门头沟区 2019 年高三综合练习（一）

数 学 （ 文 ）　2019．3

一、选择题（本大题共 8 个小题，每小题 5 分，共 40 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。）

1．已知集合 $A=\{x|x^2-2x-3<0\}, B=\{x|x\geq 0\}$，则 $A\cap B$ 等于

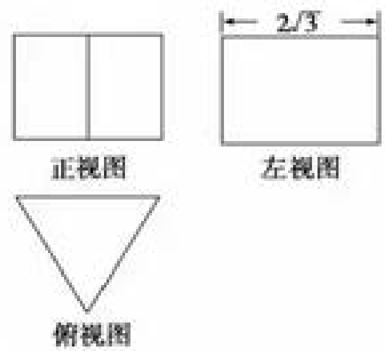
A．$(-1,3)$　　B．$[0,3)$　　C．$(-1,0]$　　D．$(-1,2]$

2．复数 z 满足 $z=\dfrac{2i}{1-i}$，那么 $|z|$ 是

A．$\sqrt{2}$　　B．$2\sqrt{2}$　　C．2　　D．$\sqrt{3}$

3．一个体积为 $12\sqrt{3}$ 的正三棱柱的三视图如图所示，则这个三棱柱的左视图的面积为

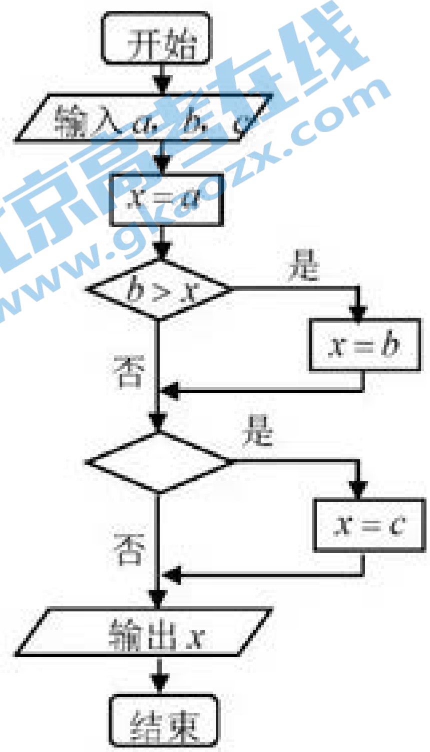
A．$6\sqrt{3}$　　B．8　　C．$8\sqrt{3}$　　D．12



4．右面的程序框图，如果输入三个实数 a,b,c 要求输出这三个数中最大的数，那么在空白的判断框中，应该填入下面四个选项中的

A．$c>x$　　B．$x>c$

C．$c>b$　　D．$b>c$

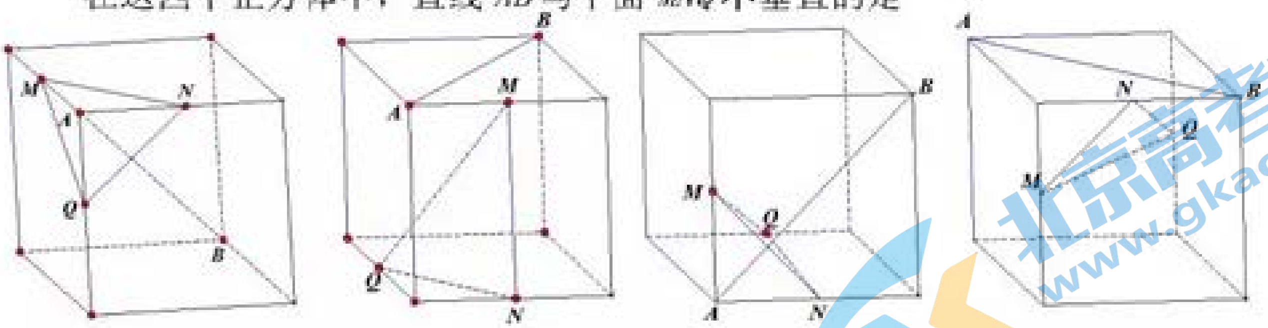


5．向量 $\vec{a},\vec{b}$ 满足 $|\vec{a}|=|\vec{b}|=1$，且其夹角为 θ，则“$|\vec{a}-\vec{b}|=1$”是“$\theta=\dfrac{\pi}{3}$”的

A．充分不必要条件　　B．必要不充分条件

C．充分必要条件　　D．既不充分也不必要条件

6. 如图，在下列四个正方体中，A，B为正方体的两个顶点，M，N，Q为所在棱的中点，则在这四个正方体中，直线 AB 与平面 MNQ 不垂直的是



A.　　　　B.　　　　C.　　　　D.

7. 已知$\triangle ABC$中，AB=$\sqrt{3}$，BC=1，$\sin C=\sqrt{3}\cos C$，则$\triangle ABC$的面积为

A. $2\sqrt{3}$　　B. $\sqrt{3}$　　C. $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$　　D. $\dfrac{\sqrt{3}}{4}$

8. 函数 $f(x)=-x^2+2ex+m-1$，函数 $g(x)=x+\dfrac{e^2}{x}(x>0)$，（其中 e 为自然对数的底数，$e\approx 2.718$）若函数 $h(x)=f(x)-g(x)$ 有两个零点，则实数 m 的取值范围为

A. $m<-e^2+2e+1$　B. $m>e^2-2e+1$　C. $m>-e^2+2e+1$　D. $m<e^2-2e+1$

二、填空题（本大题共 6 小题，每小题 5 分，满分 30 分.）

9. 若 x，y满足条件$\begin{cases}x+y-1\leqslant 0\\ x-y+1\geqslant 0\\ y\geq 0\end{cases}$，则 $z=x+2y$ 的最大值为______.

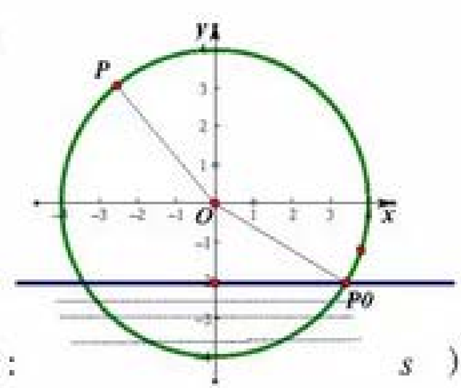
10. 双曲线C :$2x^2-y^2=1$的渐近线方程是____________.

11. 等比数列$\{a_n\}$中，$S_3=21, 2a_2=a_3$则数列$\{a_n\}$的通项公式$a_n=$________.

12. 过抛物线 $y^2=4x$ 焦点且斜率为 1 的直线 l 与此抛物线相交于 A,B 两点，则$|AB|=$______.

13. 若函数 $f(x)$满足对定义域上任意x_1,x_2都有不等式$f(\dfrac{x_1+x_2}{2})>\dfrac{f(x_1)+f(x_2)}{2}$，成立，则称此函数为“$P$ 函数”，请你写出一个“P 函数”的解析式______.

14. 一半径为$4m$的水轮，水轮圆心O距离水面$2m$，已知水轮每分钟转动（按逆时针方向）3 圈，当水轮上点P从水中浮现时开始计时，即从图中点P_0开始计算时间.



（Ⅰ）当$t=5$秒时点P离水面的高度________；

（Ⅱ）将点P距离水面的高度h（单位：m）表示为时间t（单位：s）的函数，则此函数表达式为____________.

三、解答题：（本大题共 6 小题，满分 80 分.）

15. （本小题满分 13 分）

已知函数 $f(x)=\sqrt{3}\sin x\cos x-\cos^2 x+\frac{1}{2}$ $(x\in R)$

（1）求 $f(x)$ 的周期及单调增区间；

（2）若 $x\in[0,\frac{5\pi}{12}]$ 时，求 $f(x)$ 的最大值与最小值.

16.（本题满分 13 分）在等差数列 $\{a_n\}$ 中，S_n 为其前 n 和，若 $S_5=25, a_{10}=19$。

（1）求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式 a_n 及前 n 项和 S_n；

（2）若数列 $\{b_n\}$ 中 $b_n=\frac{1}{a_na_{n+1}}$，求数列 $\{b_n\}$ 的前 n 和 T_n.

17.（本小题满分 12 分）在某区“创文明城区”（简称“创城”）活动中，教委对本区 A,B,C,D 四所高中学校按各校人数分层抽样，随机抽查了 100 人，将调查情况进行整理后制成下表：

学校	A	B	C	D
抽查人数	50	15	10	25
“创城”活动中参与的人数	40	10	9	15

（注：参与率是指：一所学校“创城”活动中参与的人数与被抽查人数的比值）

假设每名高中学生是否参与”创城”活动是相互独立的。

（Ⅰ）若该区共 2000 名高中学生，估计 A 学校参与“创城”活动的人数；

（Ⅱ）在随机抽查的 100 名高中学生中，随机抽取 1 名学生，求恰好该生没有参与“创城”活动的概率；

（Ⅲ）在上表中从 B,C 两校没有参与“创城”活动的同学中随机抽取 2 人，求恰好 B,C 两校各有 1 人没有参与“创城”活动的概率是多少？

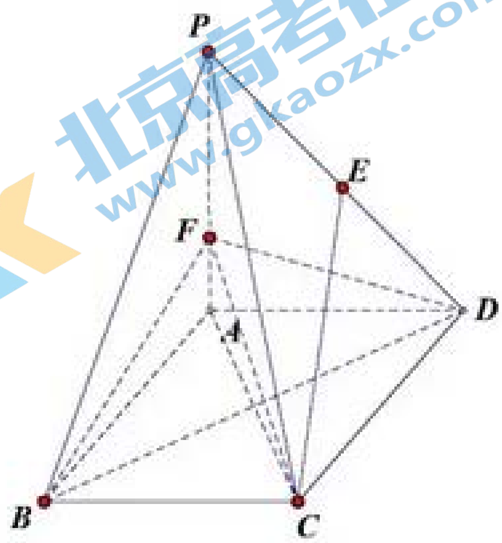
18.（本小题满分 14 分）在四棱锥 $P-ABCD$ 中，底面 $ABCD$ 是边长为 6 的菱形，且 $\angle ABC=60^{\circ}$

$PA\perp$ 平面$ABCD$，$PA=6$，F 是棱 PA 上的一动点，E 为 PD 的中点.

（Ⅰ）求此三棱锥 $D-PBC$ 的体积；

（Ⅱ）求证：平面 $BDF\perp$ 平面ACF

（Ⅲ）若 $AF=2$，侧面 PAD 内是否存在过点 E 的一条直线，使得直线上任一点 M 都有 CM // 平面 BDF，若存在，给出证明，若不存在，请明理由.



19.（本题满分 14 分）如图，已知椭圆 $C:\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$，$F_1,F_2$ 分别为其左、右焦点，过 F_1 的直线与此椭圆相交于 D,E 两点，且 $\triangle F_2DE$ 的周长为8，它的离心率为 $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$.

（Ⅰ）求椭圆 C 的方程；

（Ⅱ）在平面直角坐标系 xOy 中，定点 $P(0,1)$ 与定点 $Q(0,2)$，过 P 的动直线 l（不与 x 轴平行）与椭圆相交于 A,B 两点，点 B_1 是点 B 关于 y 轴的对称点.

求证：

（i）Q,A,B_1 三点共线；

（ii）$\dfrac{|QA|}{|QB|}=\dfrac{|PA|}{|PB|}$.

20.（本题满分 14 分）已知 $f(x)=axe^x$ 在点 $(0,0)$ 处的切线与直线 $y=x-2$ 平行。

（Ⅰ）求实数 a 的值；

（Ⅱ）设 $g(x)=f(x)-b(\dfrac{x^2}{2}+x)(b\in R)$.

（i）若函数 $g(x)\ge 0$ 在 $[0,+\infty)$ 上恒成立，求 b 的最大值；

（ii）当 $b\le 0$ 时，判断函数 $g(x)$ 有几个零点，并给出证明.

门头沟区 2019 年高三综合练习（一）参考答案

数 学 （ 文 ） 2019．3

一、选择题（本大题共 8 个小题，每小题 5 分，共 40 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
答案	B	A	A	A	C	D	C	C

二、填空题（本大题共 6 小题，每小题 5 分，满分 30 分．）

题号	9	10	11	12
答案	2	$y=\pm\sqrt{2}x$	$a_n=3\times 2^{n-1}$	8

题号	13	14
答案	$f(x)=\log_2 x$ 开放性试题	$2\sqrt{3}+2$; $h(t)=4\sin(\frac{\pi}{10}t-\frac{\pi}{6})+2$

三、解答题：（本大题共 6 小题，满分 80 分．）

15．（本小题满分 13 分）

解：（1）$f(x)=\frac{\sqrt{3}}{2}\sin 2x-\frac{1}{2}\cos 2x=\sin(2x-\frac{\pi}{6})$，所以 $f(x)$ 的周期 $T=\pi$

单调增区间：$2k\pi-\frac{\pi}{2}\le 2x-\frac{\pi}{6}\le 2k\pi+\frac{\pi}{2}\Rightarrow[k\pi-\frac{\pi}{6},k\pi+\frac{\pi}{3}],k\in Z$

（2）$0\le x\le\frac{5\pi}{12}\Rightarrow-\frac{\pi}{6}\le 2x-\frac{\pi}{6}\le\frac{2\pi}{3}$ 当$x=0,f(x)_{\min}=-\frac{1}{2};x=\frac{\pi}{3},f(x)_{\max}=1$

16．（本题满分 13 分）解：（1）由题意可知，$\begin{cases}25=5a_1+\frac{5\times 4}{2}d\Rightarrow a_1+2d=5\\ 19=a_1+9d\end{cases}$

得：$a_1=1,d=2,\Rightarrow a_n=2n-1,S_n=n^2$

（2）$b_n=\frac{1}{(2n-1)(2n+1)}=\frac{1}{2}(\frac{1}{2n-1}-\frac{1}{2n+1})$，

$T_n=b_1+b_2+\cdots+b_n=\frac{1}{2}(1-\frac{1}{3}+\frac{1}{3}-\frac{1}{5}+\cdots+\frac{1}{2n-1}-\frac{1}{2n+1})=\frac{n}{2n+1}$

17.（本小题满分 12 分）

解：（Ⅰ）A 学校高中生的总人数为 $50\div\frac{100}{2000}=1000$ 人

A 学校参与“创城”活动的人数为 $1000\times\frac{40}{50}=800$ 人

（Ⅱ）设恰好该生没有参与“创城”活动这一事件为 M，

则 $P(M)=\frac{26}{100}=\frac{13}{50}$

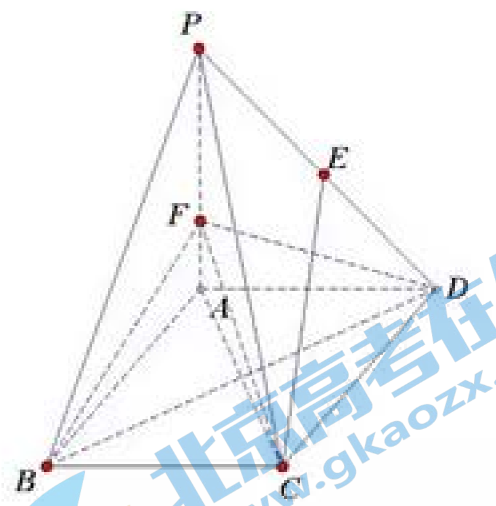
（Ⅲ）B 校这 5 人分别记为 A_1,A_2,A_3,A_4,A_5，C 校这 1 人记为 B_1，

任取 2 人共 $\begin{matrix}A_1A_2,A_1A_3,A_1A_4,A_1B_1,A_1A_5,A_2A_3,A_2A_4,A_2B_1,A_2A_5,\\A_3A_4,A_3B_1,A_3A_5,A_4B_1,A_4A_5,B_1A_5\end{matrix}$ 15 种情况，

设事件 N 为抽取 2 人中 B,C 两校各有 1 人参与”创城”活动，

则 $P(C)=\frac{5}{15}=\frac{1}{3}$

18.（本小题满分 14 分）



解：（Ⅰ）由题意可知，$PA\perp$ 平面$ABCD$，

$V_{D-PBC}=V_{P-BCD}=\frac{1}{6}S_{ABCD}\cdot PA=18\sqrt{3}$

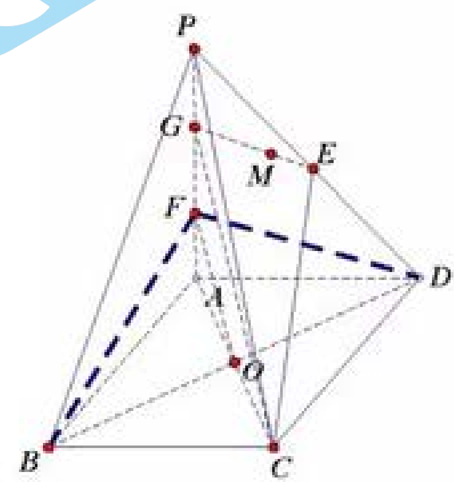
（Ⅱ）由题意可知，$PA\perp$ 平面$ABCD$，

则 $BD\perp PA$，又底面 $ABCD$ 是菱形，

$BD\perp AC$，所以，$BD\perp$ 平面PAC，

平面 $BDF\perp$ 平面ACF

（Ⅲ）设 G 是 PF 的中点，连结 EG,CG,OF，



则 $\begin{cases}EG//FD\\CG//OF\end{cases}\Rightarrow$ 平面$CEG//$平面FBD

所以直线 EG 上任一点 M 都满足 $CM//$ 平面 BDF．

19. （本题满分 14 分）

解：（Ⅰ）由题意可知：

$$4a=8, e=\frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \frac{c^2}{a^2}=\frac{2}{4},\quad a=2, b=\sqrt{2} \Rightarrow \frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{2}=1$$

（Ⅱ）（i）当直线 l 的斜率不存在时，满足题意.

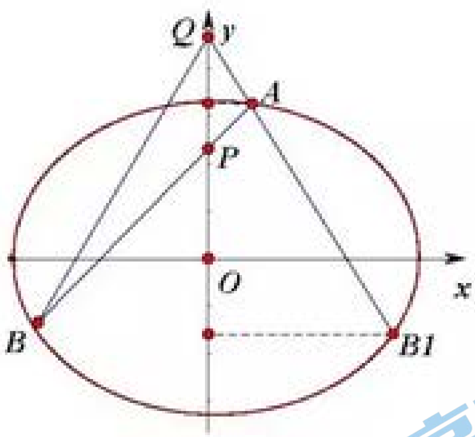
当直线 l 的斜率存在时，可设直线 l 的方程为 $y=kx+1$，A、B 的坐标分别为 $(x_1,y_1),(x_2,y_2)$.

联立 $\begin{cases}\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{2}=1 \\ y=kx+1\end{cases}$，得 $(2k^2+1)x^2+4kx-2=0$.

$$x_1+x_2=-\frac{4k}{2k^2+1}, x_1x_2=-\frac{2}{2k^2+1}.$$

$$k_{QA}=\frac{y_1-2}{x_1},\quad k_{QB'}=\frac{y_2-2}{-x_2} \Rightarrow k_{QA}-k_{QB'}=\frac{(kx_1-1)x_2+(kx_2-1)x_1}{x_1x_2}=2k-\frac{x_1+x_2}{x_1x_2}=0$$

所以，Q, A, B_1 三点共线.



（ii）由（i）可知，$\frac{|QA|}{|QB|}=\frac{|QA|}{|QB_1|}=\frac{|x_1|}{|x_2|}=\frac{|PA|}{|PB|}$

20.（本题满分 14 分）

解：（Ⅰ）由题意得：$f'(x)=ae^x(x+1) \Rightarrow f'(0)=a \Rightarrow a=1$

（Ⅱ）（i）$g(x)=f(x)-b(\frac{x^2}{2}+x)=xe^x-b(\frac{x^2}{2}+x) \Rightarrow g'(x)=(x+1)(e^x-b)$

当 $x\in[0,+\infty)$ 时，若 $b\le 1, e^x-b\ge 0 \Rightarrow g'(x)\ge 0$，$g(x)$ 递增，则 $g(x)\ge g(0)\ge 0$

当 $x\in[0,+\infty)$ 时，若 $b>1, g'(x)=0 \Rightarrow x_1=-1$（舍），$x_2=\ln b>0$，$g(x)$ 在 $(0,\ln b)$ 递减，则 $g(\ln b)<g(0) \Rightarrow g(x)\ge 0$ 不恒成立，所以，b 的最大值为 1.

（ii）$g(x)=xe^x-b(\frac{x^2}{2}+x)=x[e^x-b(\frac{x}{2}+1)]$，显然 $g(x)$ 有一个零点 0;

设 $t(x)=e^x-b(\frac{x}{2}+1)\Rightarrow t'(x)=e^x-\frac{b}{2}$

当 $b=0$ 时，$t(x)$ 无零点；所以 $g(x)$ 只有一个零点 0

当 $b<0$ 时，有 $t'(x)>0$，所以 $t(x)$ 在 R 上单增，

又 $t(0)=1-b>0, t(\frac{2}{b}-2)=e^{\frac{2}{b}-2}-1<0$，由零点存在定理可知，

所以 $t(x)$ 在 $(-\infty,0)$ 上有唯一一个零点 x_0，所以 $g(x)$ 有二个零点

综上所述，$b=0$ 时，$g(x)$ 只有一个零点 0，$b<0$ 时，$g(x)$ 有二个零点.