

北京一零一中 2022-2023 学年度第一学期高二数学国庆作业一

班级：_____ 学号：_____ 姓名：_____ 成绩：_____

一、选择题共 10 小题。在每小题列出的四个选项中，选出符合题目要求的一项。

- 若平面 α 的一个法向量为 $\mathbf{n}_1 = (1, 0, 1)$ ，平面 β 的一个法向量是 $\mathbf{n}_2 = (-3, 1, 3)$ ，则平面 α 与 β 所成的角等于 ()
(A) 30° (B) 45° (C) 60° (D) 90°
- 已知 A, B, C, D, E 是空间中的五个点，其中点 A, B, C 不共线，则“存在实数 x, y ，使得 $\overrightarrow{DE} = x\overrightarrow{AB} + y\overrightarrow{AC}$ ”是“ $DE \parallel$ 平面 ABC ”的 ()
(A) 充分而不必要条件 (B) 必要而不充分条件
(C) 充分必要条件 (D) 既不充分也不必要条件
- 在长方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中， $AB = 1, AD = 2, AA_1 = 3$ 。则 $\overrightarrow{BD} \cdot \overrightarrow{AC_1} =$ ()
(A) 1 (B) 3 (C) 0 (D) -3
- 已知向量 $\mathbf{a} = (1, 0, 1), \mathbf{b} = (-2, 2, 1), \mathbf{c} = (3, 4, z)$ ，若 $\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}$ 共面，则 z 等于 ()
(A) -9 (B) -5 (C) 5 (D) 9
- 若正三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 的所有棱长都相等， D 是 A_1C_1 的中点，则直线 AD 与平面 B_1DC 所成角的正弦值为 ()
(A) $\frac{4}{5}$ (B) $\frac{3}{5}$ (C) $\frac{3}{4}$ (D) $\frac{\sqrt{5}}{5}$
- 设直线 a, b 的方向向量是 $\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2$ ，平面 α 的法向量是 $\mathbf{n}$ ，则下面命题中正确的是 ()
(A) 若 $\mathbf{e}_1 \parallel \mathbf{n}, \mathbf{e}_1 \perp \mathbf{e}_2$ ，则 $b \parallel \alpha$ (B) 若 $\mathbf{e}_1 \perp \mathbf{n}, \mathbf{e}_1 \perp \mathbf{e}_2$ ，则 $b \perp \alpha$
(C) 若 $\mathbf{e}_1 \parallel \mathbf{n}, b \subset \alpha$ ，则 $a \perp b$ (D) 若 $\mathbf{e}_1 \perp \mathbf{n}, \mathbf{e}_2 \perp \mathbf{n}$ ，则 $a \parallel b$
- 已知 O 为坐标原点，向量 $\overrightarrow{OA} = (2, -2, 3), \overrightarrow{OB} = (x, 1 - y, 4z)$ ，且平行四边形 $OACB$ 的对角线 OC 的中点 M 的坐标为 $(0, \frac{3}{2}, -\frac{1}{2})$ ，则 $(x, y, z) =$ ()
(A) $(-2, -4, -1)$ (B) $(-2, -4, 1)$ (C) $(-2, 4, -1)$ (D) $(2, -4, -1)$
- 在棱长为 a 的正方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中， M 是 AA_1 的中点，则点 A_1 到平面 MBD 的距离是 ()
(A) $\frac{\sqrt{6}a}{6}$ (B) $\frac{\sqrt{3}a}{6}$ (C) $\frac{\sqrt{3}a}{4}$ (D) $\frac{\sqrt{6}a}{3}$
- 已知向量 $\mathbf{a} = (1, 2, 3), \mathbf{b} = (-2, -4, -6), |\mathbf{c}| = \sqrt{14}$ ，若 $(\mathbf{a} + \mathbf{b}) \cdot \mathbf{c} = 7$ ，则 $\mathbf{a}$ 与 $\mathbf{c}$ 的夹角为 ()
(A) 30° (B) 60° (C) 120° (D) 150°

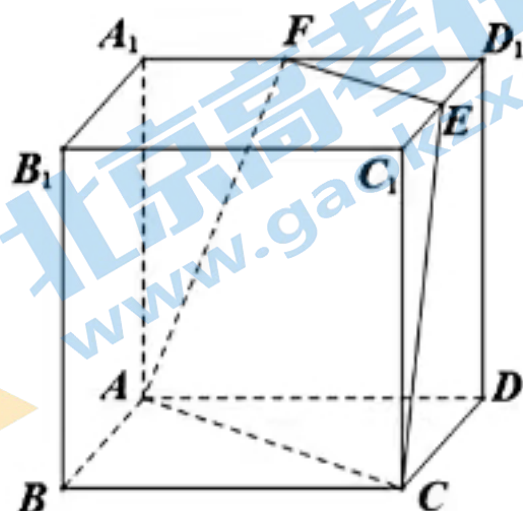
10. 如图, 在正方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中, 点 E, F 分别是棱 C_1D_1, A_1D_1 上的动点.

给出下面四个命题:

- ①直线 EF 与直线 AC 平行;
- ②若直线 AF 与直线 CE 共面, 则直线 AF 与直线 CE 相交;
- ③直线 EF 到平面 $ABCD$ 的距离为定值;
- ④直线 AF 与直线 CE 所成角的最大值是 $\frac{\pi}{3}$.

其中, 真命题的个数是 ()

- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4



二、填空题共 5 小题。

11. 若异面直线 l_1, l_2 的方向向量分别是 $\mathbf{a} = (0, -2, -1), \mathbf{b} = (2, 0, 4)$, 则异面直线 l_1 与 l_2 的夹角的余弦值等于 _____.

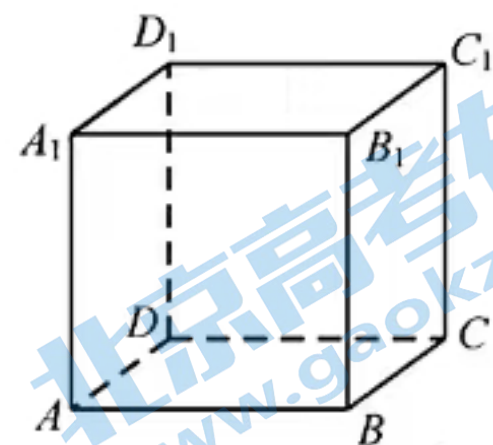
12. 已知 $\{\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3\}$ 是空间的一组基底, 若 $\lambda\mathbf{e}_1 + \mu\mathbf{e}_2 + \nu\mathbf{e}_3 = \mathbf{0}$, 则 $\lambda^2 + \mu^2 + \nu^2 =$ _____.

13. 已知点 $A(2, 0, 0), B(0, 2, 0), C(0, 0, 2)$, 则平面 ABC 的单位法向量是 _____.

14. 正方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 的棱长为 1, 动点 M 在线段 CC_1 上, 动点 P 在平面 $A_1B_1C_1D_1$ 上, 且 $AP \perp$ 平面 MBD_1 .

- (1) 当点 M 与点 C 重合时, 线段 AP 的长度为 _____;

- (2) 线段 AP 长度的最小值为 _____.



15. 若动点 P 是棱长为 1 的正方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 的对角线 BD_1 上一点, 记 $\lambda = \frac{D_1P}{D_1B}$, 则当 $\angle APC$ 为钝角时, λ 的取值范围为 _____.

三、解答题共 3 小题。解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程。

16. 已知向量 $\mathbf{a} = (1, 2, -2), \mathbf{b} = (-2, -4, 4), \mathbf{c} = (2, x, -4)$.

- (1) 判断 $\mathbf{a}, \mathbf{b}$ 的位置关系;

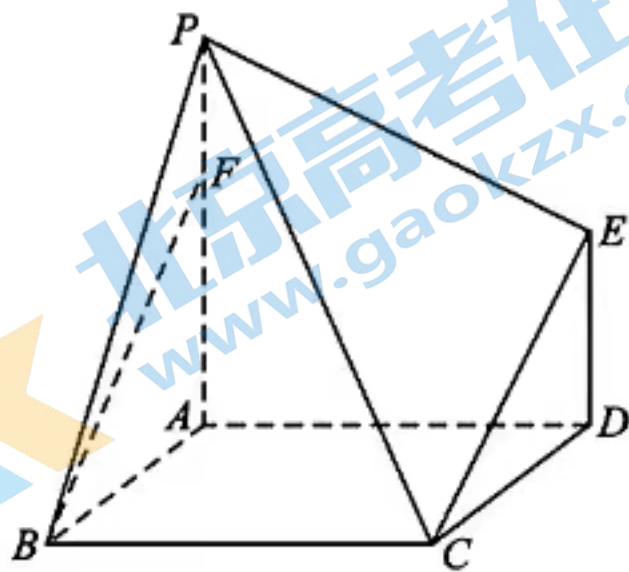
- (2) 若 $\mathbf{a} \parallel \mathbf{c}$, 求 $|\mathbf{c}|$;

- (3) 若 $(\mathbf{a} + 2\mathbf{c}) \perp (\mathbf{b} + \mathbf{c})$, 求 x 的值.

17. 如图, 四边形 $ABCD$ 是矩形, 平面 $PAB \perp$ 平面 $ABCD$, $DE \parallel PA$, $AB = DE = 1$, $AD = PA = 2$, $PB = \sqrt{5}$, 点 F 在棱 PA 上.

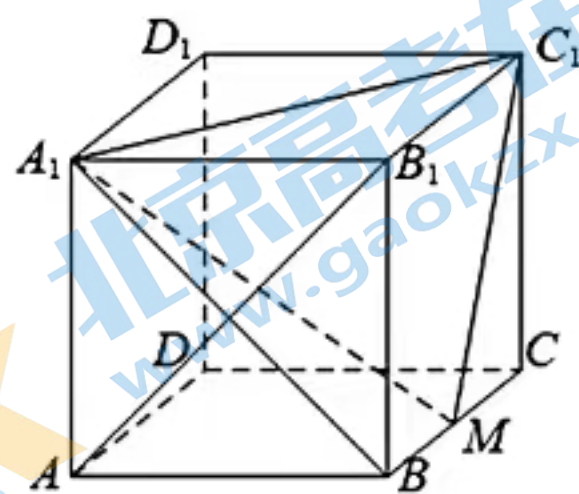
(1) 求证: $AD \perp BF$;

(2) 若 BF 与平面 PCE 所成角的正弦值为 $\frac{2}{15}$, 求 AF 的长.



18. 如图, 在棱长为 2 的正方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中, 点 M 是 BC 的中点.

- (1) 求证: $AB_1 \perp$ 平面 A_1BM ;
- (2) 求二面角 $B - A_1M - C_1$ 的大小;
- (3) 求点 A 到平面 A_1MC_1 的距离.



关于我们

北京高考在线创办于 2014 年，隶属于北京太星网络科技有限公司，是北京地区极具影响力的中学升学服务平台。主营业务涵盖：北京新高考、高中生涯规划、志愿填报、强基计划、综合评价招生和学科竞赛等。

北京高考在线旗下拥有网站门户、微信公众平台等全媒体矩阵生态平台。平台活跃用户 50W+，网站年度流量数千万量级。用户群体立足于北京，辐射全国 31 省市。

北京高考在线平台一直秉承“精益求精、专业严谨”的建设理念，不断探索“K12 教育+互联网+大数据”的运营模式，尝试基于大数据理论为广大中学和家长提供新鲜的高考资讯、专业的高考政策解读、科学的升学规划等，为广大高校、中学和教科研单位提供“衔接和桥梁纽带”作用。

平台自创办以来，为众多重点大学发现和推荐优秀生源，和北京近百所中学达成合作关系，累计举办线上线下升学公益讲座数千场，帮助数十万考生顺利通过考入理想大学，在家长、考生、中学和社会各界具有广泛的口碑影响力

未来，北京高考在线平台将立足于北京新高考改革，基于对北京高考政策研究及北京高校资源优势，更好的服务全国高中家长和学生。

推荐大家关注北京高考在线网站官方微信公众号：京考一点通，我们会持续为大家整理分享最新的高中升学资讯、政策解读、热门试题答案、招生通知等内容！



微信搜一搜



京考一点通