工作秘密　严禁外传
擅自泄露　严肃追责

成都市2018级高中毕业班第三次诊断性检测

数　学(文科)

本试卷分选择题和非选择题两部分。第Ⅰ卷(选择题)1至2页，第Ⅱ卷(非选择题)3至4页，共4页，满分150分，考试时间120分钟。

注意事项：

1. 答题前，务必将自己的姓名、考籍号填写在答题卡规定的位置上。
2. 答选择题时，必须使用2B铅笔将答题卡上对应题目的答案标号涂黑，如需改动，用橡皮擦擦干净后，再选涂其它答案标号。
3. 答非选择题时，必须使用0.5毫米黑色签字笔，将答案书写在答题卡规定的位置上。
4. 所有题目必须在答题卡上作答，在试题卷上答题无效。
5. 考试结束后，只将答题卡交回。

第Ⅰ卷　(选择题，共60分)

一、选择题：本大题共12小题，每小题5分，共60分. 在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1. 设全集 $U=\mathbf{R}$，集合 $A=\{x\mid x>3\}$，$B=\{x\mid x<4\}$，则 $(\complement_U A)\cup B=$

(A) $\{x\mid x<3\}$　　(B) $\{x\mid x\leqslant 3\}$　　(C) $\{x\mid x<4\}$　　(D) $\{x\mid x\leqslant 4\}$

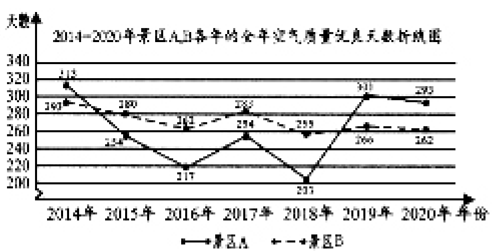
2. 已知复数 $z=\dfrac{1-3i}{1+i}$ (i为虚数单位)，则 $|z|=$

(A) 1　　(B) $\sqrt{2}$　　(C) 2　　(D) $\sqrt{5}$

3. 设△ABC 的内角 A,B,C 所对的边分别为 a,b,c. 若 $a=3b$，$\sin A=\dfrac{3}{5}$，则 $\sin B$ 的值为

(A) $\dfrac{1}{5}$　　(B) $\dfrac{1}{15}$　　(C) $\dfrac{1}{3}$　　(D) $\dfrac{5}{9}$

4. 某市环境保护局公布了该市A，B两个景区2014年至2020年各年的全年空气质量优良天数的数据. 现根据这组数据绘制了如图所示的折线图，则由该折线图得出的下列结论中正确的是



(A) 景区A这七年的空气质量优良天数的极差为98

(B) 景区B这七年的空气质量优良天数的中位数为283

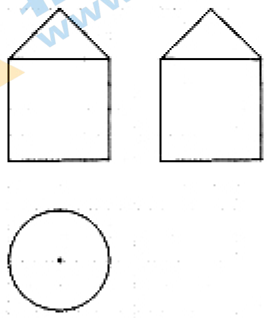
(C) 分别记景区A，B这七年的空气质量优良天数的众数为 m_1,m_2，则 $m_1>m_2$

(D) 分别记景区A，B这七年的空气质量优良天数的标准差为 s_1,s_2，则 $s_1>s_2$

5. 若实数 x，y 满足约束条件 $\begin{cases} y \geqslant 0, \\ x-y+1 \geqslant 0, \\ x+2y-2 \leqslant 0, \end{cases}$ 则 $z=3x-5y$ 的最大值为

(A) 10　　(B) 8　　(C) 6　　(D) 5

6. 某几何体的三视图如图所示，已知网格纸上的小正方形边长为 1，则该几何体的表面积为



(A) $(20+8\sqrt{2})\pi$　　(B) $(20+4\sqrt{2})\pi$

(C) $(24+8\sqrt{2})\pi$　　(D) $(24+4\sqrt{2})\pi$

7. 已知函数 $f(x)=\ln x+\dfrac{m}{x}(m\in\mathbf{R})$的图象在点 $(1,f(1))$ 处的切线 l 的斜率为 2，则直线 l 在 y 轴上的截距为

(A) 3　　(B) -3

(C) 1　　(D) -1

8. 设向量 $\boldsymbol{a}=(x,x-1)$，$\boldsymbol{b}=(2,-1)$，若 $\boldsymbol{a}+2\boldsymbol{b}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 共线，则实数 x 的值为

(A) $\dfrac{2}{3}$　　(B) $-\dfrac{5}{3}$　　(C) 10　　(D) -11

9. 命题 p：函数 $f(x)=a^{x+1}(a>0$ 且 $a\neq 1)$ 的图象恒过定点 $(0,1)$；命题 q：当 $t\in(-2,2)$ 时，函数 $g(x)=x^2-3tx+1$ 在区间 $(-3,3)$ 上存在最小值. 则下列命题为真命题的是

(A) $p\wedge q$　　(B) $p\vee(\neg q)$　　(C) $(\neg p)\vee q$　　(D) $(\neg p)\wedge(\neg q)$

10. 已知双曲线 $\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$ 的右焦点为 F_2，点 M，N 在双曲线的同一条渐近线上，O 为坐标原点. 若直线 F_2M 平行于双曲线的另一条渐近线，且 $OF_2\perp F_2N$，$|F_2M|=\dfrac{\sqrt{5}}{2}|F_2N|$，则该双曲线的渐近线方程为

(A) $y=\pm\dfrac{1}{4}x$　　(B) $y=\pm\dfrac{1}{2}x$　　(C) $y=\pm\dfrac{\sqrt{2}}{2}x$　　(D) $y=\pm 2x$

11. 在三棱锥 $P-ABC$ 中，已知 $PA\perp$ 平面 ABC，$PA=AB=AC=2$，$\angle BAC=\dfrac{2\pi}{3}$. 若三棱锥 $P-ABC$ 的各顶点都在球 O 的球面上，则球 O 的半径为

(A) 1　　(B) $\sqrt{2}$　　(C) $\sqrt{3}$　　(D) $\sqrt{5}$

12. 已知 A，B 是圆 $x^2+y^2=4$ 上的两个动点，且满足 $|AB|=2\sqrt{3}$，点 $P(\sqrt{3},\sqrt{6})$，则 $\overrightarrow{PA}\cdot\overrightarrow{PB}$ 的最小值为

(A) $\dfrac{1}{2}$　　(B) $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$　　(C) 1　　(D) $7-2\sqrt{6}$

第Ⅱ卷 （非选择题，共 90 分）

二、填空题：本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分. 把答案填在答题卡上.

13. 计算 $8^{-\frac{1}{3}}+\dfrac{\lg 6}{\lg 2}-\log_2 3$ 的值为______.

14. 已知 $\sin(\pi-\alpha)=\dfrac{3}{4}$，则 $\cos 2\alpha$ 的值为______.

15. 已知 F 为抛物线 $y^2=2px(p>0)$ 的焦点，过点 F 且斜率为 1 的直线与抛物线相交于 A，B 两点. 若 $|AF|-|BF|=\sqrt{6}$，则线段 AB 的长为______.

16. 已知函数 $f(x)=\sin(\omega x+\varphi)(\omega>0,\varphi\in\mathbf{R})$ 在区间 $(\dfrac{7\pi}{12},\dfrac{5\pi}{6})$ 上单调，且满足 $f(\dfrac{7\pi}{12})=-f(\dfrac{3\pi}{4})$.

有下列结论：

① $f(\dfrac{2\pi}{3})=0$；

②若 $f(\dfrac{5\pi}{12})=1$，则函数 $f(x)$ 的最小正周期为 π；

③ ω 的取值范围为 $(0,4]$；

④函数 $f(x)$ 在区间 $[0,2\pi)$ 上最多有 6 个零点.

其中所有正确结论的编号为______.

三、解答题：本大题共 6 小题，共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17.（本小题满分 12 分）

《营造法式》是中国北宋时期官方颁布的一部建筑设计与施工的书籍，标志着我国古代建筑技术和工艺发展到了较高水平. 中国近代建筑之父梁思成用现代语言和制图方法对该书进行了注释，著有《〈营造法式〉注释》. 为了让建筑类学生了解古建筑设计与构造的原理，某建筑大学为大三和大四的学生开设了一门选修课程《营造法式及其注释》. 为检测学生学习效果，要求所有选修该门课程的学生完成"应用营造法式独立制作一件古建筑模型"的作业. 已知选修该门课程的大三与大四学生的人数之比为 3 : 2，现用分层抽样的方法从所有作业中随机抽取 100 份（每位学生均上交一份作业），并评出成绩，得到如下频数分布表.

成绩（单位：分）	[50,60)	[60,70)	[70,80)	[80,90)	[90,100]
频数（不分年级）	4	x	20	38	30
频数（大三年级）	3	6	15	y	12

（Ⅰ）求 x，y 的值；若以频率作为概率，从选修该门课程的大四学生中随机选取 1 名，试估计该学生的作业成绩在 $[60,80)$ 的概率；

（Ⅱ）估计这 100 份作业中大三学生作业的平均成绩（同一组中的数据用该组区间的中点值为代表）.

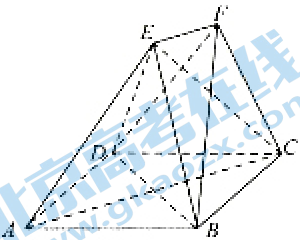
18.（本小题满分 12 分）

已知数列 $\{a_n\}$ 中 $a_1=1$，$a_2=3$，且满足 $a_{n+2}+3a_n=4a_{n+1}$，设 $b_n=a_{n+1}-a_n$，$n\in\mathbf{N}^*$.

（Ⅰ）求数列 $\{b_n\}$ 的通项公式；

（Ⅱ）记 $c_n=\log_3(a_n+b_n)$，数列 $\{c_n\}$ 的前 n 项和为 S_n，求 S_{20}.

19.（本小题满分 12 分）



如图，在多面体 $ABCDEF$ 中，四边形 $ABCD$ 是边长为 2 的菱形，$\angle DAB=\frac{\pi}{3}$，$EB=ED$，$EF\parallel AC$.

（Ⅰ）求证：平面 $BDF\perp$ 平面 $ACFE$；

（Ⅱ）若 $EB=2$，$EA=EC$，$EF=\frac{1}{4}AC$，求多面体 $ABCDEF$ 的体积.

20.（本小题满分 12 分）

已知椭圆 C：$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的四个顶点围成的四边形的面积为 $2\sqrt{5}$，右焦点 F_2 到直线 $x-y+2=0$ 的距离为 $2\sqrt{2}$.

（Ⅰ）求椭圆 C 的方程；

（Ⅱ）过点 $M(-3,0)$ 的直线 l 与椭圆 C 相交于 A，B 两点，过点 F_2 作直线 l 的垂线，垂足为 N（点 A，B 在点 M，N 之间）. 若 $|MA|=|BN|$，求直线 l 的方程.

21.（本小题满分 12 分）

已知函数 $f(x)=\cos x-ax^2$，其中 $a\in\mathbf{R}$，$x\in[0,\frac{\pi}{2}]$.

（Ⅰ）当 $a=-\frac{1}{2}$ 时，求函数 $f(x)$ 的值域；

（Ⅱ）若函数 $f(x)$ 在 $[0,\frac{\pi}{2}]$ 上有唯一的极值点，求 a 的取值范围.

请考生在第 22，23 题中任选择一题作答，如果多做，则按所做的第一题记分. 作答时，用 2B 铅笔在答题卡上把所选题目对应的标号涂黑.

22.（本小题满分 10 分）选修 4－4：坐标系与参数方程

在直角坐标系 xOy 中，曲线 C 的参数方程为 $\begin{cases}x=k^2,\\ y=\sqrt{2}k\end{cases}$（$k$ 为参数）. 以坐标原点 O 为极点，x 轴的正半轴为极轴建立极坐标系，直线 l 的极坐标方程为 $\rho\cos(\theta-\frac{\pi}{4})=1$.

（Ⅰ）求曲线 C 与直线 l 的普通方程；

（Ⅱ）设直线 l 与曲线 C 相交于 P，Q 两点，点 $M(\sqrt{2},0)$，求 $|PM|^2+|QM|^2$ 的值.

23.（本小题满分 10 分）选修 4－5：不等式选讲

已知函数 $f(x)=|x^2-4|+|x-2|-4$.

（Ⅰ）若关于 x 的方程 $f(x)=m$ 有唯一实数解，求实数 m 的值；

（Ⅱ）对（Ⅰ）中的 m 值，若正实数 a，b 满足 $a-b+2m=0$，试比较 $\frac{1}{a+3}+\frac{1}{b+5}$ 与 $\frac{1}{4}$ 的大小，并说明理由.

成都市2018级高中毕业班第三次诊断性检测

数学(文科)参考答案及评分意见

第Ⅰ卷 (选择题,共60分)

一、选择题:(每小题5分,共60分)

1. C; **2.** D; **3.** A; **4.** D; **5.** C; **6.** B; **7.** B; **8.** A; **9.** C; **10.** B; **11.** D; **12.** C.

第Ⅱ卷 (非选择题,共90分)

二、填空题:(每小题5分,共20分)

13. $\frac{3}{2}$; 14. $-\frac{1}{8}$; 15. $2\sqrt{3}$; 16. ①②④.

三、解答题:(共70分)

17. 解:(Ⅰ)由题意,知 $4+x+20+38+30=100$. $\therefore x=8$. ……2分

在这100份作业中,因大三学生的作业共 $3+6+15+y+12=36+y$(份),

则大四学生的作业共 $64-y$(份).

$\because$ 选修该门课程的大三与大四学生的人数之比为 $3:2$,

$\therefore \frac{36+y}{64-y}=\frac{3}{2}$.解得 $y=24$. ……4分

故大四学生作业共40份.其中,成绩在 $[60,70)$,$[70,80)$ 的作业份数分别为2,5.

故成绩在 $[60,80)$ 的作业共7份. ……5分

$\therefore$ 从选修该门课程的大四学生中随机选取1名,估计其作业成绩在 $[60,80)$ 的概率为 $\frac{7}{40}$. ……7分

(Ⅱ)由(Ⅰ)可知,这100份作业中大三学生作业共60份. ……8分

设大三学生作业的平均成绩为 $\bar{x}$.

则 $\bar{x}=\frac{3}{60}\times55+\frac{6}{60}\times65+\frac{15}{60}\times75+\frac{24}{60}\times85+\frac{12}{60}\times95=81$.

$\therefore$ 估计这100份作业中大三学生作业的平均成绩为81分. ……12分

18. 解:(Ⅰ)$\because a_{n+2}+3a_n=4a_{n+1}, n\in \mathbf{N}^*$, $\therefore a_{n+2}-a_{n+1}=3(a_{n+1}-a_n)$. ……1分

$\because b_n=a_{n+1}-a_n$, $\therefore b_{n+1}=3b_n$. ……2分

又 $b_1=a_2-a_1=2$,

$\therefore$ 数列 $\{b_n\}$ 是以2为首项,3为公比的等比数列. ……4分

$\therefore b_n=2\times3^{n-1}$. ……6分

(Ⅱ)$\because b_n=a_{n+1}-a_n$,

$\therefore a_{n+1}=(a_{n+1}-a_n)+(a_n-a_{n-1})+\cdots+(a_2-a_1)+a_1$ ……7分

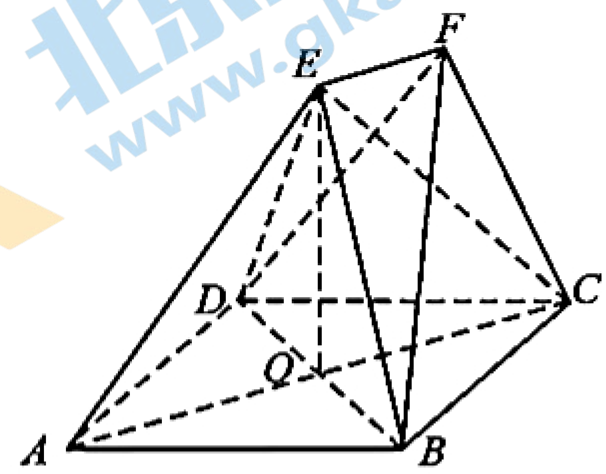
$=b_n+b_{n-1}+\cdots+b_1+a_1=\frac{2(1-3^n)}{1-3}+1=3^n$. ……9分

$\therefore c_n = \log_3(a_n + b_n) = \log_3 3^n = n$. ……10 分

$\therefore S_n = 1 + 2 + \cdots + n = \dfrac{n(n+1)}{2}$. ……11 分

$\therefore S_{20} = \dfrac{20 \times 21}{2} = 210$. ……12 分

19. 解：(Ⅰ)如图，设 AC 与 BD 的交点为 O，连接 EO .



$\because$ 四边形 $ABCD$ 是菱形，$\therefore AC \perp BD$，且 O 为 BD，AC 的中点. ……1 分

$\because EB = ED$，$\therefore BD \perp EO$. ……2 分

$\because AC, EO \subset$ 平面 $ACFE$，$AC \cap EO = O$，

$\therefore BD \perp$ 平面 $ACFE$. ……4 分

又 $BD \subset$ 平面 BDF，

$\therefore$ 平面 $BDF \perp$ 平面 $ACFE$. ……5 分

(Ⅱ)$\because$ 四边形 $ABCD$ 是边长为 2 的菱形，$\angle DAB = \dfrac{\pi}{3}$，则 $BD = 2$.

$\therefore OB = OD = 1$. ……6 分

在 Rt$\triangle EOB$ 中，$\because BO = 1, EB = 2$，则 $EO = \sqrt{3}$. ……7 分

又 $AC = 2AO = \sqrt{3}AB = 2\sqrt{3}$，$EF = \dfrac{1}{4}AC$，$\therefore EF = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$. ……8 分

$\because EF \parallel AC$，$\therefore$ 四边形 $ACFE$ 是梯形.

$\because O$ 为 AC 的中点，$EA = EC$，$\therefore EO \perp AC$. ……9 分

$\therefore$ 梯形 $ACFE$ 的面积 $S = \dfrac{1}{2} \times (\dfrac{\sqrt{3}}{2} + 2\sqrt{3}) \times \sqrt{3} = \dfrac{15}{4}$. ……10 分

又由(Ⅰ)知 $BD \perp$ 平面 $ACFE$.

$\therefore V_{ABCDEF} = V_{B-ACFE} + V_{D-ACFE} = 2V_{B-ACFE}$

$= 2 \times \dfrac{1}{3}S \cdot OB = 2 \times \dfrac{1}{3} \times \dfrac{15}{4} \times 1 = \dfrac{5}{2}$.

$\therefore$ 多面体 $ABCDEF$ 的体积为 $\dfrac{5}{2}$. ……12 分

20. 解：(Ⅰ)$\because$ 椭圆 C 的四个顶点围成的四边形的面积为 $2\sqrt{5}$，

$\therefore \dfrac{1}{2} \cdot 2a \cdot 2b = 2\sqrt{5}$，即 $ab = \sqrt{5}$. ……1 分

$\because$ 点 $F_2(c, 0)(c > 0)$ 到直线 $x - y + 2 = 0$ 的距离为 $\dfrac{|c+2|}{\sqrt{2}} = 2\sqrt{2}$，

$\therefore c = 2$. ……2 分

又 $a^2 = b^2 + c^2$，$\therefore a^2 = \dfrac{5}{a^2} + 4$，即 $a^4 - 4a^2 - 5 = 0$.

解得 $a^2 = 5$ 或 $a^2 = -1$(舍去). ……3 分

$\therefore b^2 = 1$.

$\therefore$ 椭圆 C 的方程为 $\dfrac{x^2}{5} + y^2 = 1$. ……4 分

(Ⅱ)由题意,直线 l 的斜率存在且不为 0. 设直线 l 的方程为 $x=my-3$.

由 $\begin{cases} x=my-3 \\ \dfrac{x^2}{5}+y^2=1 \end{cases}$,消去 x,得 $(m^2+5)y^2-6my+4=0$. ……5 分

由 $\Delta=20(m^2-4)>0$,得 $m<-2$ 或 $m>2$. ……6 分

设 $A(x_1,y_1)$,$B(x_2,y_2)$,$N(x_N,y_N)$.

则 $y_1+y_2=\dfrac{6m}{m^2+5}$,$y_1y_2=\dfrac{4}{m^2+5}$. ……7 分

设过点 F_2 与直线 l 垂直的直线的方程为 $x=-\dfrac{1}{m}y+2$.

由 $\begin{cases} x=my-3, \\ x=-\dfrac{1}{m}y+2 \end{cases}$,解得 $y_N=\dfrac{5m}{m^2+1}$. ……8 分

$\because |MA|=|BN|$,$\therefore MA$,BN 在 y 轴上的投影相等,即 $|y_1-0|=|y_N-y_2|$.

……9 分

$\because$ 点 A,B 在点 M,N 之间,$\therefore y_1+y_2=y_N$,即 $\dfrac{6m}{m^2+5}=\dfrac{5m}{m^2+1}$.

解得 $m=\pm\sqrt{19}$,满足 $m<-2$ 或 $m>2$. ……11 分

$\therefore$ 直线 l 的方程为 $x+\sqrt{19}y+3=0$ 或 $x-\sqrt{19}y+3=0$. ……12 分

21. 解:(Ⅰ)当 $a=-\dfrac{1}{2}$ 时,$f(x)=\cos x+\dfrac{1}{2}x^2$,则 $f'(x)=-\sin x+x$. ……1 分

设 $g(x)=f'(x)$,则 $g'(x)=-\cos x+1$,$x\in[0,\dfrac{\pi}{2}]$. 显然 $g'(x)\geqslant 0$.

$\therefore g(x)$ 在 $[0,\dfrac{\pi}{2}]$ 上单调递增. 则当 $x\in[0,\dfrac{\pi}{2}]$ 时,$g(x)\geqslant g(0)=0$. ……2 分

$\therefore$ 当 $x\in[0,\dfrac{\pi}{2}]$ 时,$f'(x)\geqslant 0$. $\therefore$ 函数 $f(x)$ 在 $[0,\dfrac{\pi}{2}]$ 上单调递增. ……4 分

又 $f(0)=1$,$f(\dfrac{\pi}{2})=\dfrac{\pi^2}{8}$,$\therefore$ 函数 $f(x)$ 的值域为 $[1,\dfrac{\pi^2}{8}]$. ……5 分

(Ⅱ)因 $f'(x)=-\sin x-2ax$,设 $h(x)=f'(x)$,则 $h'(x)=-\cos x-2a$. ……6 分

①当 $a\geqslant 0$ 时,$h'(x)\leqslant 0$,则 $h(x)$ 在 $[0,\dfrac{\pi}{2}]$ 上单调递减. $\therefore h(x)\leqslant h(0)=0$,

则 $f'(x)\leqslant 0$. 此时 $f(x)$ 在 $[0,\dfrac{\pi}{2}]$ 上单调递减,无极值. ……7 分

②当 $a\leqslant -\dfrac{1}{2}$ 时,$h'(x)\geqslant 0$,则 $h(x)$ 在 $[0,\dfrac{\pi}{2}]$ 上单调递增.

$\therefore h(x)\geqslant h(0)=0$,则 $f'(x)\geqslant 0$. 此时 $f(x)$ 在 $[0,\dfrac{\pi}{2}]$ 上单调递增,无极值.

……8 分

③当 $-\dfrac{1}{2}<a<0$ 时,存在 $x_0\in(0,\dfrac{\pi}{2})$,使 $h'(x_0)=-\cos x_0-2a=0$.

当 $x\in(0,x_0)$ 时，$h'(x)<0$；当 $x\in(x_0,\frac{\pi}{2})$ 时，$h'(x)>0$.

$\therefore h(x)$ 在 $(0,x_0)$ 上单调递减，在 $(x_0,\frac{\pi}{2})$ 上单调递增. ……9 分

$\because h(0)=0$，$\therefore h(x_0)<0$. 又 $h(\frac{\pi}{2})=-1-a\pi$，

（ⅰ）当 $-1-a\pi\leqslant 0$，即 $-\frac{1}{\pi}\leqslant a<0$ 时，$h(\frac{\pi}{2})\leqslant 0$.

$\therefore f'(x)\leqslant 0$，此时 $f(x)$ 在 $[0,\frac{\pi}{2}]$ 上单调递减，无极值. ……10 分

（ⅱ）当 $-1-a\pi>0$，即 $-\frac{1}{2}<a<-\frac{1}{\pi}$ 时，$h(\frac{\pi}{2})>0$.

则存在 $x_1\in(x_0,\frac{\pi}{2})$，使 $h(x_1)=-\sin x_1-2ax_1=0$.

当 $x\in(0,x_1)$ 时，$f'(x)<0$；当 $x\in(x_1,\frac{\pi}{2})$ 时，$f'(x)>0$.

$\therefore f(x)$ 在 $(0,x_1)$ 上单调递减，在 $(x_1,\frac{\pi}{2})$ 上单调递增. ……11 分

$\therefore x_1$ 是函数 $f(x)$ 在 $[0,\frac{\pi}{2}]$ 上的极小值点，且为唯一的极值点.

综上，当函数 $f(x)$ 在 $[0,\frac{\pi}{2}]$ 上有唯一极值点时，a 的取值范围为 $(-\frac{1}{2},-\frac{1}{\pi})$.

……12 分

22. 解：（Ⅰ）消去曲线 C 的参数方程中的参数 k，得 $y^2=2x$. ……2 分

$\therefore$ 曲线 C 的普通方程为 $y^2=2x$. ……3 分

整理 $\rho\cos(\theta-\frac{\pi}{4})=1$，可得 $\rho\cos\theta+\rho\sin\theta=\sqrt{2}$. ……4 分

$\because \rho\cos\theta=x,\rho\sin\theta=y$，$\therefore$ 直线 l 的普通方程为 $x+y-\sqrt{2}=0$. ……5 分

（Ⅱ）将直线 l 的普通方程化为参数方程为 $\begin{cases}x=\sqrt{2}-\frac{\sqrt{2}}{2}t,\\ y=\frac{\sqrt{2}}{2}t\end{cases}$（$t$ 为参数）. ……6 分

代入 $y^2=2x$，整理可得 $t^2+2\sqrt{2}t-4\sqrt{2}=0$. …（*）

而 $\Delta=(2\sqrt{2})^2-4\times1\times(-4\sqrt{2})=8+16\sqrt{2}>0$. ……7 分

设 t_1,t_2 是方程（*）的两个实数根.

则 $t_1+t_2=-2\sqrt{2}$，$t_1t_2=-4\sqrt{2}$. ……8 分

$\therefore |PM|^2+|QM|^2=t_1{}^2+t_2{}^2=(t_1+t_2)^2-2t_1t_2=8+8\sqrt{2}$. ……10 分

23. 解：（Ⅰ）①当 $x\leqslant-2$ 时，$f(x)=x^2-x-10$. 函数 $f(x)$ 在 $(-\infty,-2]$ 上单调递减，此时函数 $f(x)$ 的值域为 $[-4,+\infty)$； ……1 分

②当 $-2<x<2$ 时，$f(x)=-x^2+x+2$. 函数 $f(x)$ 在 $(-2,\frac{1}{2})$ 上单调递增，

在 $(\frac{1}{2},2)$ 上单调递减，此时函数 $f(x)$ 的值域为 $(-4,\frac{9}{4}]$； ……2 分

③当 $x\geqslant 2$ 时，$f(x)=x^2+x-6$. 函数 $f(x)$ 在 $[2,+\infty)$ 上单调递增. 此时函数 $f(x)$ 的值域为 $[0,+\infty)$； ……3 分

由题意，及函数 $f(x)$ 的图象知 $m=-4$. ……5 分

（Ⅱ）$\frac{1}{a+3}+\frac{1}{b+5}$ 与 $\frac{1}{4}$ 的大小关系为：$\frac{1}{a+3}+\frac{1}{b+5}\geqslant\frac{1}{4}$.

证明如下：由 $a+b+2m=0$ 及 $m=-4$，知 $a+b=8$. ……6 分

$\because a>0,b>0$，

$\therefore \frac{1}{a+3}+\frac{1}{b+5}=\frac{1}{16}[(a+3)+(b+5)](\frac{1}{a+3}+\frac{1}{b+5})$ ……8 分

$=\frac{1}{16}(2+\frac{b+5}{a+3}+\frac{a+3}{b+5})\geqslant\frac{1}{16}(2+2\sqrt{\frac{b+5}{a+3}\cdot\frac{a+3}{b+5}})=\frac{1}{4}$.

当且仅当 $\frac{b+5}{a+3}=\frac{a+3}{b+5}$，即 $a=5,b=3$ 时等号成立. ……9 分

$\therefore \frac{1}{a+3}+\frac{1}{b+5}\geqslant\frac{1}{4}$. ……10 分

关于我们

北京高考在线创办于 2014 年，隶属于北京太星网络科技有限公司，是北京地区极具影响力的中学升学服务平台。主营业务涵盖：北京新高考、高中生涯规划、志愿填报、强基计划、综合评价招生和学科竞赛等。

北京高考在线旗下拥有网站门户、微信公众平台等全媒体矩阵生态平台。平台活跃用户 40W+，网站年度流量数千万量级。用户群体立足于北京，辐射全国 31 省市。

北京高考在线平台一直秉承 “精益求精、专业严谨” 的建设理念，不断探索“K12 教育+互联网+大数据”的运营模式，尝试基于大数据理论为广大中学和家长提供新鲜的高考资讯、专业的高考政策解读、科学的升学规划等，为广大高校、中学和教科研单位提供“衔接和桥梁纽带”作用。

平台自创办以来，为众多重点大学发现和推荐优秀生源，和北京近百所中学达成合作关系，累计举办线上线下升学公益讲座数百场，帮助数十万考生顺利通过考入理想大学，在家长、考生、中学和社会各界具有广泛的口碑影响力

未来，北京高考在线平台将立足于北京新高考改革，基于对北京高考政策研究及北京高校资源优势，更好的服务全国高中家长和学生。