

学校\_\_\_\_\_ 班级\_\_\_\_\_ 姓名\_\_\_\_\_ 考号\_\_\_\_\_

考  
生  
须  
知

1. 本试卷共 8 页，共三道大题，28 道小题，满分 100 分。考试时间 120 分钟。
2. 在试卷和答题卡上认真填写学校名称、姓名和考号。
3. 试题答案一律填涂或书写在答题卡上，在试卷上作答无效。
4. 在答题卡上，选择题、作图题用 2B 铅笔作答，其他试题用黑色字迹签字笔作答。
5. 考试结束，请将本试卷、答题卡和草稿纸一并交回。

## 一、选择题（本题共 16 分，每小题 2 分）

下面 1-8 题均有四个选项，其中符合题意的选项只有一个。

1. 如果代数式  $\frac{2}{x-5}$  有意义，那么实数  $x$  的取值范围是

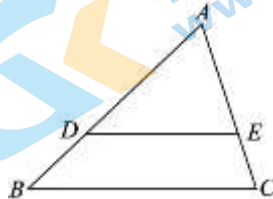
- (A)  $x=5$       (B)  $x \neq 5$       (C)  $x < 5$       (D)  $x > 5$

2. 目前世界上已知最小的动物病毒的最大颗粒的直径约有 0.000 000 023 米. 将 0.000 000 023 用科学记数法表示应为

- (A)  $2.3 \times 10^{-8}$       (B)  $2.3 \times 10^{-9}$   
(C)  $0.23 \times 10^{-8}$       (D)  $23 \times 10^{-9}$

3. 如图， $\angle B=43^\circ$ ， $\angle ADE=43^\circ$ ， $\angle AED=72^\circ$ ，则  $\angle C$  的度数为

- (A)  $72^\circ$   
(B)  $65^\circ$   
(C)  $50^\circ$   
(D)  $43^\circ$



4. 下列安全图标中，是中心对称图形但不是轴对称图形的是



(A)



(B)



(C)



(D)

5. 下列抽样调查最合理的是

- (A) 了解某小区居民的消防常识，对你所在班级的同学进行调查
- (B) 了解某市垃圾分类的宣传情况，对该市的所有学校进行调查
- (C) 了解某校学生每天的平均睡眠时间，对该校学生周末的睡眠时间进行调查
- (D) 了解某市第一季度的空气质量情况，对该市第一季度随机抽取 30 天进行调查
6. 一个正多边形的内角和为  $1080^\circ$ ，则这个正多边形的每一个外角的度数为
- (A)  $30^\circ$       (B)  $45^\circ$       (C)  $60^\circ$       (D)  $72^\circ$
7. 一个圆锥的侧面展开图是圆心角为  $120^\circ$ ，半径为 3 的扇形，这个圆锥的底面圆的半径为
- (A)  $\pi$       (B) 3      (C) 2      (D) 1
8. 为了解某校学生每周课外阅读时间的情况，随机抽取该校  $a$  名学生进行调查，获得的数据整理后绘制成统计表如下：

每周课外阅读时间 $x$ (小时)	$0 \leq x < 2$	$2 \leq x < 4$	$4 \leq x < 6$	$6 \leq x < 8$	$x \geq 8$	合计
频数	8	17	$b$		15	$a$
频率	0.08	0.17		$c$	0.15	1

表中  $4 \leq x < 6$  组的频数  $b$  满足  $25 \leq b \leq 35$ 。下面有四个推断：

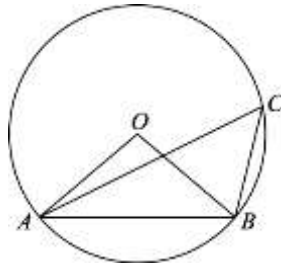
- ①表中  $a$  的值为 100；
- ②表中  $c$  的值可以为 0.31；
- ③这  $a$  名学生每周课外阅读时间的中位数一定不在 6~8 之间；
- ④这  $a$  名学生每周课外阅读时间的平均数不会超过 6。

所有合理推断的序号是

- (A) ①②      (B) ③④      (C) ①②③      (D) ②③④

二、填空题（本题共 16 分，每小题 2 分）

9. 3 的相反数是\_\_\_\_\_。
10. 分解因式： $3m^2 + 6m + 3 =$ \_\_\_\_\_。
11. 在一个不透明的袋子里有 1 个黄球，2 个白球，3 个红球，这些球除颜色外无其他差别，从袋子中随机取出一个球是白球的概率是\_\_\_\_\_。
12. 如图， $\triangle ABC$  内接于  $\odot O$ ， $\angle ACB = 50^\circ$ ，则  $\angle ABO =$ \_\_\_\_\_°。



第 12 题图



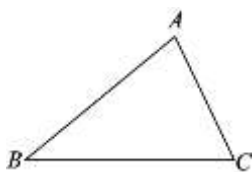
第 13 题图

13. 利用热气球探测建筑物高度（如图所示），热气球与建筑物的水平距离  $AD=100\text{m}$ ，则这栋建筑物的高度  $BC$  约为 \_\_\_\_\_  $\text{m}$  ( $\sqrt{2} \approx 1.4, \sqrt{3} \approx 1.7$ ，结果保留整数)。
14. 若一次函数  $y = kx + b (k \neq 0)$  的图象可以由  $y = 2x$  的图象平移得到，且经过点  $(0, 1)$ ，则这个一次函数的表达式为 \_\_\_\_\_。
15. 用一组  $a, b$  的值说明命题“若  $a^2 > b^2$ ，则  $a > b$ ”是假命题，这组值可以是  $a = \underline{\hspace{2cm}}$ ， $b = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
16. 甲、乙、丙三人进行乒乓球单打训练，每局两人进行比赛，第三个人做裁判，每一局都要分出胜负，胜方和原来的裁判进行新一局的比赛，输方转做裁判，依次进行. 半天训练结束时，发现甲共当裁判 4 局，乙、丙分别打了 9 局、14 局比赛，在这半天的训练中，甲、乙、丙三人共打了 \_\_\_\_\_ 局比赛，其中第 7 局比赛的裁判是 \_\_\_\_\_。

三、解答题（本题共 68 分，第 17-22 题，每小题 5 分；第 23-26 题，每小题 6 分；第 27-28 题，每小题 7 分）

17. 计算： $\sqrt{12} + (\sqrt{5} - 2)^0 - (\frac{1}{3})^{-1} + \tan 60^\circ$ .
18. 解不等式  $2 - 3x \geq 2(x - 4)$ ，并把它的解集在数轴上表示出来。
19. 先化简再求值： $(\frac{1}{x+1} + \frac{1}{x^2-1}) \cdot \frac{x-1}{x}$ ，其中  $x = \sqrt{2} - 1$ 。

20. 已知：如图， $\triangle ABC$  为锐角三角形， $AB > AC$ .



求作： $BC$  边上的高  $AD$ .

作法：①以点  $A$  为圆心， $AB$  长为半径画弧，交  $BC$  的延长线于点  $E$ ；

②分别以点  $B, E$  为圆心，以  $AB$  长为半径画弧，两弧相交于点  $F$  (不与点  $A$  重合)；

③连接  $AF$  交  $BC$  于点  $D$ .

线段  $AD$  就是所求作的线段.

(1) 使用直尺和圆规，依作法补全图形 (保留作图痕迹)；

(2) 完成下面的证明.

证明：连接  $AE, EF, BF$ .

$$\because AB = AE = EF = BF,$$

$\therefore$  四边形  $ABFE$  是 \_\_\_\_\_ ( \_\_\_\_\_ ) (填推理依据).

$$\therefore AF \perp BE.$$

即  $AD$  是  $\triangle ABC$  中  $BC$  边上的高.

21. 关于  $x$  的一元二次方程  $x^2 - (m+1)x + m = 0$ .

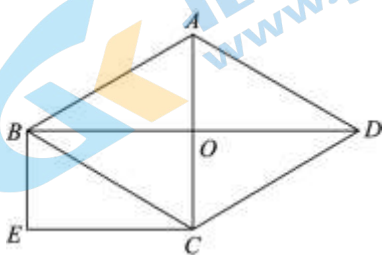
(1) 求证：方程总有两个实数根；

(2) 若方程有一个根为负数，求  $m$  的取值范围.

22. 如图，在菱形  $ABCD$  中， $AC, BD$  相交于点  $O$ ，过  $B, C$  两点分别作  $AC, BD$  的平行线，相交于点  $E$ .

(1) 求证：四边形  $BOCE$  是矩形；

(2) 连接  $EO$  交  $BC$  于点  $F$ ，连接  $AF$ ，若  $\angle ABC = 60^\circ, AB = 2$ ，求  $AF$  的长.

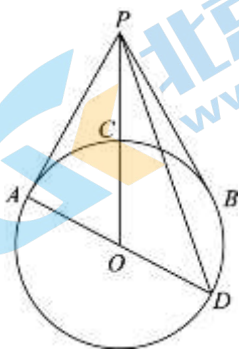


23. 在平面直角坐标系  $xOy$  中, 过点  $A(2, 2)$  作  $x$  轴,  $y$  轴的垂线, 与反比例函数  $y = \frac{k}{x} (k < 4)$  的图象分别交于点  $B, C$ , 直线  $AB$  与  $x$  轴相交于点  $D$ .

- (1) 当  $k = -4$  时, 求线段  $AC, BD$  的长;
- (2) 当  $AC < 2BD$  时, 直接写出  $k$  的取值范围.

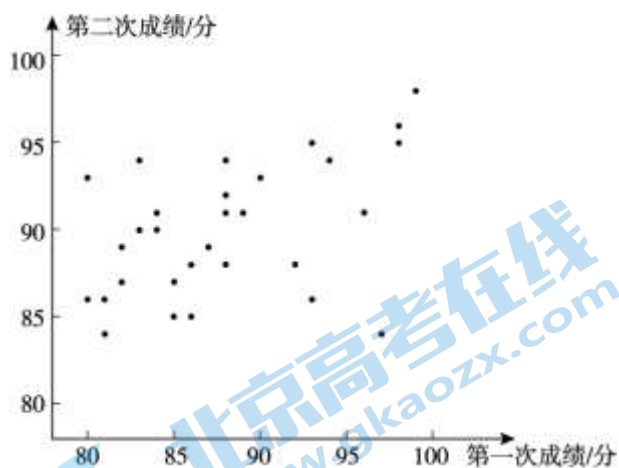
24. 如图,  $PA$  与  $\odot O$  相切于点  $A$ , 点  $B$  在  $\odot O$  上,  $PA = PB$ .

- (1) 求证:  $PB$  是  $\odot O$  的切线;
- (2)  $AD$  为  $\odot O$  的直径,  $AD = 2$ ,  $PO$  与  $\odot O$  相交于点  $C$ , 若  $C$  为  $PO$  的中点, 求  $PD$  的长.



25. 为进一步增强中小学生“知危险会避险”的意识, 某校初三年级开展了系列交通安全知识竞赛, 从中随机抽取 30 名学生两次知识竞赛的成绩 (百分制), 并对数据 (成绩) 进行收集、整理、描述和分析. 下面给出了部分信息.

a. 这 30 名学生第一次竞赛成绩和第二次竞赛成绩得分情况统计图:



b. 下表是这 30 名学生两次知识竞赛的获奖情况相关统计:

	参与奖	优秀奖	卓越奖
--	-----	-----	-----

第一次竞赛	人数	10	10	10
	平均分	82	87	95
第二次竞赛	人数	2	12	16
	平均分	84	87	93

(规定: 分数 $\geq 90$ , 获卓越奖;  $85 \leq$ 分数 $< 90$ , 获优秀奖; 分数 $< 85$ , 获参与奖)

c. 第二次竞赛获卓越奖的学生成绩如下:

90 90 91 91 91 91 92 93 93 94 94 94 95 95 96 98

d. 两次竞赛成绩样本数据的平均数、中位数、众数如下表:

	平均数	中位数	众数
第一次竞赛	$m$	87.5	88
第二次竞赛	90	$n$	91

根据以上信息, 回答下列问题:

- (1) 小松同学第一次竞赛成绩是 89 分, 第二次竞赛成绩是 91 分, 在图中用“o”圈出代表小松同学的点;
- (2) 直接写出  $m$ ,  $n$  的值;
- (3) 可以推断出第\_\_\_次竞赛中初三年级全体学生的成绩水平较高, 理由是\_\_\_\_\_.

26. 在正方形  $ABCD$  中, 将线段  $DA$  绕点  $D$  旋转得到线段  $DP$  (不与  $BC$  平行), 直线  $DP$  与直线  $BC$  相交于点  $E$ , 直线  $AP$  与直线  $DC$  相交于点  $F$ .

(1) 如图 1, 当点  $P$  在正方形内部, 且  $\angle ADP = 60^\circ$  时, 求证:  $DE + CE = DF$ ;

(2) 当线段  $DP$  运动到图 2 位置时, 依题意补全图 2, 用等式表示线段  $DE$ ,  $CE$ ,  $DF$  之间的数量关系, 并证明.

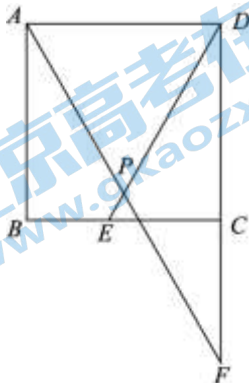


图 1

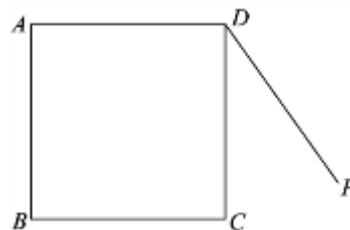


图 2

27. 在平面直角坐标系  $xOy$  中, 点  $P(x_1, y_1)$ ,  $Q(x_2, y_2)$  为抛物线  $y = ax^2 - 2ahx + ah^2 + 1 (a < 0)$  上的两点.

(1) 当  $h=1$  时, 求抛物线的对称轴;

(2) 若对于  $0 \leq x_1 \leq 2$ ,  $4-h \leq x_2 \leq 5-h$ , 都有  $y_1 \geq y_2$ , 求  $h$  的取值范围.

28. 在平面直角坐标系  $xOy$  中, 对于图形  $Q$  和  $\angle P$ , 给出如下定义: 若图形  $Q$  上的所有的点都在  $\angle P$  的内部或  $\angle P$  的边上, 则  $\angle P$  的最小值称为点  $P$  对图形  $Q$  的可视度. 如图 1,  $\angle AOB$  的度数为点  $O$  对线段  $AB$  的可视度.

(1) 已知点  $N(2, 0)$ , 在点  $M_1(0, \frac{2}{3}\sqrt{3})$ ,  $M_2(1, \sqrt{3})$ ,  $M_3(2, 3)$  中, 对线段  $ON$  的可视度为  $60^\circ$  的点是 \_\_\_\_\_.

(2) 如图 2, 已知点  $A(-2, 2)$ ,  $B(-2, -2)$ ,  $C(2, -2)$ ,  $D(2, 2)$ ,  $E(0, 4)$ .

① 直接写出点  $E$  对四边形  $ABCD$  的可视度为 \_\_\_\_\_ $^\circ$ ;

② 已知点  $F(a, 4)$ , 若点  $F$  对四边形  $ABCD$  的可视度为  $45^\circ$ , 求  $a$  的值.

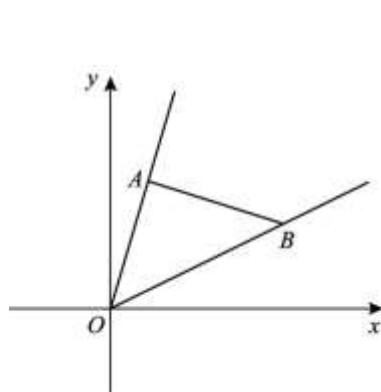


图 1

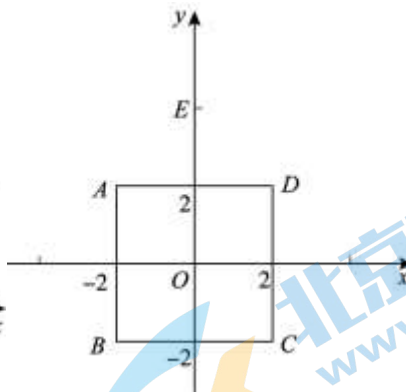


图 2

# 2021 北京朝阳初三二模数学

## 参考答案

一、选择题（本题共 16 分，每小题 2 分）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
答案	B	A	A	C	D	B	D	A

二、填空题（本题共 16 分，每小题 2 分）

题号	9	10	11	12
答案	-3	$3(m+1)^2$	$\frac{1}{3}$	40
题号	13	14	15	16
答案	270	$y=2x+1$	答案不惟一， 如： $a=-1, b=0$	19, 乙

三、解答题（本题共 68 分，第 17-22 题，每小题 5 分；第 23-26 题，每小题 6 分；第 27-28 题，每小题 7 分）

17. 解：原式 =  $2\sqrt{3}+1-3+\sqrt{3}$  ..... 4 分

=  $3\sqrt{3}-2$  ..... 5 分

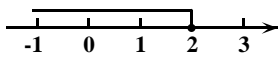
18. 解：  $2-3x \geq 2x-8$  ..... 1 分

$-2x-3x \geq -2-8$  ..... 2 分

$-5x \geq -10$  ..... 3 分

$x \leq 2$  ..... 4 分

不等式的解集在数轴上表示如下：



..... 5 分

19. 解：  $(\frac{1}{x+1} + \frac{1}{x^2-1}) \cdot \frac{x-1}{x}$   
 =  $\frac{x-1+1}{(x+1)(x-1)} \cdot \frac{x-1}{x}$  ..... 3 分

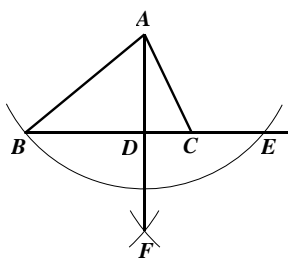
=  $\frac{1}{x+1}$  ..... 4 分



$\therefore x = \sqrt{2} - 1,$

$\therefore \text{原式} = \frac{\sqrt{2}}{2} \dots\dots\dots 5 \text{分}$

20. (1) 依作法补全图形, 如下图.



$\dots\dots\dots 3 \text{分}$

(2) 菱形  $\dots\dots\dots 4 \text{分}$

四条边相等的四边形是菱形  $\dots\dots\dots 5 \text{分}$

21. (1) 证明:  $\Delta = (m+1)^2 - 4m \dots\dots\dots 1 \text{分}$

$= (m-1)^2 \dots\dots\dots 2 \text{分}$

$\therefore (m-1)^2 \geq 0,$

$\therefore$  方程总有两个实数根  $\dots\dots\dots 3 \text{分}$

(2) 解:  $\therefore x = \frac{m+1 \pm (m-1)}{2},$

$\therefore x_1 = m, x_2 = 1 \dots\dots\dots 4 \text{分}$

$\therefore$  方程有一个根为负数,

$\therefore m < 0 \dots\dots\dots 5 \text{分}$

22. (1) 证明:  $\therefore BE \parallel AC, EC \parallel BD,$

$\therefore$  四边形  $BOCE$  是平行四边形  $\dots\dots\dots 1 \text{分}$

$\therefore$  四边形  $ABCD$  是菱形,

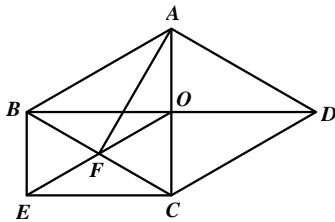
$\therefore AC \perp BD \dots\dots\dots 2 \text{分}$

$\therefore \angle BOC = 90^\circ.$

$\therefore$  四边形  $BOCE$  是矩形  $\dots\dots\dots 3 \text{分}$

(2) 解:  $\therefore$  四边形  $ABCD$  是菱形,  $\angle ABC = 60^\circ,$

$\therefore \triangle ABC$  是等边三角形  $\dots\dots\dots 4 \text{分}$



∵ 四边形 BOCE 是矩形,

$$\therefore BF = \frac{1}{2} AB.$$

$$\therefore \angle AFB = 90^\circ.$$

$$\therefore AB = 2,$$

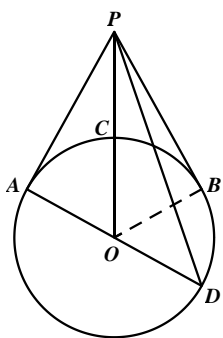
$$\therefore AF = \sqrt{3} \dots\dots\dots 5 \text{分}$$

23. 解: (1) 当  $k = -4$  时,  $B(2, -2)$ ,  $C(-2, 2)$ ,  $D(2, 0)$ .  $\dots\dots\dots 2 \text{分}$

$$\therefore AC = 4, BD = 2. \dots\dots\dots 4 \text{分}$$

$$(2) k < -4 \text{ 或 } \frac{4}{3} < k < 4. \dots\dots\dots 6 \text{分}$$

24. (1) 证明: 连接 OB.



∵ PA 是  $\odot O$  的切线,

$$\therefore \angle PAO = 90^\circ \dots\dots\dots 1 \text{分}$$

∵ 点 B 在  $\odot O$  上,

$$\therefore AO = BO.$$

$$\therefore PA = PB, PO = PO,$$

$$\therefore \triangle APO \cong \triangle BPO. \dots\dots\dots 2 \text{分}$$

$$\therefore \angle PBO = \angle PAO = 90^\circ.$$

$$\therefore PB \text{ 是 } \odot O \text{ 的切线} \dots\dots\dots 3 \text{分}$$

(2) 解: ∵ AD 是  $\odot O$  的直径,  $AD = 2$ ,

$$\therefore OA = 1. \dots\dots\dots 4 \text{分}$$

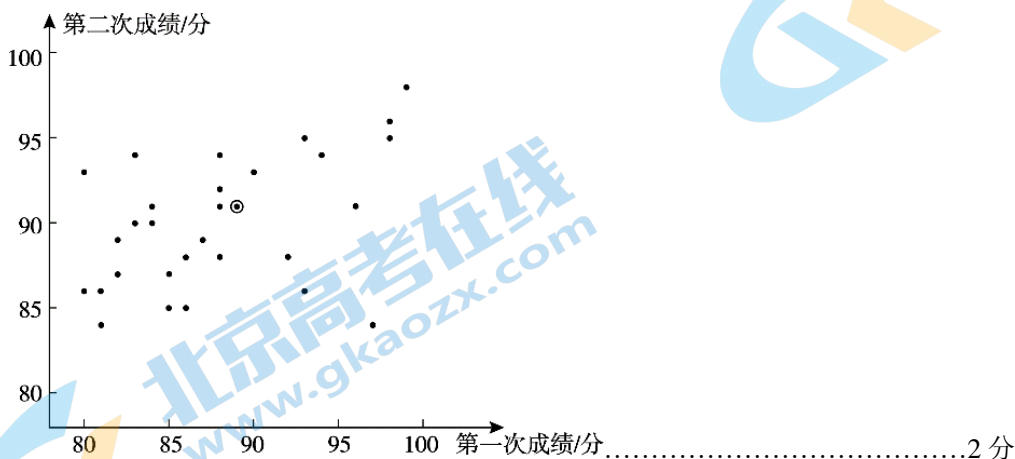
∵  $C$  为  $PO$  的中点,

∴  $PO=2$ .

∴  $PA=\sqrt{3}$  .....5 分

∴ 在  $Rt\triangle PAD$  中, 由勾股定理可得  $PD=\sqrt{7}$  .....6 分

25. 解: (1) 如图所示.



(2) 88, 90. .... 4 分

(3) 二, 理由需支持推断. .... 6 分

26. (1) 证明: 设  $AB=a$ .

∵ 四边形  $ABCD$  是正方形,

∴  $AD=CD=a$ .

∵  $DA=DP$ ,  $\angle ADP=60^\circ$ ,

∴  $\triangle APD$  是等边三角形.

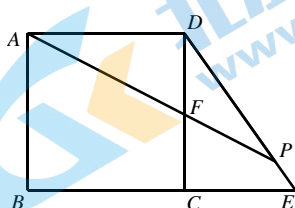
∴  $\angle PAD=60^\circ$ .

∴ 在  $Rt\triangle ADF$  中,  $DF=\sqrt{3}a$ . ....1 分

在  $Rt\triangle DCE$  中,  $CE=\frac{\sqrt{3}}{3}a$ ,  $DE=\frac{2\sqrt{3}}{3}a$ .

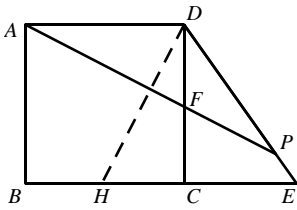
∴  $DE+CE=DF$ . ....2 分

(2) 依题意补全图形, 如图所示.



.....3 分

$DE - CE = DF$  ..... 4 分



证明：作  $DH \perp AP$  交  $BC$  于点  $H$ .

$\because DH \perp AF,$

$\therefore \angle HDC + \angle AFD = 90^\circ.$

$\because \angle HDC + \angle DHC = 90^\circ,$

$\therefore \angle AFD = \angle DHC.$

$\because AD = DC, \angle ADF = \angle DCH = 90^\circ,$

$\therefore \triangle ADF \cong \triangle DCH$  ..... 5 分

$\therefore DF = CH.$

$\because DA = DP,$

$\therefore \angle ADH = \angle EDH.$

$\because AD \parallel BC,$

$\therefore \angle ADH = \angle EHD.$

$\therefore \angle EDH = \angle EHD.$

$\therefore ED = EH$  ..... 6 分

$\therefore DE - CE = DF.$

27. 解：（1）当  $h=1$  时，抛物线的表达式为  $y = ax^2 - 2ax + a + 1$ .

$\therefore y = a(x-1)^2 + 1.$

$\therefore$  抛物线的对称轴为直线  $x=1$ . ..... 2 分

（2）设抛物线上四个点的坐标为  $A(0, y_A), B(2, y_B), C(4-h, y_C), D(5-h, y_D)$ .

$\because a < 0,$

$\therefore y_1$  的最小值必为  $y_A$  或  $y_B$ .

①由  $a < 0$  可知，当  $2 \leq h \leq \frac{5}{2}$  时，存在  $y_2 \geq y_1$ ，不符合题意.

②当  $h < 2$  时，总有  $4-h > 2$ .

$\therefore$  当  $x > h$  时， $y$  随  $x$  的增大而减小，

$\therefore y_B > y_C > y_D$ .

当  $h \leq \frac{4}{3}$  时,  $4 - h - h \geq |h|$ .

$\therefore y_A \geq y_C > y_D$ , 符合题意.

当  $\frac{4}{3} < h < 2$  时,  $4 - h - h < h$ .

$\therefore y_A < y_C$ , 不符合题意.

③ 当  $h > \frac{5}{2}$  时,

$\therefore$  当  $x < h$  时,  $y$  随  $x$  的增大而增大,

$\therefore y_C < y_D, y_A < y_B$ .

当  $h \geq 5$  时,  $5 - h \leq 0$ .

$\therefore y_D \leq y_A$ , 符合题意.

当  $\frac{5}{2} < h < 5$  时,  $5 - h > 0$ .

$\therefore y_D > y_A$ , 不符合题意.

综上所述,  $h$  的取值范围是  $h \leq \frac{4}{3}$  或  $h \geq 5$ . .....7分

28. (1)  $M_1, M_2$ . ..... 2分

(2) ① 90; .....3分

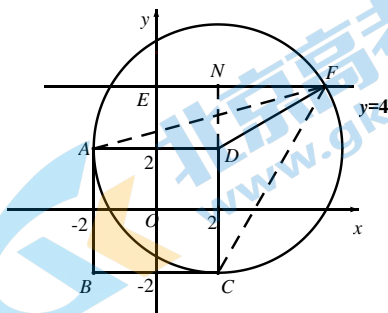
② 解: 由题意可知, 四边形  $ABCD$  是正方形, 点  $F$  在直线  $y=4$  上.....4分

如图所示, 点  $F$  对正方形  $ABCD$  的可视度为  $45^\circ$ ,

当点  $F$  是以点  $D$  为圆心, 4 为半径的圆和直线  $y=4$  的交点时,

过点  $D$  作  $DN \perp EF$  于点  $N$ , 则有  $DN=2, DF=4$ ,

可得  $NF=2\sqrt{3}$ . .....5分



$\therefore a = 2\sqrt{3} + 2$ . .....6分

当点  $F$  是以点  $A$  为圆心, 4 为半径的

圆和直线  $y=4$  的交点时,

同理可得,  $a = -2\sqrt{3} - 2$ .

综上,  $a$  的值为  $2\sqrt{3} + 2$  或  $-2\sqrt{3} - 2$ . .....7分



## 关于我们

北京高考在线创办于 2014 年，隶属于北京太星网络科技有限公司，是北京地区极具影响力的中学升学服务平台。主营业务涵盖：北京新高考、高中生涯规划、志愿填报、强基计划、综合评价招生和学科竞赛等。

北京高考在线旗下拥有网站门户、微信公众平台等全媒体矩阵生态平台。平台活跃用户 40W+，网站年度流量数千万量级。用户群体立足于北京，辐射全国 31 省市。

北京高考在线平台一直秉承“精益求精、专业严谨”的建设理念，不断探索“K12 教育+互联网+大数据”的运营模式，尝试基于大数据理论为广大中学和家长提供新鲜的高考资讯、专业的高考政策解读、科学的升学规划等，为广大高校、中学和教科研单位提供“衔接和桥梁纽带”作用。

平台自创办以来，为众多重点大学发现和推荐优秀生源，和北京近百所中学达成合作关系，累计举办线上线下升学公益讲座数百场，帮助数十万考生顺利通过考入理想大学，在家长、考生、中学和社会各界具有广泛的口碑影响力

未来，北京高考在线平台将立足于北京新高考改革，基于对北京高考政策研究及北京高校资源优势，更好的服务全国高中家长和学生。



微信搜一搜

北京高考资讯