西城区高三年级第二学期期末练习

数学（理科） 2019.5

第一部分（选择题共 40 分）

一、选择题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分．在每小题列出的四个选项中，选出符合题目要求的一项．

(1) 已知集合 $A=\left\{x\left|\frac{1}{x}>1\right.\right\}$，$B=\left\{-2,\frac{1}{2},3\right\}$，则 $A\cap B=$

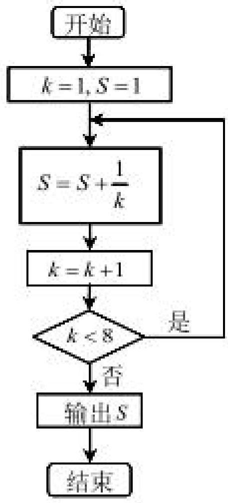
(A) $\left\{-2,\frac{1}{2}\right\}$ (B) $\left\{\frac{1}{2}\right\}$ (C) $\left\{\frac{1}{2},3\right\}$ (D) ϕ

(2) 若复数 $z=i\cdot(a-i)$ 满足 $|z|\ge 2$，则实数 a 的取值范围是

(A) $[\sqrt{3},+\infty)$ (B) $[-1,1]$

(C) $(-\infty,\sqrt{3}]\cup[\sqrt{3},+\infty)$ (D) $(-\infty,-1]\cup[1,+\infty)$

(3) 执行如图所示的程序框图，则输出的 S 值等于



(A) $1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\ldots+\frac{1}{8}$

(B) $1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\ldots+\frac{1}{7}$

(C) $1+1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\ldots+\frac{1}{8}$

(D) $1+1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\ldots+\frac{1}{7}$

(4) 在极坐标系中，直线 $\rho\cos\theta=2$ 与圆 $\rho=4\cos\theta$ 交于 A,B 两点，则 $|AB|=$

(A) 4 (B) $2\sqrt{3}$ (C) 2 (D) $\sqrt{3}$

(5) 设函数 $f(x)$ 的定义域为 R，则“函数 $y=|f(x)|$ 的图像关于 y 轴对称”是“函数 $f(x)$ 为奇函数”的

(A) 充分而不必要条件 (B) 必要而不充分条件

(C) 充分必要条件 (D) 既不充分也不必要条件

(6) 若实数 x,y,z 互不相等，且满足 $2^x=3^y=\log_4 z$，则

(A) $z>x>y$ (B) $z>y>x$

(C) $z>x,z>y$ (D) 以上三个答案都不正确

(7) 已知正四面体 $ABCD$ 的棱长为 1，平面 α 与该正四面体相交，对于实数 $d(0<d<1)$，

记正四面体 $ABCD$ 的四个顶点中到平面 α 的距离等于 d 的点的个数为 m，那么下列结论中正确的是

(A) m 不可能等于 2　　(B) m 不可能等于 3

(C) m 不可能等于 4　　(D) 以上三个答案都不正确

(8) 设 f 是平面直角坐标系 xOy 到自身的一个映射，点 $P(x,y)$ 在映射 f 下的像为点 $Q(-\frac{y}{2},\frac{x}{2})$，记作 $Q=f(P)$，已知 $P_1(16,8),P_{n+1}=f(P_n)$，其中 $n=1,2,3,...,$，那么对于任意的正整数 n，

(A) 存在点 M，使得 $|MP_n|\le 10$

(B) 不存在点 M，使得 $|MP_n|\le 5\sqrt{5}$

(C) 存在无数个点 M，使得 $|MP_n|\le 6\sqrt{5}$

(D) 存在唯一的点 M，使得 $|MP_n|\le 8\sqrt{5}$

第二部分（非选择题共 1 10 分）

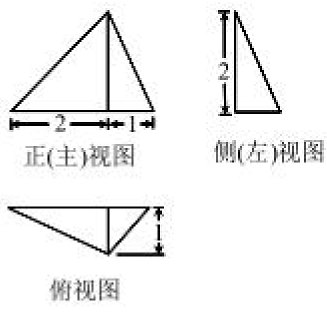
二、填空题共 6 小题，每小题 5 分，共 30 分。

(9) 在二项式 $(1-x)^5$ 的展开式中，x^2 的系数是____________

(10) 以椭圆 $C:\frac{x^2}{5}+\frac{y^2}{4}=1$ 在 x 轴上的顶点和焦点分别为焦点和顶点的双曲线方程为_____；此双曲线的渐近线方程为______________

(11) 在 ΔABC 中，若 $a=\sqrt{2}b,b=\sqrt{2}c$，则三个内角中最大角的余弦值为____________

(12) 某三棱锥的三视图如图所示，则在该三棱锥表面的四个三角形中，等腰三角形的个数为___。



(13) 能说明“设数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 S_n，对于任意的 $n\in N^*$，若 $a_{n+1}>a_n$，则 $S_{n+1}>S_n$”

为假命题的一个等差数列是____。(写出数列的通项公式)

(14)因市场战略储备的需要，某公司 1 月 1 日起，每月 1 日购买了相同金额的某种物资，连续购买了 4 次。由于市场变化，5 月 1 日该公司不得不将此物资全部卖出。已知该物资的购买和卖出都是以份为计价单位进行交易，且该公司在买卖的过程中没有亏本，那么下面三个折线图中反映了这种物资每份价格（单位：万元）的可能变化情况是_________（写出所有正确的图标序号）

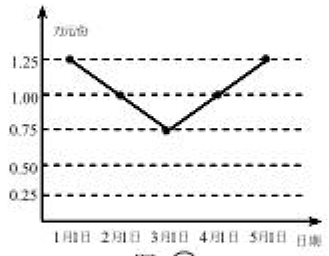


图 ①

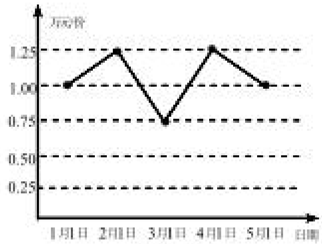


图 ②

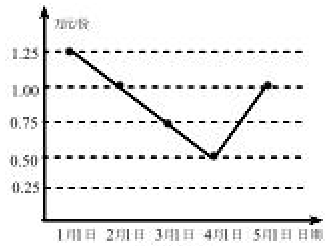


图 ③

三、解答题共 6 小题，共 80 分，解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程.

(15)（本小题满分 13 分）

已知函数 $f(x)=\cos(2x-\dfrac{\pi}{6})+2\sin x\cos x$

(Ⅰ)求函数 $f(x)$ 的最小正周期;

(Ⅱ)将函数 $f(x)$ 的图像向左平移 $\dfrac{\pi}{3}$ 个单位，得到的图像对应的函数解析式为 $g(x)$，求 $g(x)$ 的单调递增区间.

(16)（本小题满分 13 分）

10 月 1 日，某品牌的两款最新手机（记为 W 型号，T 型号）同时投放市场，手机厂商为了解这两款手机的销售情况，在 10 月 1 日当天，随机调查了 5 个手机店中这两款手机的销量（单位：部)，得到下表

手机店	A	B	C	D	E
W 型号手机销量	6	6	13	8	11
T 型号手机销量	12	9	13	6	4

(Ⅰ) 若在 10 月 1 日当天，从 A,B 这两个手机店售出的新款手机中随机抽取 1 部，秋抽取的 2 部手机中至少有一部为 W 型号手机的概率;

(Ⅱ)现从这 5 个手机店中任选 3 个举行促销活动，用 X 表示其中 W 型号手机销量超过 T 型号手机销量的手机店的个数，求随机变量 X 的分布列和数学期望;

(Ⅲ)经测算，W 型号手机的销售成本 η（百元）与销量 ξ（部）满足关系 $\eta=3\xi+4$。

若表中 W 型号手机销量的方差 $S_0^2=m(m>0)$，试给出表中 5 个手机店的 W 型号手机销售成本的方差 S^2 的值。（用 m 表示，结论不要求证明）

（17）（本小题满分 14 分）

如图 1，在平行四边形 $ABCD$ 中，E，F 分别为 AB, AD 中点，$AD=4, AB=4\sqrt{2}, \angle A=45^0$。将 ΔAEF 沿折起到 ΔA_1EF 位置，使得平面 $A_1EF\perp$ 平面 $BCDEF$，如图 2. 记 A_1C 的中点为 M。

（I）求证：$A_1E\perp CD$；

（II）求二面角 $M-DB-C$ 的大小；

（III）设 N 为线段 A_1D 上的一点，试给出点 N 满足的一个条件，使得平面 NEF // 平面 MBD，并证明你的结论。

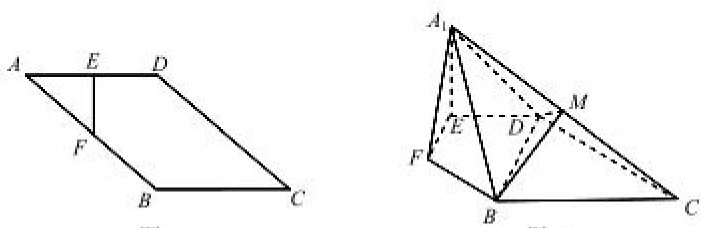


图 1　图 2

(18)（本小题满分 13 分）

已知函数 $f(x)=x(\ln x+1)$，其中 $a\neq 0$.

（I）若曲线 $y=f(x)$ 在点 $(x_0, f(x_0))$ 处的切线的斜率小于 1，求 x_0 的取值范围；

（II）设整数 k 使得 $f(x)\geq k(x-\frac{1}{2})$ 对 $x\in(0,+\infty)$ 恒成立，求整数 k 的最大值.

(19)（本小题满分 14 分）

已知抛物线 $W: y^2=2px$ 的准线方程为 $x=-1$，焦点为 F，F 为抛物线上异于原点 O 的一点。

（I）若 $|AF|=5$，求以线段 OA 为直径的圆的方程；

（II）设过点 F 且平行于 OA 的直线 l 交抛物线 W 于 B,C 两点，判断四边形 $OABC$ 能否为

等腰梯形？若能，求直线l的方程；若不能，请说明理由。

（20）（本小题满分 13 分）

对于向量$X_0=(a_0,b_0,c_0)$，若a_0,b_0,c_0三数互不相等，令向量$X_{i+1}=(a_{i+1},b_{i+1},c_{i+1})$，

其中$a_{i+1}=|a_i-b_i|$，$b_{i+1}=|b_i-c_i|$，$c_{i+1}=|c_i-a_i|$，$i=0,1,2,3,\ldots$

（Ⅰ）当$X_0=(5,2,1)$时，试写出向量X_{100}

（Ⅱ）证明：对于任意的$i\in N$，向量X_i中的三个数a_i,b_i,c_i至多有一个为 0；

（Ⅲ）若$a_0,b_0,c_0\in N$，证明：存在实数t，使得$X_t=X_{t+3}$

北京市西城区高三模拟测试

数学（理科）参考答案及评分标准　　2019.5

一、选择题：本大题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分.

1．B	2．C	3．D	4．A
5．B	6．C	7．D	8．C

二、填空题：本大题共 6 小题，每小题 5 分，共 30 分.

9．10　　10．$x^2-\dfrac{y^2}{4}=1$，$y=\pm 2x$　　11．$-\dfrac{\sqrt{2}}{4}$

12．2　　13．答案不唯一，如 $a_n=n-4$　　14．① ③

注：第 10 题第一问 3 分，第二问 2 分；第 14 题漏选、多选或错选均不得分.

三、解答题：本大题共 6 小题，共 80 分．其他正确解答过程，请参照评分标准给分.

15．（本小题满分 13 分）

解：（Ⅰ）因为 $f(x)=\cos(2x-\dfrac{\pi}{6})+2\sin x\cos x$

$=\cos 2x\cos\dfrac{\pi}{6}+\sin 2x\sin\dfrac{\pi}{6}+\sin 2x$　　………………… 4 分

$=\dfrac{3}{2}\sin 2x+\dfrac{\sqrt{3}}{2}\cos 2x$

$=\sqrt{3}\sin(2x+\dfrac{\pi}{6})$．　　………………… 6 分

所以函数 $f(x)$ 的最小正周期 $T=\dfrac{2\pi}{2}=\pi$．　　………………… 8 分

（Ⅱ）由（Ⅰ），知 $f(x)=\sqrt{3}\sin(2x+\dfrac{\pi}{6})$，

所以 $g(x)=\sqrt{3}\sin[2(x+\dfrac{\pi}{3})+\dfrac{\pi}{6}]=\sqrt{3}\sin(2x+\dfrac{5\pi}{6})$．　　……………… 10 分

由 $-\dfrac{\pi}{2}+2k\pi\leqslant 2x+\dfrac{5\pi}{6}\leqslant\dfrac{\pi}{2}+2k\pi$，$k\in\mathbf{Z}$，

得 $-\dfrac{2\pi}{3}+k\pi\leqslant x\leqslant-\dfrac{\pi}{6}+k\pi$，

所以 $g(x)$ 的单调增区间为 $[-\dfrac{2\pi}{3}+k\pi,-\dfrac{\pi}{6}+k\pi]$，$k\in\mathbf{Z}$．　　……………… 13 分

（注：单调区间写成开区间不扣分）

16.（本小题满分 14 分）

解：（Ⅰ）将从 A，B 这两个手机店售出的新款手机中分别随机抽取的 1 部手机记为甲和乙，记事件“甲手机为 T 型号手机”为 M_1，记事件“乙手机为 T 型号手机”为 M_2，

依题意，有 $P(M_1)=\dfrac{12}{6+12}=\dfrac{2}{3}$，$P(M_2)=\dfrac{9}{6+9}=\dfrac{3}{5}$，且事件 M_1，M_2 相互独立.

………………… 2 分

设“抽取的 2 部手机中至少有 1 部为 W 型号手机”为事件 M，

则 $P(M)=1-P(M_1\cdot M_2)=1-\dfrac{2}{3}\times\dfrac{3}{5}=\dfrac{3}{5}$.

即抽取的 2 部手机中至少有 1 部为 W 型号手机的概率为 $\dfrac{3}{5}$.　………………… 4 分

（Ⅱ）由表可知：W 型号手机销售量超过 T 型号的手机店共有 2 个，

故 X 的所有可能取值为：0，1，2.　………………… 5 分

且 $P(X=0)=\dfrac{C_2^0\cdot C_3^3}{C_5^3}=\dfrac{1}{10}$，$P(X=1)=\dfrac{C_2^1\cdot C_3^2}{C_5^3}=\dfrac{3}{5}$，$P(X=2)=\dfrac{C_2^2\cdot C_3^1}{C_5^3}=\dfrac{3}{10}$.

所以随机变量 X 的分布列为：

X	0	1	2
P	$\dfrac{1}{10}$	$\dfrac{3}{5}$	$\dfrac{3}{10}$

………………… 8 分

故 $E(X)=0\times\dfrac{1}{10}+1\times\dfrac{3}{5}+2\times\dfrac{3}{10}=\dfrac{6}{5}$.　………………… 10 分

（Ⅲ）$s^2=9m$.　………………… 13 分

17.（本小题满分 14 分）

解：（Ⅰ）在图 1 中，由 $AE=2$，$AF=2\sqrt{2}$，$\angle A=45^\circ$，得 $AE\perp EF$.

所以在图 2 中 $A_1E\perp EF$.　………………… 1 分

因为平面 $A_1EF\perp$ 平面 $BCDEF$，平面 $A_1EF\cap$ 平面 $BCDEF=EF$，

所以 $A_1E\perp$ 平面 $BCDEF$.　………………… 3 分

又因为 $CD\subset$ 平面 $BCDEF$，

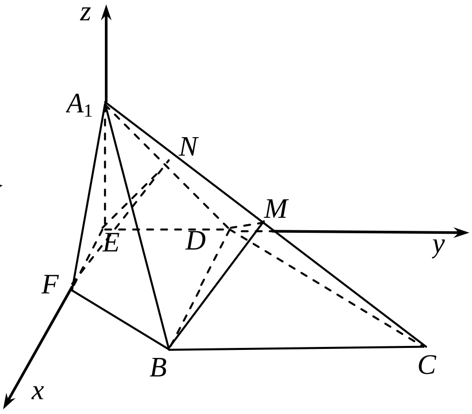
所以 $A_1E\perp CD$.　………………… 4 分

（Ⅱ）由（Ⅰ）可得 EF, ED, EA_1 两两垂直，故以 EF, ED, EA_1 分别为 x 轴、y 轴和 z 轴，如图建立空间直角坐标系， …………………… 5 分

则 $E(0,0,0)$， $F(2,0,0)$， $D(0,2,0)$， $B(4,2,0)$， $C(4,6,0)$， $A_1(0,0,2)$， $M(2,3,1)$.

所以 $\overrightarrow{DB}=(4,0,0)$， $\overrightarrow{DM}=(2,1,1)$.

设平面 MBD 的一个法向量为 $\boldsymbol{m}=(x,y,z)$，



由 $\boldsymbol{m}\cdot\overrightarrow{DB}=0$， $\boldsymbol{m}\cdot\overrightarrow{DM}=0$， 得 $\begin{cases}4x=0,\\2x+y+z=0,\end{cases}$

令 $y=1$，得 $\boldsymbol{m}=(0,1,-1)$. …………………… 7 分

易得平面 BCD 的法向量 $\boldsymbol{n}=(0,0,1)$.

所以 $\cos<\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}>=\dfrac{\boldsymbol{m}\cdot\boldsymbol{n}}{|\boldsymbol{m}||\boldsymbol{n}|}=-\dfrac{\sqrt{2}}{2}$.

由图可得二面角 $M-BD-C$ 为锐二面角，

所以二面角 $M-BD-C$ 的大小为 45°. …………………… 9 分

（Ⅲ）当 N 为线段 A_1D 的中点（注：表述不唯一）时，平面 NEF // 平面 MBD. ……… 10 分

证明如下：

由 N 为线段 A_1D 的中点，得 $N(0,1,1)$.

所以 $\overrightarrow{EN}=(0,1,1)$， 又因为 $\overrightarrow{EF}=(2,0,0)$，

设平面 NEF 的法向量为 $\boldsymbol{u}=(a,b,c)$，

由 $\boldsymbol{u}\cdot\overrightarrow{EN}=0$， $\boldsymbol{u}\cdot\overrightarrow{EF}=0$， 得 $\begin{cases}b+c=0,\\2a=0,\end{cases}$

令 $c=1$，得 $\boldsymbol{u}=(0,-1,1)$. …………………… 12 分

又因为平面 MBD 的法向量为 $\boldsymbol{m}=(0,1,-1)$，

所以 $\boldsymbol{m}=-\boldsymbol{u}$， 即 $\boldsymbol{m}$ // $\boldsymbol{u}$，

所以平面 NEF // 平面 MBD. …………………… 14 分

18.（本小题满分 13 分）

解：（Ⅰ）求导，得 $f'(x)=2+\ln x$， ………………… 1 分

所以曲线 $y=f(x)$ 在点 $(x_0, f(x_0))$ 处的切线的斜率为 $f'(x_0)=2+\ln x_0$． ……… 3 分

由题意，得 $2+\ln x_0<1$，

解得 $0<x_0<\mathrm{e}^{-1}$． ………………… 5 分

（Ⅱ）“$f(x)\geqslant k(x-\frac{1}{2})$ 对 $x\in(0,+\infty)$ 恒成立”等价于“当 $x>0$ 时，$f(x)-k(x-\frac{1}{2})\geqslant 0$ 恒成立”．

令 $g(x)=f(x)-k(x-\frac{1}{2})=x\ln x+(1-k)x+\frac{1}{2}k$， ………………… 7 分

求导，得 $g'(x)=\ln x+2-k$，

由 $g'(x)=0$，得 $x=\mathrm{e}^{k-2}$． ………………… 8 分

随着 x 变化，$g'(x)$ 与 $g(x)$ 的变化情况如下表所示：

x	$(0,\mathrm{e}^{k-2})$	e^{k-2}	$(\mathrm{e}^{k-2},+\infty)$
$g'(x)$	$-$	0	$+$
$g(x)$	↘	极小值	↗

所以 $g(x)$ 在 $(0,\mathrm{e}^{k-2})$ 上单调递减，在 $(\mathrm{e}^{k-2},+\infty)$ 上单调递增．

所以函数 $g(x)$ 的最小值 $g(\mathrm{e}^{k-2})=\frac{1}{2}k-\mathrm{e}^{k-2}\geqslant 0$． ………………… 10 分

令 $h(k)=\frac{1}{2}k-\mathrm{e}^{k-2}$，则 $h(2)=\frac{1}{2}\times 2-\mathrm{e}^{2-2}=0$，

当 $k=2$ 时，

因为 $g(x)$ 的最小值 $g(\mathrm{e}^{k-2})=g(1)=0$，

所以 $f(x)\geqslant k(x-\frac{1}{2})$ 对于 $x>0$ 恒成立，符合题意； ………………… 11 分

当 $k>2$ 时，

由 $h'(k)=\frac{1}{2}-\mathrm{e}^{k-2}<\frac{1}{2}-\mathrm{e}^{2-2}<0$，得函数 $h(k)=\frac{1}{2}k-\mathrm{e}^{k-2}$ 在 $(2,+\infty)$ 单调递减，

所以 $h(k)<h(2)=0$，

故此时 $g(x)$ 的最小值 $g(\mathrm{e}^{k-2})=h(k)<0$，不符合题意．

所以整数 k 的最大值是 2． ………………… 13 分

19.（本小题满分 14 分）

解：（Ⅰ）由题意，可知 $\frac{p}{2}=1$，所以 $p=2$. ………………… 1 分

所以抛物线方程为 $y^2=4x$，焦点为 $F(1,0)$.

不妨设 $A(x_0,y_0)$，则 $|AF|=x_0+1=5$，解得 $x_0=4$.

代入抛物线方程，得 $y_0=\pm4$，则点 A 的坐标为 $(4,4)$ 或 $(4,-4)$，

所以 $|OA|=4\sqrt{2}$. ………………… 3 分

故以 OA 为直径的圆的方程为 $(x-2)^2+(y-2)^2=8$ 或 $(x-2)^2+(y+2)^2=8$. …… 5 分

（Ⅱ）结论：四边形 $OABC$ 不可能为等腰梯形. ………………… 6 分

理由如下：

假设四边形 $OABC$ 为等腰梯形，

由题意，可知直线 OA 的斜率 k 存在且不为零，

故设直线 OA 的方程为 $y=kx$，直线 BC 的方程为 $y=k(x-1)$，$B(x_1,y_1)$，$C(x_2,y_2)$，

………………… 7 分

联立 $\begin{cases} y=kx, \\ y^2=4x, \end{cases}$ 消去 y，得 $k^2x^2-4x=0$，

解得 $x=0$ 或 $x=\frac{4}{k^2}$，

所以点 $A(\frac{4}{k^2},\frac{4}{k})$，线段 OA 的中点 M 的坐标为 $(\frac{2}{k^2},\frac{2}{k})$. ………………… 9 分

联立 $\begin{cases} y=k(x-1), \\ y^2=4x, \end{cases}$ 消去 y，得 $k^2x^2-(2k^2+4)x+k^2=0$.

因为直线 BC 过焦点 $F(1,0)$，斜率存在且不为 0，所以 $\Delta>0$ 恒成立，

所以 $x_1+x_2=\frac{2k^2+4}{k^2}$，$x_1x_2=1$. ………………… 11 分

设线段 BC 的中点为 $N(x_3,y_3)$，

则 $x_3=\frac{x_1+x_2}{2}=\frac{k^2+2}{k^2}$，$y_3=k(x_3-1)=\frac{2}{k}$，故 $N(\frac{k^2+2}{k^2},\frac{2}{k})$. ………………12 分

因为直线 MN 的斜率 $k_{MN}=\dfrac{\frac{2}{k}-\frac{2}{k}}{\frac{k^2+2}{k^2}-\frac{2}{k^2}}=0$，$OA$ 的斜率为 k，

所以 $k_{MN}\cdot k\neq -1$，故直线 MN 与直线 OA 不垂直.

这与等腰梯形上下底中点的连线垂直于上下底矛盾，

所以四边形 $OABC$ 不可能为等腰梯形. ················ 14 分

20.（本小题满分 13 分）

解：（Ⅰ）$X_{100}=(1,1,0)$. ················ 3 分

（Ⅱ）假设 a_i,b_i,c_i 三个数中有 2 个为 0，或三个数均为 0. ················ 4 分

（1）当 a_i,b_i,c_i 三个数中有 2 个为 0 时，显然 $i\geqslant 1$.

不妨设 $a_i=b_i=0\,(i\geqslant 1)$，$c_i\neq 0$，

则 $a_i=|a_{i-1}-b_{i-1}|=0$，$b_i=|b_{i-1}-c_{i-1}|=0$，即 $a_{i-1}=b_{i-1}=c_{i-1}$.

这与 $c_i=|c_{i-1}-a_{i-1}|\neq 0$ 矛盾； ················ 6 分

（2）当 a_i,b_i,c_i 三个数均为 0 时，显然 $i\geqslant 1$.

则 $a_i=|a_{i-1}-b_{i-1}|=0$，$b_i=|b_{i-1}-c_{i-1}|=0$，$c_i=|c_{i-1}-a_{i-1}|=0$.

所以 $a_{i-1}=b_{i-1}=c_{i-1}=w$（定值）.

由 a_0,b_0,c_0 三数互不相等，

得 $i\geqslant 2$，且 $a_{i-1}=|a_{i-2}-b_{i-2}|=w$，$b_{i-1}=|b_{i-2}-c_{i-2}|=w$，$c_{i-1}=|c_{i-2}-a_{i-2}|=w$.

不妨设 $a_{i-2}\leqslant b_{i-2}\leqslant c_{i-2}$，则有 $b_{i-2}-a_{i-2}=w$，$c_{i-2}-b_{i-2}=w$，$c_{i-2}-a_{i-2}=w$，

由 $(b_{i-2}-a_{i-2})+(c_{i-2}-b_{i-2})=c_{i-2}-a_{i-2}$，得 $2w=w$，

所以 $w=0$，即 $a_{i-1}=b_{i-1}=c_{i-1}=0$.

以此类推，可得 $a_{i-2}=b_{i-2}=c_{i-2}=0$，$a_{i-3}=b_{i-3}=c_{i-3}=0$，$\cdots$，$a_1=b_1=c_1=0$，$a_0=b_0=c_0=0$，

这与 a_0,b_0,c_0 三个数互不相等矛盾，

所以对于任意的 $i\in\mathbf{N}$，a_i,b_i,c_i 三个数中至多有一个数为 0. ················ 8 分

（Ⅲ）设 a_i,b_i,c_i 三个数中最大的为 m_i，记作 $m_i=\max\{a_i,b_i,c_i\}$.

因为 $a_{i+1}=|a_i-b_i|$， $b_{i+1}=|b_i-c_i|$， $c_{i+1}=|c_i-a_i|$，且 $a_i,b_i,c_i\in\mathbf{N}$，

所以 $m_{i+1}\leqslant m_i$，其中 $i=0,1,2,3,\cdots$，

由题意，可知 $m_i\in\mathbf{N}$，其中 $i=0,1,2,3,\cdots$

所以 $m_1,m_2,m_3,\cdots$ 不可能单调递减，即必存在某个 $k\in\mathbf{N}^*$，使得 $m_{k+1}=m_k$．

………………… 10 分

根据 X_{k+1} 的定义，可得向量 $X_k=(a_k,b_k,c_k)$ 中的三个数 a_k,b_k,c_k 中必有 0.

由（Ⅱ）知 a_k,b_k,c_k 中有且仅有一个为 0，不妨设 $a_k=0$，

（1）若 $b_k\neq c_k$， 由题意，不妨设 $0<b_k<c_k$，

则 $a_{k+1}=|a_k-b_k|=b_k$， $b_{k+1}=|b_k-c_k|=c_k-b_k$， $c_{k+1}=|c_k-a_k|=c_k$， $m_{k+1}=m_k=c_k$

所以 $a_{k+2}=|a_{k+1}-b_{k+1}|<\max\{b_k,c_k-b_k\}<m_{k+1}$， 同理 $b_{k+2}<m_{k+1}$， $c_{k+2}<m_{k+1}$，

所以 $m_{k+2}<m_{k+1}$．

又因为 $m_i\in\mathbf{N}$，

所以此种情形不可能一直出现（至多出现 m_{k+1} 次）．

所以一定能找到某个 $j\in\mathbf{N}^*$，使得 $b_j=c_j$．　………………… 12 分

（2）若 $b_k=c_k$， 由题意，

得 $X_k=(0,b_k,b_k)$， $X_{k+1}=(b_k,0,b_k)$， $X_{k+2}=(b_k,b_k,0)$， $X_{k+3}=(0,b_k,b_k)$， $\cdots$

所以存在正整数 $t=k$， 使得 $X_t=X_{t+3}$．

综上，存在正整数 t， 使得 $X_t=X_{t+3}$．　………………… 13 分