若存在，请指明点 M 的位置；若不存在，请说明理由.

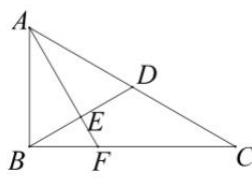


图 1

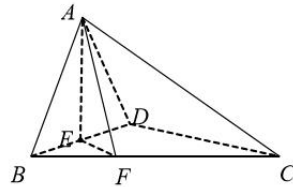


图 2

19. (本小题满分 14 分)

已知函数 $f(x) = \frac{1}{2}x^2 - a \ln x (a > 0)$.

(I) 若 $a=2$, 求 $f(x)$ 在 $(1, f(1))$ 处的切线方程;

(II) 求 $f(x)$ 在区间 $[1, e]$ 上的最小值;

(III) 若 $f(x)$ 在区间 $(1, e)$ 上恰有两个零点, 求 a 的取值范围.

20. (本小题满分 14 分)

已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$, ($a > b > 0$) 的左、右焦点分别为 $F_1(-c, 0)$ 、 $F_2(c, 0)$,

$|F_1F_2| = 4\sqrt{2}$, 离心率 $e = \frac{2\sqrt{2}}{3}$. 过直线 $l: x = \frac{a^2}{c}$ 上任意一点 M , 引椭圆 C 的两条切线, 切点为 A 、 B .

(I) 求椭圆 C 的方程;

(II) ①在圆中有如下结论: “过圆 $x^2 + y^2 = r^2$ 上一点 $P(x_0, y_0)$ 处的切线方程为:

$x_0x + y_0y = r^2$ ”. 由上述结论类比得到: “过椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$), 上一点

$P(x_0, y_0)$ 处的切线方程” (只写类比结论, 不必证明).

②利用①中的结论证明直线 AB 恒过定点 $(2\sqrt{2}, 0)$.

21. (本小题满分 14 分)

在数列 $\{a_n\}$ 中, $a_n = \frac{1}{n} (n \in \mathbf{N}^*)$. 从数列 $\{a_n\}$ 中选出 $k (k \geq 3)$ 项并按原顺序组成的新数列记为 $\{b_n\}$, 并称 $\{b_n\}$ 为数列 $\{a_n\}$ 的 k 项子列. 例如数列 $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{5}, \frac{1}{8}$ 为 $\{a_n\}$ 的一个 4 项子列.

(I) 试写出数列 $\{a_n\}$ 的一个 3 项子列, 并使其为等差数列;

(II) 如果 $\{b_n\}$ 为数列 $\{a_n\}$ 的一个 5 项子列, 且 $\{b_n\}$ 为等差数列, 证明: $\{b_n\}$ 的公差 d 满足 $-\frac{1}{8} < d < 0$;

(III) 如果 $\{c_n\}$ 为数列 $\{a_n\}$ 的一个 $m (m \geq 3)$ 项子列, 且 $\{c_n\}$ 为等比数列, 证明:

$$c_1 + c_2 + c_3 + \cdots + c_m \leq 2 - \frac{1}{2^{m-1}}.$$

高三下学期数学统练一 2020. 3. 24

一、选择题（本大题共 10 个小题，每小题 4 分，共 40 分。在每道小题给出的四个备选答案中，只有一个是符合题目要求的，请将答案涂在机读卡上的相应位置上。）

1. A 2. D 3. C 4. D 5. C 6. B 7. B 8. D 9. B 10. C

11. 80

12. $2\sqrt{3}$

13. $\frac{1}{7}$; $\frac{13}{14}$

14. (10,20)

15. (1), (2), (4); (注: 14 题少解给 3 分, 有错解不给分)

三、解答题（共 6 小题，共 85 分。解答应写出文字说明，演算步骤或证明过程。）

(16) (本小题满分 14 分)

解: (I) 由数列 $\{a_n\}$ 为等比数列, 且 $a_1 = \frac{1}{2}, a_4 = 4$,

$$\text{得 } a_4 = a_1 q^3 = 4, \text{ 解得 } q = 2, \dots\dots\dots 2 \text{ 分}$$

$$\text{则数列 } \{a_n\} \text{ 的通项公式 } a_n = a_1 q^{n-1} = 2^{n-2}, n \in \mathbf{N}^*. \dots\dots\dots 5 \text{ 分}$$

$$(II) \quad b_n = a_n + n - 6 = n - 6 + 2^{n-2},$$

$$S_n = (-5 - 4 + \dots + n - 6) + (2^{-1} + 2^0 + \dots + 2^{n-2})$$

$$= \frac{n(n-11)}{2} + \frac{2^n - 1}{2}, \dots\dots\dots 10 \text{ 分}$$

$$\text{当 } n \geq 5 \text{ 时, } \frac{n(n-11)}{2} \geq -15, \frac{2^n - 1}{2} \geq \frac{31}{2}, \text{ 所以 } S_n > 0;$$

$$\text{当 } n = 4 \text{ 时, } S_4 = \frac{-4 \times 7 + 2^4 - 1}{2} < 0;$$

$$\text{当 } n = 3 \text{ 时, } S_3 = \frac{-3 \times 8 + 2^3 - 1}{2} < 0;$$

$$\text{当 } n = 2 \text{ 时, } S_2 = \frac{-2 \times 9 + 2^2 - 1}{2} < 0;$$

$$\text{当 } n = 1 \text{ 时, } S_1 = \frac{-1 \times 10 + 2^1 - 1}{2} < 0.$$

所以, n 的最小值为 5.14 分

17. (本小题满分 14 分)

解: (I) 甲公司员工 A 投递快递件数的平均数为 36, 众数为 33.4 分

(II) 设 a 为乙公司员工 B 投递件数, 则

当 $a=34$ 时, $X=136$ 元, 当 $a>35$ 时, $X=35 \times 4 + (a-35) \times 7$ 元,

X 的可能取值为 136, 147, 154, 189, 203

X 的分布列为:

X	136	147	154	189	203
P	$\frac{1}{10}$	$\frac{3}{10}$	$\frac{2}{10}$	$\frac{3}{10}$	$\frac{1}{10}$

$$E(X) = 136 \times \frac{1}{10} + 147 \times \frac{3}{10} + 154 \times \frac{2}{10} + 189 \times \frac{3}{10} + 203 \times \frac{1}{10}$$

$$= \frac{1655}{10} = 165.5 (\text{元}) \quad \dots\dots\dots 11 \text{分}$$

(III) 根据图中数据, 可估算甲公司被抽取员工该月收入 4860 元, 乙公司被抽取员工该月收入 4965 元.14 分

18. (本小题满分 15 分)

(I) 因为平面 $ABD \perp$ 平面 BCD , 交线为 BD ,

又在 $\triangle ABD$ 中, $AE \perp BD$ 于 E , $AE \subset$ 平面 ABD

所以 $AE \perp$ 平面 BCD ,

.....4 分

(II) 由 (I) 结论 $AE \perp$ 平面 BCD 可得 $AE \perp EF$.

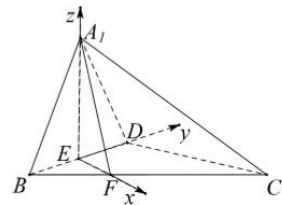
由题意可知 $EF \perp BD$, 又 $AE \perp BD$.

如图, 以 E 为坐标原点, 分别以 EF, ED, EA 所在直线

为 x 轴, y 轴, z 轴, 建立空间直角坐标系 $E-xyz$.

不妨设 $AB = BD = DC = AD = 2$, 则 $BE = ED = 1$.

由图 1 条件计算得, $AE = \sqrt{3}$, $BC = 2\sqrt{3}$, $BF = \frac{\sqrt{3}}{3}$



则 $E(0,0,0), D(0,1,0), B(0,-1,0), A(0,0,\sqrt{3}), F(\frac{\sqrt{3}}{3},0,0), C(\sqrt{3},2,0)$,

$\overrightarrow{DC} = (\sqrt{3},1,0), \overrightarrow{AD} = (0,1,-\sqrt{3})$.

由 $AE \perp$ 平面 BCD 可知平面 DCB 的法向量为 \overrightarrow{EA} ,

设平面 ADC 的法向量为 $\mathbf{n} = (x, y, z)$, 则

$$\begin{cases} \mathbf{n} \cdot \overline{DC} = 0, \\ \mathbf{n} \cdot \overline{AD} = 0. \end{cases} \quad \text{即} \quad \begin{cases} \sqrt{3}x + y = 0, \\ y - \sqrt{3}z = 0. \end{cases}$$

令 $z=1$, 则 $y=\sqrt{3}, x=1$, 所以 $\mathbf{n}=(1, \sqrt{3}, -1)$.

平面 DCB 的法向量为 \overline{EA}

$$\text{所以 } \cos \langle \mathbf{n}, \overline{EA} \rangle = \frac{\overline{EA} \cdot \mathbf{n}}{|\overline{EA}| \cdot |\mathbf{n}|} = -\frac{\sqrt{5}}{5},$$

所以二面角 $A-DC-B$ 的余弦值为 $\frac{\sqrt{5}}{5}$,10分

(III) 设 $\overline{AM} = \lambda \overline{AF}$, 其中 $\lambda \in [0, 1]$.

$$\text{由于 } \overline{AF} = \left(\frac{\sqrt{3}}{3}, 0, -\sqrt{3} \right),$$

$$\text{所以 } \overline{AM} = \lambda \overline{AF} = \lambda \left(\frac{\sqrt{3}}{3}, 0, -\sqrt{3} \right), \text{ 其中 } \lambda \in [0, 1],$$

$$\text{所以 } \overline{EM} = \overline{EA} + \overline{AM} = \left(\frac{\sqrt{3}}{3} \lambda, 0, (1-\lambda)\sqrt{3} \right),$$

$$\text{由 } \overline{EM} \cdot \mathbf{n} = 0, \text{ 即 } \frac{\sqrt{3}}{3} \lambda - (1-\lambda)\sqrt{3} = 0,$$

$$\text{解得 } \lambda = \frac{3}{4} \in (0, 1).$$

所以在线段 AF 上存在点 M 使 $\overline{EM} \parallel$ 平面 ADC , 且 $\frac{AM}{AF} = \frac{3}{4}$15分

19. (本小题满分 14 分)

$$\text{解: (I) } a=2, f(x) = \frac{1}{2}x^2 - 2\ln x, f'(x) = x - \frac{2}{x},$$

$$f'(1) = -1, f(1) = \frac{1}{2},$$

$f(x)$ 在 $(1, f(1))$ 处的切线方程为 $2x + 2y - 3 = 0$3分

$$(II) \text{ 由 } f'(x) = x - \frac{a}{x} = \frac{x^2 - a}{x}.$$

由 $a > 0$ 及定义域为 $(0, +\infty)$, 令 $f'(x) = 0$, 得 $x = \sqrt{a}$.

①若 $\sqrt{a} \leq 1$, 即 $0 < a \leq 1$, 在 $(1, e)$ 上, $f'(x) > 0$, $f(x)$ 在 $[1, e]$ 上单调递增,

因此, $f(x)$ 在区间 $[1, e]$ 的最小值为 $f(1) = \frac{1}{2}$.

②若 $1 < \sqrt{a} < e$, 即 $1 < a < e^2$, 在 $(1, \sqrt{a})$ 上, $f'(x) < 0$, $f(x)$ 单调递减; 在 (\sqrt{a}, e) 上, $f'(x) > 0$, $f(x)$ 单调递增, 因此 $f(x)$ 在区间 $[1, e]$ 上的最小值为 $f(\sqrt{a}) = \frac{1}{2}a(1 - \ln a)$.

③若 $\sqrt{a} \geq e$, 即 $a \geq e^2$, 在 $(1, e)$ 上, $f'(x) < 0$, $f(x)$ 在 $[1, e]$ 上单调递减,

因此, $f(x)$ 在区间 $[1, e]$ 上的最小值为 $f(e) = \frac{1}{2}e^2 - a$.

综上, 当 $0 < a \leq 1$ 时, $f_{\min}(x) = \frac{1}{2}$; 当 $1 < a < e^2$ 时, $f_{\min}(x) = \frac{1}{2}a(1 - \ln a)$;

当 $a \geq e^2$ 时, $f_{\min}(x) = \frac{1}{2}e^2 - a$;9 分

(III) 由 (II) 可知当 $0 < a \leq 1$ 或 $a \geq e^2$ 时, $f(x)$ 在 $(1, e)$ 上是单调递增或递减函数, 不可能存在两个零点.

当 $1 < a < e^2$ 时, 要使 $f(x)$ 在区间 $(1, e)$ 上恰有两个零点, 则

(III) 由 (II) 可知当 $0 < a \leq 1$ 或 $a \geq e^2$ 时, $f(x)$ 在 $(1, e)$ 上是单调递增或递减函数, 不可能存在两个零点.

当 $1 < a < e^2$ 时, 要使 $f(x)$ 在区间 $(1, e)$ 上恰有两个零点, 则

$$\therefore \begin{cases} \frac{1}{2}a(1 - \ln a) < 0, \\ f(1) = \frac{1}{2} > 0, \\ f(e) = \frac{1}{2}e^2 - a > 0, \end{cases} \quad \text{即} \begin{cases} a > e \\ a < \frac{1}{2}e^2 \end{cases}, \text{此时, } e < a < \frac{1}{2}e^2.$$

所以, a 的取值范围为 $(e, \frac{1}{2}e^2)$14 分

20. (本小题满分 14 分)

解: (I) 由 $|F_1F_2| = 4\sqrt{2}$, 离心率 $e = \frac{2\sqrt{2}}{3}$

得 $c = 2\sqrt{2}$, $a = 3 \therefore b = 1$

\therefore 椭圆 C 的方程为: $\frac{x^2}{9} + y^2 = 1$;5 分

(II) ①类圆的切线方程得：过椭圆 $C: \frac{x^2}{9} + y^2 = 1$ 上一点 $P(x_0, y_0)$ 处的切线方程为：

$$\frac{x_0 x}{9} + y_0 y = 1 \quad \dots\dots\dots 8 \text{ 分}$$

$$\textcircled{2} l \text{ 的方程为: } x = \frac{9\sqrt{2}}{4} \quad \dots\dots\dots 9 \text{ 分}$$

4

设 $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$, M 的纵坐标为 t , 即 $M(\frac{9\sqrt{2}}{4}, t)$, $\dots\dots\dots 10 \text{ 分}$

由①的结论 $\therefore MA$ 的方程为 $\frac{x_1 x}{9} + y_1 y = 1 \quad \dots\dots\dots 11 \text{ 分}$

由①的结论 $\therefore MA$ 的方程为 $\frac{x_1 x}{9} + y_1 y = 1 \quad \dots\dots\dots 11 \text{ 分}$

又其过 $M(\frac{9\sqrt{2}}{4}, t)$ 点, $\therefore \sqrt{2}x_1 + 4ty_1 = 4^*$

同理有 $\sqrt{2}x_2 + 4ty_2 = 4^{**} \quad \text{-----} 12 \text{ 分}$

\therefore 点 $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$ 在直线 $\sqrt{2}x + 4ty = 4$ 上; $\text{-----} 13 \text{ 分}$

当 $x = 2\sqrt{2}$, $y = 0$ 时, 方程 $\sqrt{2}x + 4ty = 4$ 恒成立,

\therefore 直线 AB 过定点 $(2\sqrt{2}, 0)$ $\text{-----} 14 \text{ 分}$

21. (本小题满分 14 分)

(I) 解: 答案不唯一. 如 3 项子列 $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{6}$; $\dots\dots\dots 3 \text{ 分}$

(II) 证明: 由题意, 知 $1 \geq b_1 > b_2 > b_3 > b_4 > b_5 > 0$,

所以 $d = b_2 - b_1 < 0$. $\dots\dots\dots 4 \text{ 分}$

若 $b_1 = 1$,

由 $\{b_n\}$ 为 $\{a_n\}$ 的一个 5 项子列, 得 $b_2 \leq \frac{1}{2}$,

所以 $d = b_2 - b_1 \leq \frac{1}{2} - 1 = -\frac{1}{2}$.

因为 $b_5 = b_1 + 4d$, $b_5 > 0$,

所以 $4d = b_5 - b_1 = b_5 - 1 > -1$, 即 $d > -\frac{1}{4}$.

这与 $d \leq -\frac{1}{2}$ 矛盾.

所以 $b_1 \neq 1$.

所以 $b_1 \leq \frac{1}{2}$,

..... 6 分

因为 $b_5 = b_1 + 4d$, $b_5 > 0$,

所以 $4d = b_5 - b_1 \geq b_5 - \frac{1}{2} > -\frac{1}{2}$, 即 $d > -\frac{1}{8}$,

5

综上, 得 $-\frac{1}{8} < d < 0$.

..... 8 分

(III) 证明: 由题意, 设 $\{c_n\}$ 的公比为 q ,

则 $c_1 + c_2 + c_3 + \dots + c_m = c_1(1 + q + q^2 + \dots + q^{m-1})$.

因为 $\{c_n\}$ 为 $\{a_n\}$ 的一个 m 项子列,

所以 q 为正有理数, 且 $q < 1$, $c_1 = \frac{1}{a} \leq 1$ ($a \in \mathbf{N}^*$).

设 $q = \frac{K}{L}$ ($K, L \in \mathbf{N}^*$, 且 K, L 互质, $L \geq 2$).

当 $K=1$ 时,

因为 $q = \frac{1}{L} \leq \frac{1}{2}$,

所以 $c_1 + c_2 + c_3 + \dots + c_m = c_1(1 + q + q^2 + \dots + q^{m-1})$

$$\leq 1 + \frac{1}{2} + \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \dots + \left(\frac{1}{2}\right)^{m-1},$$

$$= 2 - \left(\frac{1}{2}\right)^{m-1},$$

所以 $c_1 + c_2 + c_3 + \dots + c_m \leq 2 - \left(\frac{1}{2}\right)^{m-1}$.

..... 10 分

当 $K \neq 1$ 时,

因为 $c_m = c_1 q^{m-1} = \frac{1}{a} \times \frac{K^{m-1}}{L^{m-1}}$ 是 $\{a_n\}$ 中的项, 且 K, L 互质,

所以 $a = K^{m-1} \times M (M \in \mathbf{N}^*)$,

$$\begin{aligned} \text{所以 } c_1 + c_2 + c_3 + \cdots + c_m &= c_1(1 + q + q^2 + \cdots + q^{m-1}) \\ &= \frac{1}{M} \left(\frac{1}{K^{m-1}} + \frac{1}{K^{m-2}L} + \frac{1}{K^{m-3}L^2} + \cdots + \frac{1}{L^{m-1}} \right). \end{aligned}$$

因为 $L \geq 2$, $K, M \in \mathbf{N}^*$,

所以 $c_1 + c_2 + c_3 + \cdots + c_m \leq 1 + \frac{1}{2} + \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \cdots + \left(\frac{1}{2}\right)^{m-1} = 2 - \left(\frac{1}{2}\right)^{m-1}$.

综上, $c_1 + c_2 + c_3 + \cdots + c_m \leq 2 - \frac{1}{2^{m-1}}$ 14 分