秘密★启用前

贵阳市五校2022届高三年级联合考试（一）
文科数学

贵州省实验中学　贵阳二中　贵阳八中　贵阳九中　贵阳民中

注意事项：

1. 答题前，考生务必用黑色碳素笔将自己的姓名、准考证号、考场号、座位号在答题卡上填写清楚。
2. 每小题选出答案后，用2B铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑，如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号。在试题卷上作答无效。
3. 考试结束后，请将本试卷和答题卡一并交回。满分150分，考试用时120分钟。

一、选择题（本大题共12小题，每小题5分，共60分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的）

1. 已知集合 $A=\{x\mid -1<x<2\}$，集合 $B=\{x\mid y=\lg(x-1)\}$，则 $A\cap B=$

A. $[1, 2)$　　B. $(1, 2)$
C. $(-1, +\infty)$　　D. $(-1, 2)$

2. 已知 i 为虚数单位，若复数 $z=1+\dfrac{2}{1+i}$，则 $|z|=$

A. $\sqrt{5}$　　B. $\sqrt{10}$
C. $\dfrac{3\sqrt{2}}{2}$　　D. $2-i$

3. 若实数 x，y 满足约束条件 $\begin{cases}2x+y-2\leqslant 0,\\ x-y-1\geqslant 0,\\ y+1\geqslant 0,\end{cases}$ 则 $z=x+2y$ 的最小值为

A. -3　　B. -2
C. $-\dfrac{1}{2}$　　D. 1

4. 已知 $\cos\left(\alpha+\dfrac{\pi}{2}\right)=\dfrac{3}{5}$，$-\dfrac{\pi}{2}<\alpha<0$，则 $\tan\alpha=$

A. $\dfrac{4}{3}$　　B. $-\dfrac{4}{3}$　　C. $\dfrac{3}{4}$　　D. $-\dfrac{3}{4}$

5. 2021年4月8日，教育部办公厅"关于进一步加强中小学生体质健康管理工作的通知"中指出，各地要加强对学生体质健康重要性的宣传，中小学校要通过体育与健康课程、大课间、课外体育锻炼、体育竞赛、班团队活动、家校协同联动等多种形式加强教育引导，让家长和中小学生科学认识体质健康的影响因素，了解运动在增强体质、促进健康、预防肥胖与近视、锤炼意志、健全人格等方面的重要作用，提高学生体育与健康素养，增强体质健康管理的意识和能力．某高中学校共有2000名男生，为了了解这部分学生的身体发育情况，学校抽查了100名男生的体重情况，根据所得数据绘制样本的频率分布直方图如图1所示．根据此图，下列说法中错误的是

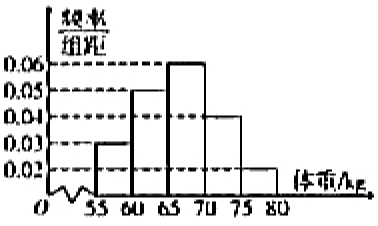

图1

A. 样本的众数约为$67\frac{1}{2}$

B. 样本的中位数约为$66\frac{2}{3}$

C. 样本的平均值约为66

D. 为确保学生体质健康，学校将对体重超过75kg的学生进行健康监测，该校男生中需要监测的学生频数约为200人

6. 若双曲线C：$x^2-\frac{y^2}{3}=1$的一条渐近线与圆M：$x^2+y^2-4x=0$交于点A，B两点，则$|AB|$的值为

A. $\sqrt{3}$　　B. 1　　C. $2\sqrt{3}$　　D. 2

7. 如图2所示的框图所给出的程序运行结果为$S=28$，则判断框中应填人的条件是

A. $n\leq7$?

B. $n<7$?

C. $n\geq7$?

D. $n>7$?

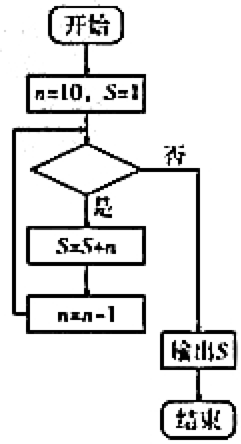

图2

8. 在△ABC中，若$AB=3$，$BC=\sqrt{13}$，$AC=4$，且D为AC的中点，则$|BD|=$

A. $\sqrt{7}$

B. $\sqrt{19}$

C. $\sqrt{13-6\sqrt{3}}$

D. $\sqrt{13+6\sqrt{3}}$

9. 如图3，网格纸上小正方形的边长为1，粗实线画出的是某几何体的三视图，则该几何体的外接球的表面积为

A. 6π

B. 24π

C. $8\sqrt{6}\pi$

D. $64\sqrt{6}\pi$

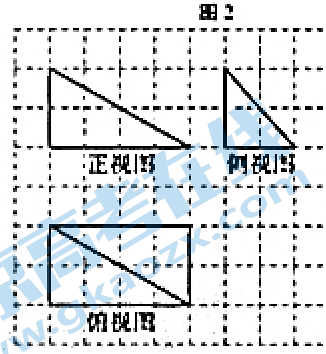

图3

10. 已知$a=\log_2 2.5$，$b=\log_3 3.5$，$c=2^{1.1}$，则a，b，c的大小关系是

A. $c<b<a$　　B. $c<a<b$

C. $a<b<c$　　D. $b<a<c$

11. 古希腊数学家帕普斯在《数学汇编》第3卷中记载着一个定理："如果同一个平面内的一个闭合图形的内部与一条直线不相交，那么该闭合图形围绕这条直线旋转一周所得到的旋转体的体积等于闭合图形的面积乘以重心旋转所得周长"。如图4，半圆O的直径$AB=18$cm，点D是该半圆弧的中点，半圆弧与直径所围成的半圆面（不含边界）的重心G位于对称轴OD上，则运用帕普斯的上述定理可以求出$OG=$

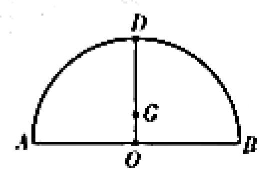

图4

A. 24π cm　　B. 12π cm　　C. $\frac{12}{\pi}$cm　　D. $\frac{24}{\pi}$cm

12. 已知函数$f(x)=\frac{4x}{x^2+1}$，有如下四个结论：①$f(x)$的图象关于原点对称；②$f(x)$的图象关于y轴对称；③若"$\forall x\in R$，$m\geq f(x)$"为真命题，则m的最小值为2；④若"$\exists x_0\in R$，$m\leq f(x_0)$"为真命题，则m的最大值为-2．其中所有正确结论的编号是

A. ①③　　B. ①④

C. ②③　　D. ②③④

二、填空题（本大题共4小题，每小题5分，共20分）

13. 已知向量$\vec{a}$，$\vec{b}$满足$2\vec{a}+\vec{b}$与$\vec{b}$垂直，且$|\vec{b}|=\sqrt{2}$，则$\vec{a}$在$\vec{b}$方向上的投影为________．

14. 已知等差数列$\{a_n\}$和$\{b_n\}$的前n项和分别为S_n和T_n，且有$a_3+a_9=3$，$b_5+b_7=6$，则$\dfrac{S_{11}}{T_{11}}$的值为________．

15. 已知点N为抛物线$y^2=-4x$上一动点，点M为圆O'：$(x-1)^2+(y-2)^2=1$上的动点，记动点N到y轴距离为m，则$m+|MN|$的最小值为____________．

16. 如图5，正方体$ABCD-A_1B_1C_1D_1$的棱长为1，E，F分别是棱AA_1，CC_1的中点，过直线EF的平面分别与棱BB_1，DD_1交于M，N，设$BM=x$，$x\in[0,1]$，给出以下四个结论：①平面$MENF\perp$平面BDD_1B_1；②当且仅当$x=\dfrac{1}{2}$时，四边形$MENF$的面积最小；③四边形$MENF$的周长$L=f(x)$，$x\in[0,1]$是单调函数；④四棱锥C_1-MENF的体积$V=h(x)$在$[0,1]$上先减后增．其中正确命题的序号是________．

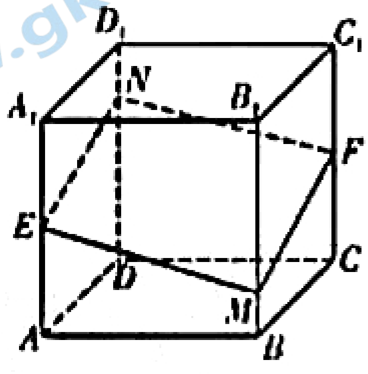

图5

三、解答题（共70分．解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤）

17.（本小题满分12分）

给出下列3个条件：①$S_n=\dfrac{n(n+3)}{2}$；②对任意$n>1$满足$S_n-1=S_{n-1}+a_{n-1}$且$a_2=3$；③$\{a_n\}$是等差数列且$a_2=3$，$3a_1+a_4=11$．现从中任选一个，补充在下列问题中，将序号填在横线上，并解答．

问题：已知数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n，数列$\{b_n\}$满足$b_n=2^{(a_n-1)}$，________________．

（1）求数列$\{b_n\}$的通项公式；

（2）求数列$\{(a_n-1)\cdot b_n\}$的前n项和T_n．

18.（本小题满分12分）

据贵州省气候中心报，2021年6月上旬，我省降水量在15.2~170.3mm之间，毕节市局地、遵义市北部、铜仁市局地和黔东南州东南部不足50mm，其余均在50mm以上，局地超过100mm．若我省某地区2021年端午节前后3天，每一天下雨的概率均为50%．通过模拟实验的方法来估计该地区这3天中恰好有2天下雨的概率．利用计算机或计算器可以产生0到9之间取整数值的随机数x($x\in\mathbf{N}$，且$0\leqslant x\leqslant 9$)表示是否下雨：当$x\in[0,k]$($k\in\mathbf{Z}$)时表示该地区下雨，当$x\in[k+1,9]$时，表示该地区不下雨．因为是3天，所以每三个随机数作为一组，从随机数表中随机取得20组数如下：

332	714	740	945	593	468	491	272	073	445
992	772	951	431	169	332	435	027	898	719

（1）求出k的值，使得该地区每一天下雨的概率均为50%；并根据上述20组随机数估计该地区这3天中恰好有2天下雨的概率；

（2）2016年到2020年该地区端午节当天降雨量(单位：mm)如表：

时间	2016年	2017年	2018年	2019年	2020年
年份t	1	2	3	4	5
降雨量y	28	27	25	23	22

经研究表明：从2016年到2020年，该地区端午节有降雨的年份的降雨量y与年份t具有线性相关关系，求回归直线方程$\hat{y}=\hat{b}t+\hat{a}$．并预测该地区2022年端午节有降雨的话，降雨量约为多少？

参考公式：$\hat{b}=\dfrac{\sum\limits_{i=1}^{n}(t_i-\bar{t})(y_i-\bar{y})}{\sum\limits_{i=1}^{n}(t_i-\bar{t})^2}=\dfrac{\sum\limits_{i=1}^{n}t_iy_i-n\bar{t}\bar{y}}{\sum\limits_{i=1}^{n}t_i^2-n\bar{t}^2}$，$\hat{a}=\bar{y}-\hat{b}\bar{t}$．

19. （本小题满分 12 分）

如图 6，在长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，$AB=BC=1$，$BB_1=2$，E 为棱 AA_1 的中点.

（1）证明：$BE\perp$ 平面 EB_1C_1；

（2）求三棱锥 B_1-BEC_1 的体积.

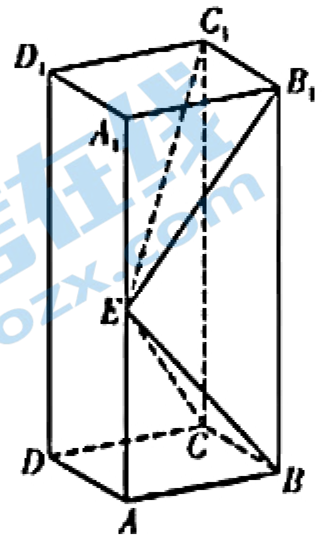

图 6

20. （本小题满分 12 分）

已知函数 $f(x)=a\ln x+\dfrac{1}{x}$，曲线 $y=f(x)$ 在点 $(1,f(1))$ 处的切线与直线 $x+y=0$ 垂直.

（1）求函数 $f(x)$ 的单调区间和极值；

（2）求证：当 $x\geq 1$ 时，$f(x)\leq\dfrac{x^2}{2}+\dfrac{1}{2}$.

21. （本小题满分 12 分）

已知 $F_1(\sqrt{3},0)$，$F_2(-\sqrt{3},0)$，$P(0,1)$，动点 M 满足 $|MF_1|+|MF_2|=|PF_1|+|PF_2|$.

（1）求动点 M 的轨迹方程；

（2）设直线 l 不经过点 P 且与动点 M 的轨迹相交于 A，B 两点. 若直线 PA 与直线 PB 的斜率和为 -1，证明：直线 l 过定点.

请考生在第 22、23、24 三题中任选一题作答，并用 2B 铅笔在答题卡上把所选题目的题号涂黑. 注意所做题目的题号必须与所涂题目的题号一致，在答题卡选答区域指定位置答题. 如果多做，则按所做的第一题计分.

22. （本小题满分 10 分）【选修 4－4：坐标系与参数方程】

在直角坐标系 xOy 中，曲线 C_1 的参数方程为 $\begin{cases}x=2\cos t,\\ y=\sin t,\end{cases}$（$t$ 为参数）. 以坐标原点为极点，x 轴正半轴为极轴建立极坐标系，曲线 C_2 的极坐标方程为 $\rho\sin\theta-5\rho\cos\theta-1=0$.

（1）求 C_1 与 C_2 的公共点的直角坐标；

（2）M 与 N 是曲线 C_1 上的两点，若 $OM\perp ON$，求 $\dfrac{1}{|OM|^2}+\dfrac{1}{|ON|^2}$ 的值.

23. （本小题满分 10 分）【选修 4－5：不等式选讲】

已知函数 $f(x)=|x-3|+|x+m|$.

（1）若 $m=1$，求不等式 $f(x)\geq 6$ 的解集；

（2）若 $\exists x\in\mathbf{R}$，使得 $f(x)<2m$，求 m 的取值范围.

24. （本小题满分 10 分）（还未学过选修 4－4、4－5 的同学可选做此题）

在 $\triangle ABC$ 中，角 A，B，C 所对边长为 a，b，c，$(c-2b)\cos A+a\cos C=0$.

（1）求角 A 的大小；

（2）若 $\sqrt{3}(c-b)=a$，证明：$\triangle ABC$ 是直角三角形.

贵阳市五校 2022 届高三年级联合考试（一）

文科数学参考答案

一、选择题（本大题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
答案	B	A	B	D	C	D	D	A	B	D	C	A

【解析】

1．在 B 中，$x-1>0 \Rightarrow x>1$，$\therefore A\cap B=\{x\,|\,1<x<2\}$，故选 B.

2．$z=1+\dfrac{2}{1+\mathrm{i}}=1+\dfrac{2(1-\mathrm{i})}{2}=2-\mathrm{i}$，$\therefore |z|=\sqrt{2^2+(-1)^2}=\sqrt{5}$，故选 A.

3．由题可得其可行域为如图 1，l：$z=x+2y \Rightarrow y=-\dfrac{1}{2}x+\dfrac{z}{2}$，当 l 经过点 $A(0,\ -1)$ 时，z 取到最小值，$\therefore z_{\min}=0+2(-1)=-2$，故选 B.

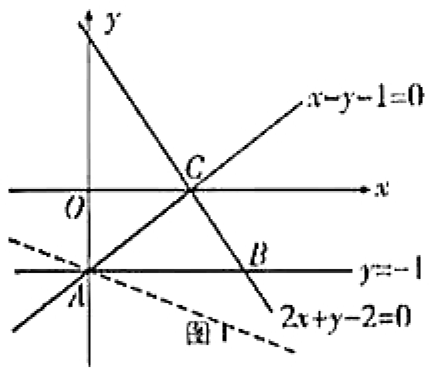

图 1

4．由 $\cos\left(\alpha+\dfrac{\pi}{2}\right)=\dfrac{3}{5}$，可得 $\sin\alpha=-\dfrac{3}{5}$，又因 $-\dfrac{\pi}{2}<\alpha<0$，则 $\cos\alpha=\dfrac{4}{5}$，所以 $\tan\alpha=\dfrac{\sin\alpha}{\cos\alpha}=-\dfrac{3}{4}$，故选 D.

5．由直方图估计样本平均值为 $57.5\times0.15+62.5\times0.25+67.5\times0.3+72.5\times0.2+77.5\times0.1=66.75$，故 C 错误，故选 C.

6．双曲线 C 的一条渐近线为 $\sqrt{3}x-y=0$，在圆 M 中，圆心 $M(2,\ 0)$，半径 $r=2$，圆心到渐近线的距离 $d=\dfrac{|2\sqrt{3}-0|}{2}=\sqrt{3}$，由垂径定理得 $|AB|=2\sqrt{r^2-d^2}=2\sqrt{2^2-\sqrt{3}^2}=2$，故选 D.

7．按循环结构中，每一次循环得情况为：$S=11,\ n=9$；$S=20,\ n=8$；$S=28,\ n=7$，退出循环时，$n=7$，即 $n=8$ 满足循环条件，但 $n=7$ 不满足条件，所以条件为 $n>7$，故选 D.

8．在 $\triangle ABC$ 中，$\cos A=\dfrac{3^2+4^2-\sqrt{13}^2}{2\times3\times4}=\dfrac{1}{2}$，在 $\triangle ABD$ 中，$|BD|=\sqrt{3^2+2^2-2\times3\times2\times\dfrac{1}{2}}=\sqrt{7}$，故选 A.

9．根据三视图知该几何体是一个四棱锥，底面为矩形，一条侧棱与底面垂直．因此可以将其补形为一个长方体，则该四棱锥的外接球也就是长方体的外接球，故 $2R=\sqrt{2^2+4^2+2^2}=2\sqrt{6}$，所以 $R=\sqrt{6}$，所以 $S=4\pi R^2=24\pi$，故选 B.

10．因为 $2<2.5<4,\ 3<3.5<9$，所以 $1<a<2$，$1<b<2$，$c=2^{1.5}>2$，所以 c 最大，故排除 A，B；设 $y=\log_x\left(x+\dfrac{1}{2}\right)=\dfrac{\ln(x+0.5)}{\ln x}$，$x>1$，则 $y'=\dfrac{\dfrac{1}{x+0.5}\ln x-\dfrac{1}{x}\ln(x+0.5)}{(\ln x)^2}=$

$\frac{\ln x^x-\ln(x+0.5)^{(x+0.5)}}{x(x+0.5)(\ln x)^2}$，因为 $x>1$，所以 $x^x<(x+0.5)^{(x+0.5)}$，所以 $\ln x^x-\ln(x+0.5)^{(x+0.5)}<0$，所以 $f(x)$ 在 $(1,+\infty)$ 上单调递减，所以 $f(2)>f(3)$，即 $a>b$，所以 $b<a<c$，故选 D.

11．取直线 AB 为旋转轴，设 $OG=x$，由帕普斯得定理知 $\frac{4}{3}\pi R^3=\frac{1}{2}\pi R^2\cdot 2\pi\cdot x$，所以 $x=\frac{12}{\pi}$cm，即 $OG=\frac{12}{\pi}$cm，故选 C.

12．在 $f(x)$ 中，定义域R关于原点对称，且 $f(-x)=\frac{4\cdot(-x)}{(-x)^2+1}=-\frac{4x}{x^2+1}=-f(x)$，所以 $f(x)$ 为奇函数，其图象关于原点对称，故①正确，②错误；$\forall x\in\mathbf{R}$，$m>f(x)\Leftrightarrow m\geqslant f(x)_{\max}$，当 $x\leqslant 0$ 时，$f(x)\leqslant 0$；当 $x>0$ 时，$f(x)=\frac{4x}{x^2+1}=\frac{4}{x+\frac{1}{x}}\leqslant\frac{4}{2\sqrt{1}}=2$，当且仅当 $x=\frac{1}{x}$，即 $x=1$ 时，上式等号成立，故 $f(x)_{\max}=2$，所以 $m\geqslant 2$，所以 $m_{\min}=2$，所以③正确，故选 A.

二、填空题（本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分）

题号	13	14	15	16
答案	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	$2\sqrt{2}-2$	①②

【解析】

13．设 $\vec{a}$ 与 $\vec{b}$ 的夹角为 θ，由题可得 $(2\vec{a}+\vec{b})\cdot\vec{b}=0\Rightarrow 2\vec{a}\cdot\vec{b}+\vec{b}\cdot\vec{b}=0\Rightarrow 2|\vec{a}|\times|\vec{b}|\times\cos\theta+|\vec{b}|^2=0$．因为 $|\vec{b}|=\sqrt{2}$，可求得 $\vec{a}$ 在 $\vec{b}$ 方向上的投影 $|\vec{a}|\times\cos\theta=-\frac{\sqrt{2}}{2}$.

14．因为 $\{a_n\}$，$\{b_n\}$ 为等差数列，则有 $a_3+a_9=2a_6=3$，$b_5+b_7=2b_6=6$，$S_{11}=11a_6$，$T_{11}=11b_6$，所以 $\frac{S_{11}}{T_{11}}=\frac{11a_6}{11b_6}=\frac{a_6}{b_6}=\frac{1}{2}$.

15．如图 2，由抛物线方程 $y^2=-4x$，知其焦点坐标为 $B(-1,\ 0)$，准线方程为 $x=1$，可求得．连接 $O'B$ 交圆 O' 于 M 点，交抛物线于 N 点，此时 $|MN|+m$ 最小，利用两点距离公式可求得 $|O'B|=2\sqrt{2}$，$|MN|+m=2\sqrt{2}-2$.

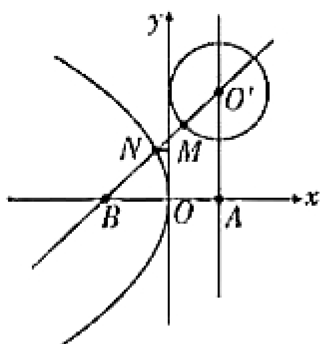

图2

16．如图 3，①连接 EF，BD，B_1D_1，则由正方体的性质可知，$EF\perp$ 平面 BDD_1B_1，

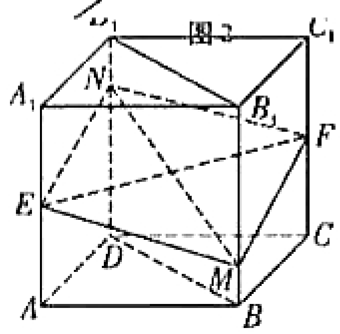

图3

所以平面 $MENF\perp$ 平面 BDD_1B_1，所以①正确；②连接 MN，因为 $EF\perp$ 平面 BDD_1B_1，所以 $EF\perp MN$，所以四边形 $MENF$ 是菱形．$S=\frac{1}{2}\times EF\times MN$，四边形 $MENF$ 的对角线 EF 是固定的，$|MN|=\sqrt{(1-2x)^2+2}$，所以当且仅当 $x=\frac{1}{2}$ 时，四边形 $MENF$ 的面积最小，故②正确；③因为 $EF\perp MN$，所以四边形 $MENF$ 是菱形．当 $x\in\left[0,\ \frac{1}{2}\right]$ 时，EM 的长度由大变小．当 $x\in\left[\frac{1}{2},\ 1\right]$ 时，EM 的长度由小变大．所以函数 $L=f(x)$，$x\in[0,\ 1]$ 不单调．所以③错误；④四棱锥则分割为两个小三棱锥，它们以 C_1EF 为底，以 M，N 分别为顶点的两个小棱锥 $M-C_1EF$，$N-C_1EF$．因为三角形 C_1EF 的面积是个常数．M，N 到平面 C_1EF 的距离是个常数，所以四棱锥 C_1-MENF 的体积 $V=h(x)$ 为常值函数，所以④错误．

三、解答题（共 70 分．解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤）

17．（本小题满分 12 分）

解：（1）选择①：$\because S_n=\frac{n(n+3)}{2}$，$\therefore$ 可推得 $\{a_n\}$ 是公差 $d=1$，$a_1=2$ 的等差数列，

$a_n=n+1$，$\therefore b_n=2^n$．…………………………………………………………（6 分）

选择②：$\because$ 对任意 $n>1$ 满足 $S_n-1=S_{n-1}+a_{n-1}$；$\therefore a_n-a_{n-1}=1$，

$\therefore$ 数列 $\{a_n\}$ 是公差为 1 的等差数列，$\therefore a_n=a_2+(n-2)d=n+1$，$\therefore b_n=2^n$．

…………………………………………………………（6 分）

选择③：$\because \{a_n\}$ 是等差数列且 $a_2=3$，

$3a_1+a_4=11$，$\therefore \begin{cases} a_2=a_1+d=3, \\ 3a_1+a_4=4a_1+3d=11, \end{cases}$ $\therefore a_1=2$，$d=1$，

$a_n=n+1$，$\therefore b_n=2^n$．…………………………………………………………（6 分）

（2）设 $c_n=(a_n-1)b_n=n\cdot 2^n$，数列 $\{c_n\}$ 的前 n 项和为 T_n，

则 $T_n=1\cdot 2^1+2\cdot 2^2+3\cdot 2^3+\cdots+(n-1)\cdot 2^{n-1}+n\cdot 2^n$，

那么有 $2T_n=1\cdot 2^2+2\cdot 2^3+3\cdot 2^4+\cdots+(n-1)\cdot 2^n+n\cdot 2^{n+1}$，

故上面两式错位相减相消得 $-T_n=2+2^2+2^3+2^4+\cdots+2^n-n\cdot 2^{n+1}$，

化简得 $T_n=(n-1)\cdot 2^{n+1}+2$．…………………………………………（12 分）

18. （本小题满分 12 分）

解：（1）由题意可知，$\frac{k+1}{10}=50\%$，解得$k=4$，即 0～4 表示下雨，5～9 表示不下雨.

…………………………………………………………………………………………（3 分）

所给的 20 组数据中 714，740，491，272，073，445，435，027，共 8 组表示 3 天中恰好有 2 天下雨，

故所求的概率为$\frac{8}{20}=\frac{2}{5}$. ……………………………………………………（6 分）

（2）由题中所给的数据可得$\bar{t}=3$，$\bar{y}=25$，

所以$\hat{b}=\frac{\sum_{i=1}^{5}(t_i-\bar{t})(y_i-\bar{y})}{\sum_{i=1}^{5}(t_i-\bar{t})^2}=\frac{-16}{10}=-\frac{8}{5}$，$\hat{a}=\bar{y}-\hat{b}\bar{t}=25-\left(-\frac{8}{5}\right)\times 3=\frac{149}{5}$，

所以回归方程为$\hat{y}=-\frac{8}{5}t+\frac{149}{5}$，当$t=7$时，$\hat{y}=-\frac{8}{5}\times 7+\frac{149}{5}=\frac{93}{5}$.

…………………………………………………………………………………………（10 分）

所以该地区 2022 年端午节有降雨的话，降雨量约为$\frac{93}{5}$ mm. ……………………（12 分）

19. （本小题满分 12 分）

（1）证明：因为$ABCD-A_1B_1C_1D_1$是长方体，所以$B_1C_1\perp$侧平面A_1B_1BA，

而$BE\subset$平面A_1B_1BA，所以$BE\perp B_1C_1$，

在三角形$\triangle BEB_1$中，$BE=\sqrt{2}$，$B_1E=\sqrt{2}$，$BB_1=2$，

所以$BE^2+B_1E^2=BB_1^2$，所以$BE\perp B_1E$，

又$B_1C_1\cap B_1E=B_1$，B_1C_1，$B_1E\subset$平面EB_1C_1，因此$BE\perp$平面EB_1C_1.

…………………………………………………………………………………………（6 分）

（2）解：由（1）可知$BE\perp B_1C_1$，所以$S_{\triangle B_1EC_1}=\frac{1}{2}\times 1\times\sqrt{2}=\frac{\sqrt{2}}{2}$，

又$BE\perp$平面EB_1C_1，所以$V_{E-BB_1C_1}=V_{B-B_1EC_1}=\frac{1}{3}\times BE\times S_{\triangle B_1EC_1}=\frac{1}{3}\times\sqrt{2}\times\frac{\sqrt{2}}{2}=\frac{1}{3}$.

…………………………………………………………………………………………（12 分）

20. （本小题满分 12 分）

（1）解：定义域：$(0, +\infty)$，

$\because f'(x)=\dfrac{a}{x}-\dfrac{1}{x^2}=\dfrac{ax-1}{x^2}$，$\therefore k=f'(1)=a-1=1\Rightarrow a=2$，

当 $a=2$ 时，$f'(x)=\dfrac{2x-1}{x^2}$；当 $0<x<\dfrac{1}{2}$ 时，$f'(x)<0$；当 $x>\dfrac{1}{2}$ 时，$f'(x)>0$，

所以 $f(x)$ 在 $\left(0, \dfrac{1}{2}\right)$ 上单调递减，在 $\left(\dfrac{1}{2}, +\infty\right)$ 上单调递增；

$f(x)_{极小值}=f\left(\dfrac{1}{2}\right)=2\ln\dfrac{1}{2}+2=2(1-\ln 2)$，无极大值. ………………………………（6 分）

（2）证明：由（1）知 $f(x)=2\ln x+\dfrac{1}{x}$，

令 $g(x)=2\ln x+\dfrac{1}{x}-\dfrac{x^2}{2}-\dfrac{1}{2}$，

则 $g'(x)=\dfrac{2}{x}-\dfrac{1}{x^2}-x=\dfrac{2x-1-x^3}{x^2}=\dfrac{(x-1)[1-x(x+1)]}{x^2}$，

$\because x\geqslant 1$，$\therefore x(x+1)>1$，$\therefore 1-x(x+1)<0$，

$\therefore g'(x)\leqslant 0$，即 $g(x)$ 在 $[1, +\infty)$ 上单调递减，

$\therefore g(x)\leqslant g(1)=0$，

$\therefore$ 当 $x\geqslant 1$ 时，$f(x)\leqslant\dfrac{x^2}{2}+\dfrac{1}{2}$. ……………………………………………………（12 分）

21. （本小题满分 12 分）

（1）解：由题意得 $|MF_1|+|MF_2|=|PF_1|+|PF_2|=4$，则动点 M 的轨迹为椭圆，焦点在 x 轴上，

可设为 $\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1$，$a=2$，$c=\sqrt{3}$，$b=1$，

故动点 M 的轨迹方程为 $\dfrac{x^2}{4}+y^2=1$. ………………………………………………………（6 分）

（2）证明：设直线 PA 与直线 PB 的斜率为 k_1，k_2. 如果直线 l 与 x 轴垂直，设 l：$x=t$，

由题设可得 $t\neq 0$，且 $|t|<2$，可得 A，B 的坐标分别为 $\left(t, \dfrac{\sqrt{4-t^2}}{2}\right)$，$\left(t, -\dfrac{\sqrt{4-t^2}}{2}\right)$.

则 $k_1+k_2=\dfrac{\sqrt{4-t^2}-2}{2t}-\dfrac{\sqrt{4-t^2}+2}{2t}=-1$，得 $t=2$，不符合题设.

从而可设直线 l: $y=kx+m(m\neq 1)$，将 $y=kx+m(m\neq 1)$ 代入 $\frac{x^2}{4}+y^2=1$，

得 $(4k^2+1)x^2+8kmx+4m^2-4=0$，由题意可得 $\Delta=16(4k^2-m^2+1)>0$，

设 $A(x_1,\ y_1)$, $B(x_2,\ y_2)$，则 $x_1+x_2=-\frac{8km}{4k^2+1}$，$x_1x_2=\frac{4m^2-4}{4k^2+1}$，

而 $k_1+k_2=\frac{y_1-1}{x_1}+\frac{y_2-1}{x_2}=\frac{kx_1+m-1}{x_1}+\frac{kx_2+m-1}{x_2}$

$=\frac{2kx_1x_2+(m-1)(x_1+x_2)}{x_1x_2}$，

由题意得 $k_1+k_2=-1$，故 $(2k+1)x_1x_2+(m-1)(x_1+x_2)=0$，

即 $(2k+1)\frac{4m^2-4}{4k^2+1}+(m-1)\frac{-8km}{4k^2+1}=0$，解得 $k=-\frac{m+1}{2}$，

当且仅当 $m>-1$ 时，$\Delta>0$，欲使 l: $y=-\frac{m+1}{2}x+m$，即 $y+1=-\frac{m+1}{2}(x-2)$，

所以 l 过定点 $(2,\ -1)$． ………………………………………………………………………… (12 分)

22．（本小题满分 10 分）【选修 4-4：坐标系与参数方程】

解：(1) 曲线 C_1 的普通方程为 $\frac{x^2}{4}+y^2=1$，

曲线 C_2 的直角坐标方程为 $y-5x-1=0$，

联立 $\begin{cases}\frac{x^2}{4}+y^2=1,\\ y-5x-1=0,\end{cases}$ 消 y 得到 $101x^2+40x=0$，解得 $x_1=0$，$x_2=-\frac{40}{101}$，

故 C_1 与 C_2 的公共点的直角坐标为 $(0,\ 1)$，$\left(-\frac{40}{101},\ -\frac{99}{101}\right)$． ………………………… (5 分)

(2) 曲线 C_1 的极坐标方程为 $\rho^2=\frac{4}{\cos^2\theta+4\sin^2\theta}$，

令 $M(\rho_1,\ \theta_1)$，$N\left(\rho_2,\ \theta_1+\frac{\pi}{2}\right)$，

则 $\frac{1}{|OM|^2}+\frac{1}{|ON|^2}=\frac{1}{\rho_1^2}+\frac{1}{\rho_2^2}$

$=\frac{\cos^2\theta_1+4\sin^2\theta_1}{4}+\frac{\cos^2\left(\theta_1+\frac{\pi}{2}\right)+4\sin^2\left(\theta_1+\frac{\pi}{2}\right)}{4}$

$=\dfrac{\cos^2\theta_1+4\sin^2\theta_1+\sin^2\theta_1+4\cos^2\theta_1}{4}$

$=\dfrac{5\cos^2\theta_1+5\sin^2\theta_1}{4}=\dfrac{5}{4}$，

即$\dfrac{1}{|OM|^2}+\dfrac{1}{|ON|^2}$的值为$\dfrac{5}{4}$． ……………………………………………………………（10分）

23．（本小题满分10分）【选修4−5：不等式选讲】

解：（1）当$m=1$时，$f(x)=|x-3|+|x+1|$．

当$x\leqslant -1$时，$f(x)=-x+3-x-1=-2x+2\geqslant 6\Rightarrow x\leqslant -2$，所以$x\leqslant -2$；

当$-1<x<3$时，$f(x)=-x+3+x+1=4\geqslant 6$，不成立；

当$x\geqslant 3$时，$f(x)=x-3+x+1=2x-2\geqslant 6\Rightarrow x\geqslant 4$，所以$x\geqslant 4$，

所以，综上可知，所求解集为$\{x\mid x\geqslant 4$或$x\leqslant -2\}$． ……………………………………（5分）

（2）要求$\exists x\in\mathbf{R}$，使得$f(x)<2m$，m的取值范围，

可先求$\forall x\in\mathbf{R}$，使得$f(x)\geqslant 2m$时，m的取值范围，

$\forall x\in\mathbf{R}$，$f(x)=|x-3|+|x+m|\geqslant|x-3-(x+m)|=|-3-m|\geqslant 2m$，

当$m<0$时，$|-3-m|\geqslant 2m$恒成立；

当$m\geqslant 0$时，$m\leqslant 3$，

综上，$\forall x\in\mathbf{R}$，使得$f(x)\geqslant 2m$时，m的取值范围为$(-\infty,3]$，

故$\exists x\in\mathbf{R}$，使得$f(x)<2m$时，m的取值范围为$(3,+\infty)$． ……………………………（10分）

24．（本小题满分10分）

（1）解：$\because (c-2b)\cos A+a\cos C=0$，

由正弦定理有：$\sin C\cos A-2\sin B\cos A+\sin A\cos C=0$，

$\sin C\cos A+\sin A\cos C=2\sin B\cos A$，

$\sin(A+C)=2\sin B\cos A$，$\sin B=2\sin B\cos A$，则$\cos A=\dfrac{1}{2}$，

因为$A\in(0,\pi)$，所以$A=\dfrac{\pi}{3}$． ……………………………………………………………（5分）

（2）证明：因为$A=\dfrac{\pi}{3}$，所以$\cos A=\dfrac{b^2+c^2-a^2}{2bc}=\dfrac{1}{2}$，即$b^2+c^2-a^2=bc$，

又因为$\sqrt{3}(c-b)=a$，可得$b^2+c^2-3(c-b)^2=bc$，

即 $2b^2+2c^2-5bc=0$，即 $(c-2b)(2c-b)=0$，而 $b<c$，解得 $c=2b$，

所以 $a=\sqrt{3}b$，

故 $c^2=a^2+b^2$，

即 $\triangle ABC$ 是直角三角形．得证．…………………………………………………………（10 分）