2023-2024 学年度第一学期期中练习题

年级：高三　　科目：数学

考试时间 120 分钟，满分 150 分

一、选择题（本大题共 10 小题，每小题 4 分，共 40 分）

1.已知集合 $A=\{x\in N\,|\,x\le 5\}$ 与集合 $B=\{x\,|\,x(x-2)>0\}$，则 $A\cap B$=(　　)

A．$\{2,3,4\}$　　B．$\{3,4,5\}$　　C．$[2,5)$　　D．$(2,5]$

2.复数 $z=\dfrac{2-\mathrm{i}}{1+2\mathrm{i}}$ 的虚部为(　　)

A．1　　B．-1　　C．i　　D．$-\mathrm{i}$

3.下列函数中最小值为 4 的是(　　)

A. $y=x^2+2x+4$　　B. $y=|\sin x|+\dfrac{4}{|\sin x|}$　　C. $y=2^x+2^{2-x}$　　D. $y=\ln x+\dfrac{4}{\ln x}$

4.在空间中，若 a,b,c 是三条直线，α,β 是两个平面，下列判断正确的是(　　)

A．若 a 的方向向量与 α 的法向量垂直，则 $a//\alpha$；

B．若 $a//\alpha$，$\beta\perp\alpha$，则 $a\perp\beta$；

C．若 $\alpha\perp\beta$，$\alpha\cap\beta=c$，$a\perp c$，则 $a\perp\alpha$；

D．若 α,β 相交但不垂直，$c\subset\alpha$，则在 β 内一定存在直线 l，满足 $l\perp c$.

5.“$x>0$”是“$x+\sin x>0$”的(　　)

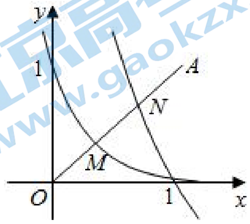
A．充分不必要条件　　B．必要不充分条件

C．充分必要条件　　D．既不充分也不必要条件

6.已知向量 $\vec{a}$，$\vec{b}$ 满足 $|\vec{a}|=5$，$|\vec{b}|=6$，$\vec{a}\cdot\vec{b}=-6$，则 $\cos<\vec{a},\vec{a}+\vec{b}>=$(　　)

A．$-\dfrac{31}{35}$　　B．$-\dfrac{19}{35}$　　C．$\dfrac{17}{35}$　　D．$\dfrac{19}{35}$

7.如图，点 O 为坐标原点，点 $A(1,1)$．若函数 $y=a^x$（$a>0$ 且 $a\neq1$）及 $y=\log_b x$（$b>0$ 且 $b\neq1$）的图象与线段 OA 分别交于点 M，N，且 M，N 恰好是线段 OA 的两个三等分点，则 a,b 满足(　　)



A. $a<b<1$　　B. $b<a<1$　　C. $b>a>1$　　D. $a>b>1$

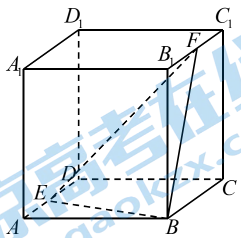
8.在 $\triangle ABC$ 中，$B=\dfrac{\pi}{4}$，BC 边上的高等于 $\dfrac{1}{3}BC$，则 $\cos A=$(　　)

A. $\dfrac{3\sqrt{10}}{10}$　　B. $\dfrac{\sqrt{10}}{10}$　　C. $-\dfrac{\sqrt{10}}{10}$　　D. $-\dfrac{3\sqrt{10}}{10}$

9.某公司招聘员工，指定三门考试课程，有两种考试方案.方案一：考试三门课程，至少有两门及格为考试通过；方案二：在三门课程中，随机选取两门，这两门都及格为考试通过.假设某应聘者对三门指定课程考试及格的概率分别是 a,b,c，且三门课程考试是否及格相互之间没有影响.则哪种方案能通过考试的概率更大(　　)

A．方案一　　B．方案二　　C．相等　　D．无法比较

10.如图，已知正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的棱长为 1，E,F 分别是棱 AD,B_1C_1 上的动点，设 $AE=x,B_1F=y$.若棱 DD_1 与平面 BEF 有公共点，则 $x+y$ 的取值范围是(　　)



A. $[0,1]$　　B. $[\frac{1}{2},\frac{3}{2}]$　　C. $[1,2]$　　D. $[\frac{3}{2},2]$

二、填空题（本大题共 5 小题，每小题 5 分，共 25 分）

11.已知直线 $l_1:ax+(a+2)y+1=0$，$l_2:x+ay+2=0$．若 $l_1\perp l_2$，则实数 $a=$_____ .

12.等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n，$a_3=3$，$S_4=10$，则 $\sum\limits_{k=1}^{n}\dfrac{1}{S_k}=$____________.

13.函数 $y=\sin x-\sqrt{3}\cos x$ 的图像可由函数 $y=\sin x+\sqrt{3}\cos x$ 的图像至少向右平移________个单位长度得到.

14.已知直线 $l:mx+y+3m-\sqrt{3}=0$ 与圆 $x^2+y^2=12$ 交于 A,B 两点，过 A,B 分别做 l 的垂线与 x 轴交于 C,D 两点，若 $|AB|=2\sqrt{3}$，则 $|CD|=$______.

15.对于函数 $y=f(x)$，若在其定义域内存在 x_0，使得 $x_0f(x_0)=1$ 成立，则称函数 $f(x)$ 具有性质 P.

（1）下列函数中具有性质 P 的有____________.

① $f(x)=-2x+2\sqrt{2}$　　② $f(x)=\sin x\ (x\in[0,2\pi])$

③ $f(x)=x+\dfrac{1}{x}$，$(x\in(0,+\infty))$　　④ $f(x)=\ln(x+1)$

（2）若函数 $f(x)=a\ln x$ 具有性质 P，则实数 a 的取值范围是____________.

三、解答题（本大题共 6 小题，共 85 分）

16. (本小题满分 13 分)

已知函数 $f(x)=\sin x\cos x-\sin^2 x+\dfrac{1}{2}$.

（I）求 $f(x)$ 的单调递增区间；

（II）在△ ABC 中, a,b,c 为角 A,B,C 的对边，且满足 $b\cos 2A=b\cos A-a\sin B$，

且 $0<A<\dfrac{\pi}{2}$，求角 A 的值，进而再求 $f(B)$ 的取值范围.

17. （本小题满分 14 分）

随着“中华好诗词”节目的播出，掀起了全民诵读传统诗词经典的热潮.某社团为调查大学生对于“中华诗词”的喜好，从甲、乙两所大学各随机抽取了 40 名学生，记录他们每天学习“中华诗词”的时间，按照 $[0,10),[10,20),[20,30),[30,40),[40,50),[50,60]$ 分组，并整理得到如下频率分布直方图：

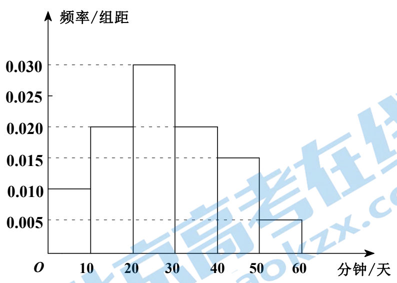


图 1：甲大学

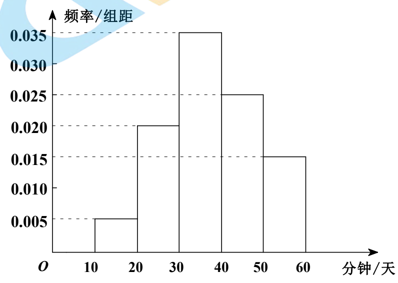


图 2：乙大学

根据学生每天学习“中华诗词”的时间，可以将学生对于“中华诗词”的喜好程度分为三个等级：

学习时间 t (分钟/天)	$t<20$	$20\le t<50$	$t\ge 50$
等级	一般	爱好	痴迷

（I）从甲大学中随机选出一名学生，试估计其“爱好”中华诗词的概率；

（II）从这两组“痴迷”的同学中随机选出 2 人，记 ξ 为选出的两人中甲大学的人数，求 ξ 的分布列和数学期望 $E(\xi)$；

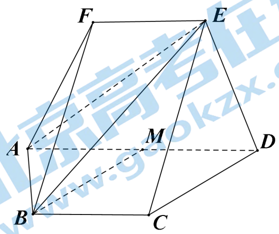
（III）试判断选出的这两组学生每天学习“中华诗词”时间的平均值 $\overline{X}_{甲}$ 与 $\overline{X}_{乙}$ 的大小，及方差 $S^2{}_{甲}$ 与 $S^2{}_{乙}$ 的大小．(只需写出结论)

18. （本小题满分 14 分）

羡除是《九章算术》中记载的一种五面体.如图五面体 $ABCDEF$，四边形 $ABCD$ 与四边形 $ADEF$ 均为等腰梯形，其中 $EF\,//\,AD\,//\,BC$，$AD=4$，$EF=BC=AB=2$，$ED=\sqrt{10}$，M 为 AD 中点，平面 $BCEF$ 与平面 $ADEF$ 交于 EF.再从条件①，条件②，条件③中选择一个作为已知，使得羡除 $ABCDEF$ 能够确定，然后解答下列各题：

（I）求证：$BM\,//$ 平面 CDE；

（II）求二面角 $B-AE-F$ 的余弦值.



（III）在线段 AE 上是否存在点 Q，使得 MQ 与平面 ABE 所成的角的正弦值为 $\dfrac{\sqrt{7}}{7}$，若存在，求出 $\dfrac{AQ}{AE}$ 的值，若不存在，请说明理由.

条件①：平面 $CDE\perp$ 平面 $ABCD$；

条件②：平面 $ADEF\perp$ 平面 $ABCD$；

条件③：$EC=2\sqrt{3}$.

19.（本小题满分 15 分）

已知椭圆 $W:\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1\,(a>b>0)$ 的焦距为 4，短轴长为 2，O 为坐标原点.

（I）求椭圆 W 的方程；

（II）设 A,B,C 是椭圆 W 上的三个点，判断四边形 $OABC$ 能否为矩形？并说明理由.

20.（本小题满分 15 分）

已知函数 $f(x)=\mathrm{e}^{2x-1}(ax^2-x+\dfrac{1}{2})$.

（I）求曲线 $y=f(x)$ 在点 $(0,f(0))$ 处的切线的方程；

（II）若函数 $f(x)$ 在 $x=0$ 处取得极大值，求 a 的取值范围；

（III）若函数 $f(x)$ 存在最小值，直接写出 a 的取值范围.

21.（本小题满分 14 分）

设数阵 $A_0=\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}$，其中 $a_{11},a_{12},a_{21},a_{22}\in\{1,2,\cdots,6\}$，

设 $S=\{e_1,e_2,\cdots,e_l\}\subseteq\{1,2,\cdots,6\}$，其中 $e_1<e_2<\cdots<e_l$，$l\in N^*$ 且 $l\le 6$. 定义变换 φ_k 为“对于数列的每一行，若其中有 k 或 $-k$，则将这一行中每个数都乘以-1，若其中没有 k 且没有 $-k$，则这一行中所有数均保持不变”$(k=e_1,e_2,\cdots,e_l)$. $\varphi_s(A_0)$ 表示“将 A_0 经过 φ_{e_1} 变换得到 A_1，再将 A_1 经过 φ_{e_2} 变换得到 A_2，…，以此类推，最后将 A_{l-1} 经过 φ_{e_l} 变换得到 A_l”，记数阵 A_l 中四个数的和为 $T_s(A_0)$.

（I）若 $A_0=\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 5 \end{pmatrix}$，写出 A_0 经过 φ_2 变换后得到的数阵 A_1；

（II）若 $A_0=\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 3 & 6 \end{pmatrix}$，$S=\{1,3\}$，求 $T_s(A_0)$ 的值；

（III）对任意确定的一个矩阵 A_0，证明：$T_s(A_0)$ 的所有可能取值的和不超过 -4.

2023-2024 学年度第一学期期中练习题答案

年级：高三　科目：数学

考试时间 120 分钟，满分 150 分

一、选择题（本大题共 10 小题，每小题 4 分，共 40 分）

BBCDC　　DACAC

二、填空题（本大题共 5 小题，每小题 5 分，共 25 分）

11. -3 或 0　　12. $\frac{2n}{n+1}$　　13. $\frac{2\pi}{3}$　　14. 4

15. ①②④；$(-\infty,-e]\cup(0,+\infty)$

三、解答题（本大题共 6 小题，共 85 分）

16. （本小题共 13 分）解：（I）由题知 $f(x)=\frac{1}{2}\sin 2x-\frac{1}{2}(1-\cos 2x)+\frac{1}{2}$

$=\frac{1}{2}\sin 2x+\frac{1}{2}\cos 2x=\frac{\sqrt{2}}{2}\sin(2x+\frac{\pi}{4})$.

由 $2k\pi-\frac{\pi}{2}\le 2x+\frac{\pi}{4}\le 2k\pi+\frac{\pi}{2}$（$k\in\mathbf{Z}$），

解得 $k\pi-\frac{3\pi}{8}\le x\le k\pi+\frac{\pi}{8}$.

所以 $f(x)$ 单调递增区间为 $[k\pi-\frac{3\pi}{8},k\pi+\frac{\pi}{8}]$（$k\in\mathbf{Z}$）.　　…………… 6 分

（II）依题意，由正弦定理，$\sin B\cos 2A=\sin B\cos A-\sin A\sin B$.

因为在三角形中 $\sin B\neq 0$，所以 $\cos 2A=\cos A-\sin A$.

即 $(\cos A-\sin A)(\cos A+\sin A-1)=0$

当 $\cos A=\sin A$ 时，$A=\frac{\pi}{4}$；

当 $\cos A+\sin A=1$ 时，$A=\frac{\pi}{2}$. 由于 $0<A<\frac{\pi}{2}$，所以 $A=\frac{\pi}{4}$.

则 $B+C=\frac{3}{4}\pi$.则 $0<B<\frac{3}{4}\pi$.又 $\frac{\pi}{4}<2B+\frac{\pi}{4}<\frac{7\pi}{4}$，

所以 $-1\le\sin(2B+\frac{\pi}{4})\le1$.由 $f(B)=\frac{\sqrt{2}}{2}\sin(2B+\frac{\pi}{4})$，

则 $f(B)$ 的取值范围是 $\left[-\frac{\sqrt{2}}{2},\frac{\sqrt{2}}{2}\right]$. ………………. 13 分

17. （本小题满分 14 分）

解：(I) 由图知，甲大学随机选取的 40 名学生中，

“爱好”中华诗词的频率为 $(0.030+0.020+0.015)\times10=0.65$，

所以从甲大学中随机选出一名学生，“爱好”中华诗词的概率为 0.65. ………3 分

(II) 甲大学随机选取的 40 名学生中“痴迷”的学生有 $40\times0.005\times10=2$ 人，

乙大学随机选取的 40 名学生中“痴迷”的学生有 $40\times0.015\times10=6$ 人，

所以，随机变量 ξ 的取值为 $\xi=0,1,2$.

所以，$P(\xi=0)=\frac{C_2^0C_6^2}{C_8^2}=\frac{15}{28}$，

$P(\xi=1)=\frac{C_2^1C_6^1}{C_8^2}=\frac{12}{28}=\frac{3}{7}$，

$P(\xi=2)=\frac{C_2^2C_6^0}{C_8^2}=\frac{1}{28}$.

所以 ξ 的分布列为

ξ	0	1	2
P	$\frac{15}{28}$	$\frac{3}{7}$	$\frac{1}{28}$

ξ 的数学期望为 $E(\xi)=0\times\frac{15}{28}+1\times\frac{3}{7}+2\times\frac{1}{28}=\frac{1}{2}$. ……………11 分

(III) $\overline{X}_{甲}<\overline{X}_{乙}$; $s^2_{甲}>s^2_{乙}$ ……………13 分

18. （本小题满分 14 分）

（I）$\because$ 等腰梯形 $ABCD$ $\because M$ 是 AD 中点 $\therefore MD=BC$ $\therefore MD // BC$

$\therefore$ 平行四边形 $BCDM$ $\therefore BM // CD$ $\because BM \notin$ 平面 CDE $CD \in$ 平面 CDE

$\therefore BM //$ 平面 CDE.

（II） 选②和选③，过程仅在建系之前有区别.

选②：取 BC 中点为 N， EF 中点为 P，连接 MP 和 MN

$\because$ 平面 $ADEF \perp$ 平面 $ABCD$ $\because$ 平面 $ADEF \cap$ 平面 $ABCD=AD$ $\because PM \perp AD$

$\because PM \in$ 平面 $ADEF$ $\therefore PM \perp$ 平面 $ABCD$ $\because MN \perp AD$，如图建系

选③：取 MD 中点 Q，连接 CQ 和 EQ $\because EC=2\sqrt{3}$ $EQ=3$ $CQ=\sqrt{3}$ $\therefore EQ \perp CQ$

$\therefore$ 二面角 $E-AD-C=\dfrac{\pi}{2}$ $\therefore$ 平面 $ADEF \perp$ 平面 $ABCD$

取 BC 中点为 N， EF 中点为 P，连接 MP 和 MN

$\because$ 平面 $ADEF \perp$ 平面 $ABCD$ $\because$ 平面 $ADEF \cap$ 平面 $ABCD=AD$ $\because PM \perp AD$

$\because PM \in$ 平面 $ADEF$ $\therefore PM \perp$ 平面 $ABCD$ $\because MN \perp AD$，如图建系

$A(0,-2,0)$ $B(\sqrt{3},-1,0)$ $C(\sqrt{3},1,0)$ $D(0,2,0)$ $E(0,1,3)$ $F(0,-1,3)$ $M(0,0,0)$

$\overrightarrow{BA}=(-\sqrt{3},-1,0)$ $\overrightarrow{AE}=(0,3,3)$ 设平面 BAE 的一个法向量 $\vec{n}=(x,y,z)$

$\begin{cases}\vec{n}\cdot\overrightarrow{BA}=0\\ \vec{n}\cdot\overrightarrow{AE}=0\end{cases}$ $\begin{cases}-\sqrt{3}x-y=0\\ 3y+3z=0\end{cases}$ 令 $x=\sqrt{3}$，则 $y=-3$， $z=3$，则 $\vec{n}=(\sqrt{3},-3,3)$

易知 $\vec{m}=(-1,0,0)$ 是平面 AEF 的一个法向量

$\cos<\vec{m},\vec{n}>=\dfrac{\vec{m}\cdot\vec{n}}{|\vec{m}||\vec{n}|}=-\dfrac{\sqrt{7}}{7}$ 经检验， $B-AE-F$ 为钝角，

所以二面角 $B-AE-F$ 的余弦值为 $-\dfrac{\sqrt{7}}{7}$

（III）设 $\dfrac{AQ}{AE}=\lambda,\lambda\in[0,1]$， $\overrightarrow{AQ}=\lambda\overrightarrow{AE}=(0,3\lambda,3\lambda)$， $\overrightarrow{MQ}=\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{AQ}=(0,3\lambda-2,3\lambda)$

$|\cos<\overrightarrow{MQ},\vec{n}>|=\dfrac{|\overrightarrow{MQ}\cdot\vec{n}|}{|\overrightarrow{MQ}|\cdot|\vec{n}|}=\dfrac{\sqrt{7}}{7}$ 解得 $\lambda=\dfrac{1\pm\sqrt{5}}{3}$,均不满足题意，故不存在点 Q.

19.（本小题满分 15 分）

解：（I）由题意，椭圆 W 的方程为 $\frac{x^2}{5}+y^2=1$.

（II）设 $AC: y=kx+m$，$A(x_1,y_1),C(x_2,y_2)$，AC 中点 $M(x_0,y_0)$，$B(x_3,y_3)$，

$$\begin{cases}x^2+5y^2=5\\ y=kx+m\end{cases}\Rightarrow(1+5k^2)x^2+10kmx+5m^2-5=0,$$

$\Delta=(10km)^2-4(1+5k^2)(5m^2-5)>0$，

$x_1+x_2=-\frac{10km}{1+5k^2}$，$x_1x_2=\frac{5m^2-5}{1+5k^2}$.　　(1)

由条件 $OA\perp OC$，得 $x_1x_2+y_1y_2=0$，

即 $x_1x_2+(kx_1+m)(kx_2+m)=0$，

整理得 $(1+k^2)x_1x_2+km(x_1+x_2)+m^2=0$，

将(1)式代入得 $(1+k^2)(5m^2-5)+km(-10km)+m^2(1+5k^2)=0$

即 $6m^2=5k^2+5$　　(2)

又 $x_0=\frac{x_1+x_2}{2}=-\frac{5km}{1+5k^2}$，$y_0=kx_0+m=\frac{m}{1+5k^2}$

且 M 同时也是 OB 的中点，所以 $x_3=2x_0$，$y_3=2y_0$

因为 B 在椭圆上，所以 $x_3^2+5y_3^2=5$，

即 $4x_0^2+20y_0^2=5$，$4(-\frac{5km}{1+5k^2})^2+20(\frac{m}{1+5k^2})^2=5$，

所以 $4m^2=5k^2+1$　　(3)

由(2)(3) 解得 $m^2=2,k^2=\frac{7}{5}$，

验证知 $\Delta=(10km)^2-4(1+5k^2)(5m^2-5)=120>0$，

所以四边形 $OABC$ 可以为矩形.

20. （本小题满分 15 分）

解：（I） $f(0)=e^{-1}\cdot\frac{1}{2}=\frac{1}{2e}$， $\therefore$ 切点为 $(0,\frac{1}{2e})$，

又 $f'(x)=e^{2x-1}[2ax^2+2(a-1)x]=2x(ax+a-1)e^{2x-1}$， $\therefore f'(0)=0$，

$\therefore$ 切线方程为 $y-\frac{1}{2e}=0$.

（II）定义域为 R， $f'(x)=2x(ax+a-1)e^{2x-1}$

① 当 $a=0$ 时， $f'(x)=-2xe^{2x-1}$， 令 $f'(x)>0$ 得 $x<0$， $\therefore f(x)$ 增区间为 $(-\infty,0)$；

令 $f'(x)<0$ 得 $x>0$， $\therefore f(x)$ 增区间为 $(0,+\infty)$； $\therefore f(x)$ 在 $x=0$ 取极大值，合题意.

② 当 $a<0$ 时，由 $f'(x)=2x(ax+a-1)e^{2x-1}=0$ 可得 $x_1=0,x_2=\frac{1-a}{a}<0$，

x	$(-\infty,\frac{1-a}{a})$	$\frac{1-a}{a}$	$(\frac{1-a}{a},0)$	0	$(0,+\infty)$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$
$f(x)$	减	极小值	增	极大值	减

$\therefore f(x)$ 在 $x=0$ 处取得极大值， $\therefore a<0$ 合题意.

③ 当 $a>0$ 时，由 $f'(x)=2x(ax+a-1)e^{2x-1}=0$ 可得 $x_1=0,x_2=\frac{1-a}{a}$

(i)当 $\frac{1-a}{a}<0$ 即 $a>1$ 时， $f'(x)$， $f(x)$ 变化情况如下表：

x	$(-\infty,\frac{1-a}{a})$	$\frac{1-a}{a}$	$(\frac{1-a}{a},0)$	0	$(0,+\infty)$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	增	极大值	减	极小值	增

$\therefore f(x)$ 在 $x=0$ 处取得极小值，不合题意.

(ii) 当 $\frac{1-a}{a}=0$ 即 $a=1$ 时， $f'(x)\geq 0$ 在 R 上恒成立， $\therefore f(x)$ 在 R 上增，无极大值点.

(iii) 当 $\frac{1-a}{a}>0$ 即 $0<a<1$ 时，$f'(x)$，$f(x)$ 变化情况如下表：

x	$(-\infty,0)$	0	$(0,\frac{1-a}{a})$	$\frac{1-a}{a}$	$(\frac{1-a}{a},+\infty)$
$f'(x)$	+	0	−	0	+
$f(x)$	增	极大值	减	极小值	增

$\therefore f(x)$ 在 $x=0$ 处取得极大值，$\therefore 0<a<1$ 合题意.

综上可得：a 的取值范围是 $(-\infty,1)$

（III）$(0,\frac{1}{2}]$

21. （本小题满分 14 分）

解：(I) 经过 ϕ_2 变换 $A_1=\begin{pmatrix}-1 & -2\\ 1 & 5\end{pmatrix}$

（II） $A_0=\begin{pmatrix}1 & 3\\ 3 & 6\end{pmatrix}$ 经过 φ_1 变换得到 $A_1=\begin{pmatrix}-1 & -3\\ 3 & 6\end{pmatrix}$ 经过 φ_3 变换得到

$A_3=\begin{pmatrix}1 & 3\\ 3 & -6\end{pmatrix}$， 所以 $T_S(A_0)=1+3+(-3)+(-6)=-5$

（III）因为集合 S 共有含空集在内的子集 64 个，令 $\varphi_\phi(A_0)=A_0$，对于第一行 a_{11} 和 a_{12}

①若 $a_{11}=a_{12}$，则含 a_{11} 的子集有 32 个，这 32 个 A_l 中第一行为 $-a_{11}$，$-a_{12}$；不含有 a_{11} 的子集有 32 个，这 32 个 A_l 中第一行为 a_{11}，a_{12}，所有 A_l 中第一行的和为 0。

①若 $a_{11}\neq a_{12}$，则含 a_{11} 且 a_{12} 的子集有 16 个，不含有 a_{11} 且不含 a_{12} 的子集有 16 个，这 32 个 A_l 中第一行为 a_{11}，a_{12}；不含有 a_{11} 含 a_{12} 的子集有 16 个，含有 a_{11} 不含 a_{12} 的子集有 16 个，这 32 个 A_l 中第一行为 $-a_{11}$，$-a_{12}$；所有 A_l 中第一行的和为 0。

同理，所有 A_l 中第二行的和为 0。即 $\sum_{U\subseteq S}T_U(A_0)=0$

但是 $\varphi_\phi(A_0)=A_0$，所以 $\sum_{S\neq\phi}T_S(A_0)=0-T_\phi(A_0)=-(a_{11}+a_{12}+a_{21}+a_{22})\leq-4$

北京高一高二高三期中试题下载

京考一点通团队整理了【**2023 年 10-11 月北京各区各年级期中试题&答案汇总**】专题，及时更新最新试题及答案。

通过【**京考一点通**】公众号，对话框回复【**期中**】或者点击公众号底部栏目<**试题专区**>，进入各年级汇总专题，查看并下载电子版试题及答案！