

# 2021 北京九中高 一（上）期中

## 数 学

（考试时间 100 分钟 满分 100 分）

姓名：\_\_\_\_\_ 班级：\_\_\_\_\_ 学号：\_\_\_\_\_

一、单项选择题。（本题共 10 小题，每小题 3 分，30 分。在每小题给出的四个选项中，只有一个选项符合题意，选对得 3 分，选错或不答的得 0 分）

1. 已知集合  $A = \{1, 3, 5, 7\}$ ， $B = \{2, 3, 4, 5\}$ ，则  $A \cap B =$ （ ）

- A.  $\{3\}$       B.  $\{5\}$       C.  $\{3, 5\}$       D.  $\{1, 2, 3, 4, 5, 7\}$

2. 下列四组函数中，表示同一函数的是（ ）

- A.  $y = \sqrt{x^2}$ ， $y = (\sqrt{x})^2$       B.  $y = |x|$ ， $y = (\sqrt{x})^2$   
C.  $y = \frac{x^2 - 1}{x - 1}$ ， $y = x + 1$       D.  $y = x$ ， $y = \frac{x^2}{x}$

3. “ $x = 2$ ”是“ $(x - 2)(x - 3) = 0$ ”的（ ）

- A. 充分而不必要条件      B. 必要而不充分条件      C. 充要条件      D. 既不充分也不必要条件

4. 下列函数中，既是奇函数又是增函数的是（ ）

- A.  $y = x + 1$       B.  $y = -x^2$       C.  $y = \frac{1}{x}$       D.  $y = x \cdot |x|$

5. 命题“ $\forall x \in [0, +\infty)$ ， $x^3 + x \geq 0$ ”的否定是（ ）

- A.  $\forall x \in [0, +\infty)$ ， $x^3 + x < 0$       B.  $\exists x \notin [0, +\infty)$ ， $x^3 + x < 0$   
C.  $\exists x_0 \in [0, +\infty)$ ， $x_0^3 + x_0 < 0$       D.  $\exists x_0 \in [0, +\infty)$ ， $x_0^3 + x_0 \geq 0$

6. 在以下区间中，一定存在  $f(x) = x^3 + 3x - 3$  的零点的是（ ）

- A.  $[-1, 0]$       B.  $[0, 1]$       C.  $[1, 2]$       D.  $[2, 3]$

7. 已知函数  $f(x) = \begin{cases} 2x, & x > 0 \\ x + 1, & x \leq 0 \end{cases}$ ，若  $f(a) + f(1) = 0$ ，则实数  $a$  的值等于（ ）

A. -3

B. -1

C. 1

D. 3

8. 设  $a, b \in \mathbf{R}$ ，下列命题中的真命题是 ( )

A. 若  $a > b$ ，则  $|a| > |b|$

B. 若  $a > b$ ，则  $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$

C. 若  $a > b$ ，则  $a^3 > b^3$

D. 若  $a > b$ ，则  $\frac{a}{b} > 1$

9. 已知函数  $f(x) = \begin{cases} x^2 - 2x, & x < 1 \\ ax + a, & x \geq 1 \end{cases}$  是  $\mathbf{R}$  上的单调函数，则实数  $a$  的取值范围是 ( )

A.  $(-\infty, 1)$

B.  $(-\infty, 0)$

C.  $(0, +\infty)$

D.  $(-\infty, -\frac{1}{2})$

10. 已知函数  $f(x) = |x+1| + |x-2|$ ，若  $f(x) \geq a$  在  $x \in \mathbf{R}$  上恒成立，则  $a$  的取值范围是 ( )

A.  $(-\infty, 3]$

B.  $[3, +\infty)$

C.  $(3, +\infty)$

D.  $[0, 3]$

二、填空题 (本题共 6 小题，每小题 3 分，18 分)

11. 集合  $M = \{x | -1 < x < 2\}$ ， $N = \{x | 1 < x < 3\}$ ，则  $M \cap N =$ \_\_\_\_\_.

12. 已知函数  $f(x-1) = x^2 + 1$ ，则  $f(2) =$ \_\_\_\_\_， $f(x) =$ \_\_\_\_\_.

13. 函数  $y = \sqrt{|2x-3|-1}$  的定义域是\_\_\_\_\_.

14. 已知  $a > 0$ ， $b > 0$ ， $\frac{2}{a} + \frac{1}{b} = 2$ ，则  $ab$  的最小值为\_\_\_\_\_.

15. 已知函数  $f(x) = \begin{cases} x^2, & x \leq 1 \\ x + \frac{4}{x} - 5, & x > 1 \end{cases}$ ，则  $f(f(-2)) =$ \_\_\_\_\_， $f(x)$  的值域为\_\_\_\_\_.

16. 对于实数  $a$  和  $b$ ，定义运算“\*”:  $a * b = \begin{cases} a^2 - ab, & a \leq b \\ b^2 - ab, & a > b \end{cases}$ ，设  $f(x) = (2x-1) * (x-1)$ ，且关于  $x$  的方程为

$f(x) = m$ ，( $m \in \mathbf{R}$ ) 恰有三个互不相等的实数根，则  $m$  的取值范围是\_\_\_\_\_.

三、解答题（本大题有 5 小题，共 52 分，写出每题的解答过程）

17.（10 分）解下列关于  $x$  的不等式：

(1)  $\frac{1-2x}{x+2} \geq 0$ ;

(2)  $x^2 - 6ax + 5a^2 \leq 0$ .

18.（15 分）解决下列问题

(1) 已知  $a > b > 0$ ,  $c < d < 0$ ,  $m < 0$ , 求证:  $\frac{m}{a-c} > \frac{m}{b-d}$ ;

(2) 已知关于  $x$  的方程  $x^2 + 2(m-2)x + m^2 + 4 = 0$  有两个实数根，并且这两个实数根的平方和比两个根的积大 21，求  $m$  的值；

(3) 已知  $f(x)$  是定义在  $\mathbf{R}$  上的奇函数，且  $x \geq 0$  时， $f(x) = x^2 + 2x$ ，求  $f(x)$  在  $\mathbf{R}$  上的解析式.

19. (10分) 已知函数  $f(x)$  是定义在  $\mathbf{R}$  上的偶函数, 且在  $(-\infty, 0)$  上是增函数.

- (1) 比较  $f(a^2 - 2a + 4)$  与  $f(-2)$  的大小;
- (2) 若  $f(a^2) > f(a + 6)$ , 求实数  $a$  的取值范围.

20. (8分) 已知函数  $f(x) = \frac{2x}{x-1}$ .

- (1) 判断该函数在  $(1, +\infty)$  上的单调性, 并用定义证明你的结论;
- (2) 求该函数在区间  $[2, 4]$  上的最大值和最小值.

21. (9分) 已知二次函数  $f(x) = ax^2 + bx + c$ .

(1) 若  $a > b > c$ , 且  $f(1) = 0$ , 试证明:  $f(x)$  必有两个零点;

(2) 若对  $x_1, x_2 \in \mathbf{R}$  且  $x_1 < x_2$ ,  $f(x_1) \neq f(x_2)$ , 方程  $f(x) = \frac{1}{2}[f(x_1) + f(x_2)]$  有两个不等实根, 证明必有一实根属于  $(x_1, x_2)$

## 关于我们

北京高考在线创办于 2014 年，隶属于北京太星网络科技有限公司，是北京地区极具影响力的中学升学服务平台。主营业务涵盖：北京新高考、高中生涯规划、志愿填报、强基计划、综合评价招生和学科竞赛等。

北京高考在线旗下拥有网站门户、微信公众平台等全媒体矩阵生态平台。平台活跃用户 40W+，网站年度流量数千万量级。用户群体立足于北京，辐射全国 31 省市。

北京高考在线平台一直秉承 “精益求精、专业严谨” 的建设理念，不断探索 “K12 教育+互联网+大数据” 的运营模式，尝试基于大数据理论为广大中学和家长提供新鲜的高考资讯、专业的高考政策解读、科学的升学规划等，为广大高校、中学和教科研单位提供 “衔接和桥梁纽带” 作用。

平台自创办以来，为众多重点大学发现和推荐优秀生源，和北京近百所中学达成合作关系，累计举办线上线下升学公益讲座数百场，帮助数十万考生顺利通过考入理想大学，在家长、考生、中学和社会各界具有广泛的口碑影响力

未来，北京高考在线平台将立足于北京新高考改革，基于对北京高考政策研究及北京高校资源优势，更好的服务全国高中家长和学生。



微信搜一搜

北京高考资讯

官方微信公众号: bjgkzx

官方网站: [www.gaokzx.com](http://www.gaokzx.com)

咨询热线: 010-5751 5980

微信客服: gaokzx2018