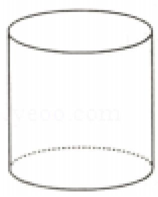
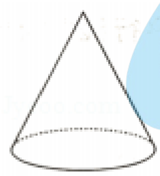
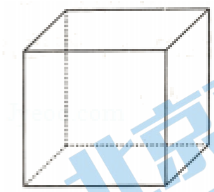
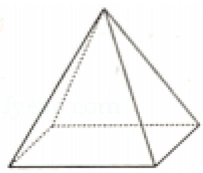
2018 北京中考数学

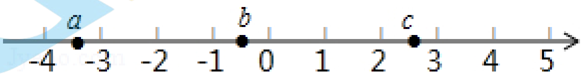
一、选择题（本题共 16 分，每小题 2 分）第 1-8 题均有四个选项，符合题意的选项只有一个．

1．（2 分）下列几何体中，是圆柱的为（　　）

A. 　B. 

C. 　D. 

2．（2 分）实数 a，b，c 在数轴上的对应点的位置如图所示，则正确的结论是（　　）



A．$|a|>4$　　B．$c-b>0$　　C．$ac>0$　　D．$a+c>0$

3．（2 分）方程组 $\begin{cases}x-y=3\\3x-8y=14\end{cases}$ 的解为（　　）

A．$\begin{cases}x=-1\\y=2\end{cases}$　　B．$\begin{cases}x=1\\y=-2\end{cases}$　　C．$\begin{cases}x=-2\\y=1\end{cases}$　　D．$\begin{cases}x=2\\y=-1\end{cases}$

4．（2 分）被誉为“中国天眼”的世界上最大的单口径球面射电望远镜 *FAST* 的反射面总面积相当于 35 个标准足球场的总面积．已知每个标准足球场的面积为 $7140m^2$，则 *FAST* 的反射面总面积约为（　　）

A．$7.14\times10^3m^2$　　B．$7.14\times10^4m^2$　　C．$2.5\times10^5m^2$　　D．$2.5\times10^6m^2$

5．（2 分）若正多边形的一个外角是 60°，则该正多边形的内角和为（　　）

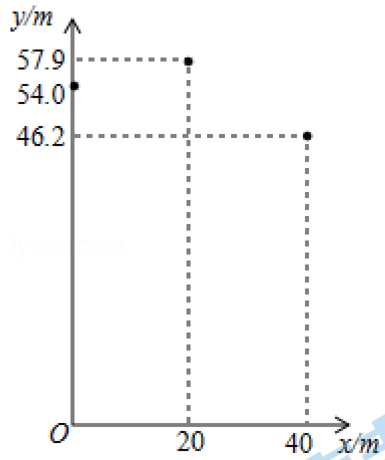
A．360°　　B．540°　　C．720°　　D．900°

6．（2 分）如果 $a-b=2\sqrt{3}$，那么代数式 $\left(\frac{a^2+b^2}{2a}-b\right)\cdot\frac{a}{a-b}$ 的值为（　　）

A．$\sqrt{3}$　　B．$2\sqrt{3}$　　C．$3\sqrt{3}$　　D．$4\sqrt{3}$

7．（2 分）跳台滑雪是冬季奥运会比赛项目之一，运动员起跳后的飞行路线可以看作是抛物线的一部分，运动员起跳后的竖直高度 y（单位：m）与水平距离 x（单位：m）近似满足函数关系 $y=ax^2+bx+c$（$a\neq0$）．如图记录

了某运动员起跳后的 x 与 y 的三组数据，根据上述函数模型和数据，可推断出该运动员起跳后飞行到最高点时，水平距离为（　　）



A．10m　　　B．15m　　　C．20m　　　D．22.5m

8．（2 分）如图是老北京城一些地点的分布示意图．在图中，分别以正东、正北方向为 x 轴、y 轴的正方向建立平面直角坐标系，有如下四个结论：

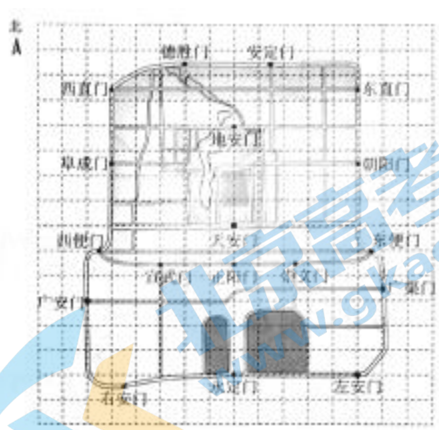
①当表示天安门的点的坐标为（0，0），表示广安门的点的坐标为（－6，－3）时，表示左安门的点的坐标为（5，－6）；

②当表示天安门的点的坐标为（0，0），表示广安门的点的坐标为（－12，－6）时，表示左安门的点的坐标为（10，－12）；

③当表示天安门的点的坐标为（1，1），表示广安门的点的坐标为（－11，－5）时，表示左安门的点的坐标为（11，－11）；

④当表示天安门的点的坐标为（1.5，1.5），表示广安门的点的坐标为（－16.5，－7.5）时，表示左安门的点的坐标为（16.5，－16.5）．

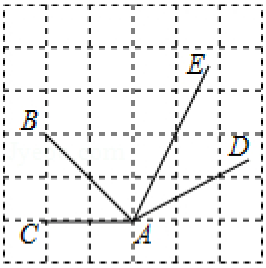
上述结论中，所有正确结论的序号是（　　）



A．①②③　　　B．②③④　　　C．①④　　　D．①②③④

二、填空题（本题共 16 分，每小题 2 分）

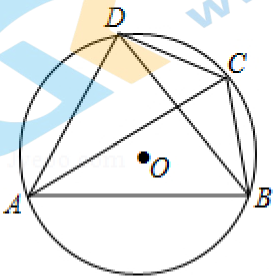
9. （2 分）如图所示的网格是正方形网格，$\angle BAC$______$\angle DAE$．（填“＞”，“＝”或“＜”）



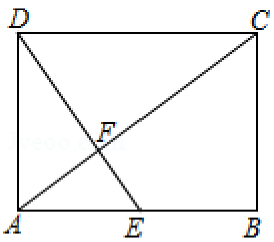
10. （2 分）若$\sqrt{x}$在实数范围内有意义，则实数 x 的取值范围是______．

11. （2 分）用一组 a，b，c 的值说明命题“若 $a<b$，则 $ac<bc$”是错误的，这组值可以是 $a=$______，$b=$______，$c=$______．

12. （2 分）如图，点 A，B，C，D 在⊙O 上，$\overset{\frown}{CB}=\overset{\frown}{CD}$，$\angle CAD=30°$，$\angle ACD=50°$，则$\angle ADB=$______．



13. （2 分）如图，在矩形 $ABCD$ 中，E 是边 AB 的中点，连接 DE 交对角线 AC 于点 F，若 $AB=4$，$AD=3$，则 CF 的长为______．



14. （2 分）从甲地到乙地有 A，B，C 三条不同的公交线路．为了解早高峰期间这三条线路上的公交车从甲地到乙地的用时情况，在每条线路上随机选取了 500 个班次的公交车，收集了这些班次的公交车用时（单位：分钟）的数据，统计如下：

公交车用时 公交车用时的频数 线路	$30\leqslant t\leqslant 35$	$35<t\leqslant 40$	$40<t\leqslant 45$	$45<t\leqslant 50$	合计

A	59	151	166	124	500
B	50	50	122	278	500
C	45	265	167	23	500

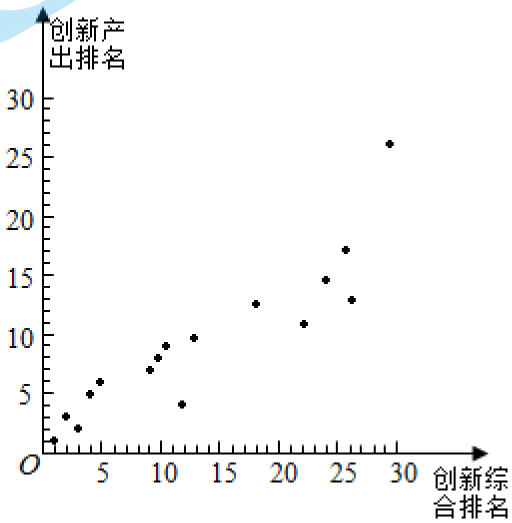
早高峰期间，乘坐_______（填“A”，“B”或“C”）线路上的公交车，从甲地到乙地“用时不超过 45 分钟”的可能性最大.

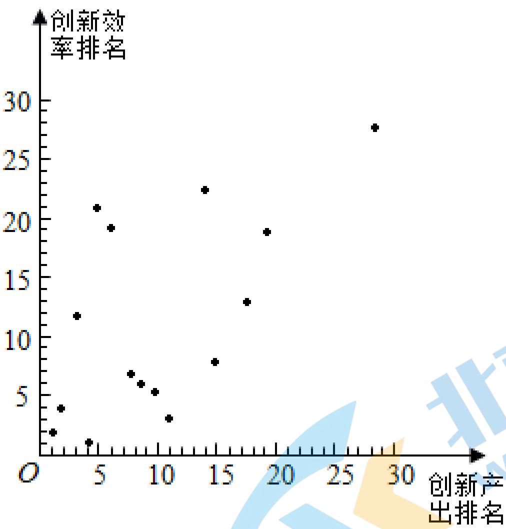
15. （2 分）某公园划船项目收费标准如下：

船型	两人船（限乘两人）	四人船（限乘四人）	六人船（限乘六人）	八人船（限乘八人）
每船租金（元/小时）	90	100	130	150

某班 18 名同学一起去该公园划船，若每人划船的时间均为 1 小时，则租船的总费用最低为_______元.

16. （2 分）2017 年，部分国家及经济体在全球的创新综合排名、创新产出排名和创新效率排名情况如图所示，中国创新综合排名全球第 22，创新效率排名全球第_______.



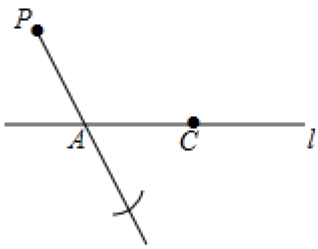


三、解答题（本题共 68 分，第 17-22 题，每小题 5 分，第 23-26 题，每小题 5 分，第 27，28 题，每小题 5 分）解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程.

17. （5 分）下面是小东设计的“过直线外一点作这条直线的平行线”的尺规作图过程.

已知：直线 l 及直线 l 外一点 P.

求作：直线 PQ，使得 $PQ // l$.



作法：如图，

①在直线 l 上取一点 A，作射线 PA，以点 A 为圆心，AP 长为半径画弧，交 PA 的延长线于点 B;

②在直线 l 上取一点 C（不与点 A 重合），作射线 BC，以点 C 为圆心，CB 长为半径画弧，交 BC 的延长线于点 Q;

③作直线 PQ. 所以直线 PQ 就是所求作的直线.

根据小东设计的尺规作图过程，

（1）使用直尺和圆规，补全图形；（保留作图痕迹）

（2）完成下面的证明.

证明：∵ AB=_______，CB=_______，

∴ $PQ // l$（_______）（填推理的依据）.

18. （5 分）计算 $4\sin45^\circ+(\pi-2)^0-\sqrt{18}+|-1|$

19. （5 分）解不等式组：$\begin{cases}3(x+1)>x-1\\ \dfrac{x+9}{2}>2x\end{cases}$

20. （5 分）关于 x 的一元二次方程 $ax^2+bx+1=0$.

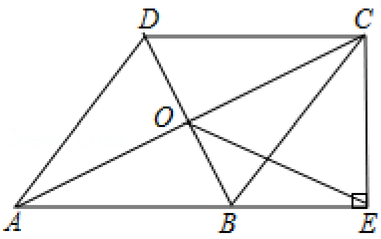
（1）当 $b=a+2$ 时，利用根的判别式判断方程根的情况；

（2）若方程有两个相等的实数根，写出一组满足条件的 a，b 的值，并求此时方程的根.

21. （5 分）如图，在四边形 $ABCD$ 中，$AB // DC$，$AB=AD$，对角线 AC，BD 交于点 O，AC 平分∠BAD，过点 C 作 $CE\perp AB$ 交 AB 的延长线于点 E，连接 OE.

（1）求证：四边形 $ABCD$ 是菱形；

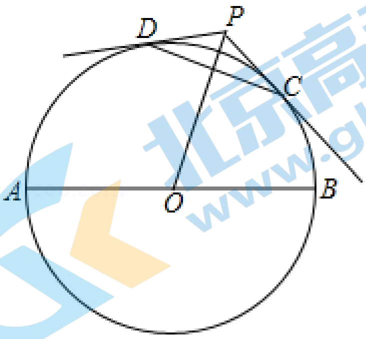
（2）若 $AB=\sqrt{5}$，$BD=2$，求 OE 的长.



22. （5 分）如图，AB 是⊙O 的直径，过⊙O 外一点 P 作⊙O 的两条切线 PC，PD，切点分别为 C，D，连接 OP，CD.

（1）求证：$OP\perp CD$；

（2）连接 AD，BC，若∠DAB＝50°，∠CBA＝70°，OA＝2，求 OP 的长.



23. （6 分）在平面直角坐标系 xOy 中，函数 $y=\frac{k}{x}$（$x>0$）的图象 G 经过点 A（4，1），直线 l：$y=\frac{1}{4}x+b$ 与图象 G 交于点 B，与 y 轴交于点 C.

（1）求 k 的值；

（2）横、纵坐标都是整数的点叫做整点．记图象 G 在点 A，B 之间的部分与线段 OA，OC，BC 围成的区域（不含边界）为 W.

①当 $b=-1$ 时，直接写出区域 W 内的整点个数；

②若区域 W 内恰有 4 个整点，结合函数图象，求 b 的取值范围.

24. （6 分）如图，Q 是 $\overset{\frown}{AB}$ 与弦 AB 所围成的图形的内部的一定点，P 是弦 AB 上一动点，连接 PQ 并延长交 $\overset{\frown}{AB}$ 于点 C，连接 AC．已知 AB＝6cm，设 A，P 两点间的距离为 xcm，P，C 两点间的距离为 y_1cm，A，C 两点间的距离为 y_2cm.

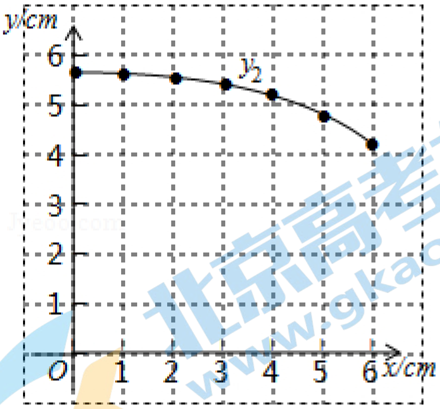
小腾根据学习函数的经验，分别对函数 y_1，y_2 随自变量 x 的变化而变化的规律进行了探究.

下面是小腾的探究过程，请补充完整：

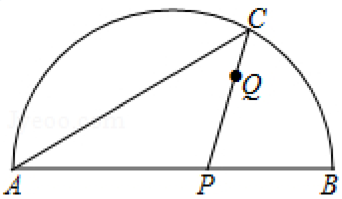
（1）按照下表中自变量 x 的值进行取点、画图、测量，分别得到了 y_1，y_2 与 x 的几组对应值；

x/cm	0	1	2	3	4	5	6
y_1/cm	5.62	4.67	3.76		2.65	3.18	4.37
y_2/cm	5.62	5.59	5.53	5.42	5.19	4.73	4.11

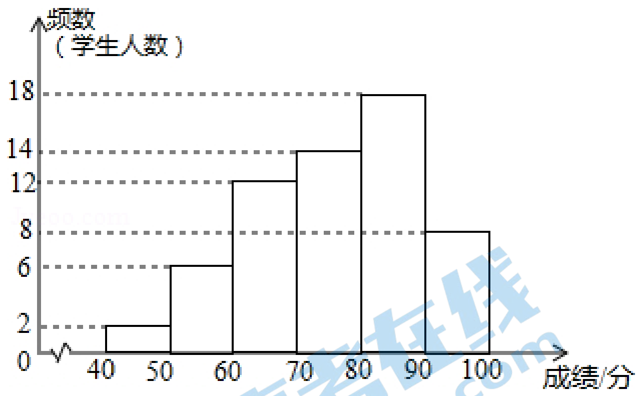
（2）在同一平面直角坐标系 xOy 中，描出补全后的表中各组数值所对应的点（x，y_1），（x，y_2），并画出函数 y_1，y_2 的图象；



（3）结合函数图象，解决问题：当△APC 为等腰三角形时，AP 的长度约为________cm.



25. （6 分）某年级共有 300 名学生．为了解该年级学生 A，B 两门课程的学习情况，从中随机抽取 60 名学生进行测试，获得了他们的成绩（百分制），并对数据（成绩）进行整理、描述和分析．下面给出了部分信息．



a．A 课程成绩的频数分布直方图如下（数据分成 6 组：$40\leqslant x<50$，$50\leqslant x<60$，$60\leqslant x<70$，$70\leqslant x<80$，$80\leqslant x<90$，$90\leqslant x\leqslant 100$）：

b．A 课程成绩在 $70\leqslant x<80$ 这一组的是：70　71　71　71　76　76　77　78　78.5　78.5　79　79　79　79.5

c．A，B 两门课程成绩的平均数、中位数、众数如下：

课程	平均数	中位数	众数
A	75.8	m	84.5
B	72.2	70	83

根据以上信息，回答下列问题：

（1）写出表中 m 的值；

（2）在此次测试中，某学生的 A 课程成绩为 76 分，B 课程成绩为 71 分，这名学生成绩排名更靠前的课程是（填“A“或“B“），理由是_______，

（3）假设该年级学生都参加此次测试，估计 A 课程成绩跑过 75.8 分的人数．

26．（6 分）在平面直角坐标系 xOy 中，直线 $y=4x+4$ 与 x 轴，y 轴分别交于点 A，B，抛物线 $y=ax^2+bx-3a$ 经过点 A，将点 B 向右平移 5 个单位长度，得到点 C．

（1）求点 C 的坐标；

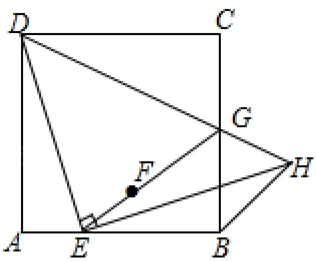
（2）求抛物线的对称轴；

（3）若抛物线与线段 BC 恰有一个公共点，结合函数图象，求 a 的取值范围．

27．（7 分）如图，在正方形 $ABCD$ 中，E 是边 AB 上的一动点（不与点 A、B 重合），连接 DE，点 A 关于直线 DE 的对称点为 F，连接 EF 并延长交 BC 于点 G，连接 DG，过点 E 作 $EH\perp DE$ 交 DG 的延长线于点 H，连接 BH．

（1）求证：$GF=GC$；

（2）用等式表示线段 BH 与 AE 的数量关系，并证明．



28．（7 分）对于平面直角坐标系 xOy 中的图形 M，N，给出如下定义：P 为图形 M 上任意一点，Q 为图形 N 上任意一点，如果 P，Q 两点间的距离有最小值，那么称这个最小值为图形 M，N 间的“闭距离“，记作 d（M，N）．

已知点 A（－2，6），B（－2，－2），C（6，－2）．

（1）求 d（点 O，$\triangle ABC$）；

（2）记函数 $y=kx$（$-1\leqslant x\leqslant 1$，$k\neq 0$）的图象为图形 G．若 d（G，$\triangle ABC$）＝1，直接写出 k 的取值范围；

（3）$\odot T$的圆心为 T（t，0），半径为1．若 d（$\odot T$，$\triangle ABC$）$=1$，直接写出 t 的取值范围．

2018 北京中考数学参考答案

一、选择题（本题共 16 分，每小题 2 分）第 1-8 题均有四个选项，符合题意的选项只有一个.

1. 【分析】根据立体图形的定义及其命名规则逐一判断即可.

【解答】解：*A*、此几何体是圆柱体；

B、此几何体是圆锥体；

C、此几何体是正方体；

D、此几何体是四棱锥；

故选：*A*.

【点评】本题主要考查立体图形，解题的关键是认识常见的立体图形，如：长方体、正方体、圆柱、圆锥、球、棱柱、棱锥等．能区分立体图形与平面图形，立体图形占有一定空间，各部分不都在同一平面内.

2. 【分析】本题由图可知，a、b、c 绝对值之间的大小关系，从而判断四个选项的对错.

【解答】解：∵ $-4<a<-3$ ∴ $|a|<4$ ∴ A 不正确；

又∵ $a<0$　　$c>0$ ∴ $ac<0$ ∴ C 不正确；

又∵ $a<-3$　　$c<3$ ∴ $a+c<0$ ∴ D 不正确；

又∵ $c>0$　　$b<0$ ∴ $c-b>0$ ∴ B 正确；

故选：*B*.

【点评】本题主要考查了实数的绝对值及加减计算之间的关系，关键是判断正负.

3. 【分析】方程组利用加减消元法求出解即可；

【解答】解：$\begin{cases} x-y=3① \\ 3x-8y=14② \end{cases}$，

①×3－②得：$5y=-5$，即 $y=-1$，

将 $y=-1$ 代入①得：$x=2$，

则方程组的解为 $\begin{cases} x=2 \\ y=-1 \end{cases}$；

故选：*D*.

【点评】此题考查了解二元一次方程组，熟练掌握运算法则是解本题的关键.

4．【分析】先计算 $FAST$ 的反射面总面积，再根据科学记数法表示出来，科学记数法的表示形式为 $a\times10^n$，其中 $1\leqslant|a|<10$，n 为整数．确定 n 的值是易错点，由于 249900≈250000 有 6 位，所以可以确定 $n=6-1=5$．

【解答】解：根据题意得：$7140\times35=249900\approx2.5\times10^5$（$m^2$）

故选：C．

【点评】此题考查科学记数法表示较大的数的方法，准确确定 a 与 n 值是关键．

5．【分析】根据多边形的边数与多边形的外角的个数相等，可求出该正多边形的边数，再由多边形的内角和公式求出其内角和；根据一个外角得 60°，可知对应内角为 120°，很明显内角和是外角和的 2 倍即 720．

【解答】解：该正多边形的边数为：$360°\div60°=6$，

该正多边形的内角和为：$(6-2)\times180°=720°$．

故选：C．

【点评】本题考查了多边形的内角与外角，熟练掌握多边形的外角和与内角和公式是解答本题的关键．

6．【分析】先将括号内通分，再计算括号内的减法、同时将分子因式分解，最后计算乘法，继而代入计算可得．

【解答】解：原式$=\left(\dfrac{a^2+b^2}{2a}-\dfrac{2ab}{2a}\right)\cdot\dfrac{a}{a-b}$

$=\dfrac{(a-b)^2}{2a}\cdot\dfrac{a}{a-b}$

$=\dfrac{a-b}{2}$，

当 $a-b=2\sqrt{3}$ 时，

原式$=\dfrac{2\sqrt{3}}{2}=\sqrt{3}$，

故选：A．

【点评】本题主要考查分式的化简求值，解题的关键是熟练掌握分式的混合运算顺序和运算法则．

7．【分析】将点（0，54.0）、（40，46.2）、（20，57.9）分别代入函数解析式，求得系数的值；然后由抛物线的对称轴公式可以得到答案．

【解答】解：根据题意知，抛物线 $y=ax^2+bx+c$（$a\neq0$）经过点（0，54.0）、（40，46.2）、（20，57.9），

则 $\begin{cases}c=54.0\\1600a+40b+c=46.2\\400a+20b+c=57.9\end{cases}$

解得$\begin{cases}a=-0.0195\\ b=0.585\\ c=54.0\end{cases}$，

所以 $x=-\frac{b}{2a}=\frac{0.585}{2\times(-0.0195)}=15$（$m$）．

故选：B.

【点评】考查了二次函数的应用，此题也可以将所求得的抛物线解析式利用配方法求得顶点式方程，然后直接得到抛物线顶点坐标，由顶点坐标推知该运动员起跳后飞行到最高点时，水平距离．

8．【分析】由天安门和广安门的坐标确定出每格表示的长度，再进一步得出左安门的坐标即可判断．

【解答】解：①当表示天安门的点的坐标为（0，0），表示广安门的点的坐标为（﹣6，﹣3）时，表示左安门的点的坐标为（5，﹣6），此结论正确；

②当表示天安门的点的坐标为（0，0），表示广安门的点的坐标为（﹣12，﹣6）时，表示左安门的点的坐标为（10，﹣12），此结论正确；

③当表示天安门的点的坐标为（1，1），表示广安门的点的坐标为（﹣11，﹣5）时，表示左安门的点的坐标为（11，﹣11），此结论正确；

④当表示天安门的点的坐标为（1.5，1.5），表示广安门的点的坐标为（﹣16.5，﹣7.5）时，表示左安门的点的坐标为（16.5，﹣16.5），此结论正确．

故选：D.

【点评】本题主要考查坐标确定位置，解题的关键是确定原点位置及各点的横纵坐标．

二、填空题（本题共 16 分，每小题 2 分）

9．【分析】作辅助线，构建三角形及高线 NP，先利用面积法求高线 $PN=\frac{3}{\sqrt{5}}$，再分别求$\angle BAC$、$\angle DAE$的正弦，根据正弦值随着角度的增大而增大，作判断．

【解答】解：连接 NH，BC，过 N 作 $NP\perp AD$ 于 P，

$S_{\triangle ANH}=2\times2-\frac{1}{2}\times1\times2\times2-\frac{1}{2}\times1\times1=\frac{1}{2}AH\cdot NP$，

$\frac{3}{2}=\frac{\sqrt{5}}{2}PN$，

$PN=\frac{3}{\sqrt{5}}$，

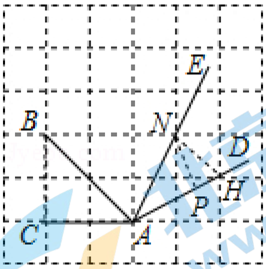
Rt△ANP中，$\sin\angle NAP=\frac{PN}{AN}=\frac{\frac{3}{\sqrt{5}}}{\sqrt{5}}=\frac{3}{5}=0.6$，

Rt△ABC中，$\sin\angle BAC=\frac{BC}{AB}=\frac{2}{2\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}}{2}>0.6$，

∵正弦值随着角度的增大而增大，

∴$\angle BAC>\angle DAE$，

故答案为：>.



【点评】本题考查了锐角三角函数的增减性，构建直角三角形求角的三角函数值进行判断，熟练掌握锐角三角函数的增减性是关键.

10. 【分析】根据二次根式有意义的条件可求出 x 的取值范围.

【解答】解：由题意可知：$x\geqslant 0$.

故答案为：$x\geqslant 0$.

【点评】本题考查二次根式有意义，解题的关键正确理解二次根式有意义的条件，本题属于基础题型.

11. 【分析】根据题意选择 a、b、c 的值即可.

【解答】解：当 $a=1$，$b=2$，$c=-2$ 时，$1<2$，而 $1\times(-1)>2\times(-1)$，

∴命题“若 $a<b$，则 $ac<bc$”是错误的，

故答案为：1；2；－1.

【点评】本题考查了命题与定理，要说明一个命题的正确性，一般需要推理、论证，而判断一个命题是假命题，只需举出一个反例即可.

12. 【分析】直接利用圆周角定理以及结合三角形内角和定理得出$\angle ACB=\angle ADB=180°-\angle CAB-\angle ABC$，进而得出答案.

【解答】解：∵ $\overset{\frown}{CB}=\overset{\frown}{CD}$，$\angle CAD=30°$，

∴$\angle CAD=\angle CAB=30°$，

∴$\angle DBC=\angle DAC=30°$，

∵$\angle ACD=50°$，

∴$\angle ABD=50°$，

∴$\angle ACB=\angle ADB=180°-\angle CAB-\angle ABC=180°-50°-30°-30°=70°$．

故答案为：$70°$．

【点评】此题主要考查了圆周角定理以及三角形内角和定理，正确得出$\angle ABD$度数是解题关键．

13．【分析】根据矩形的性质可得出$AB\parallel CD$，进而可得出$\angle FAE=\angle FCD$，结合$\angle AFE=\angle CFD$（对顶角相等）可得出$\triangle AFE\backsim\triangle CFD$，利用相似三角形的性质可得出$\frac{CF}{AF}=\frac{CD}{AE}=2$，利用勾股定理可求出$AC$的长度，再结合$CF=\frac{CF}{CF+AF}\cdot AC$，即可求出$CF$的长．

【解答】解：∵四边形$ABCD$为矩形，

∴$AB=CD$，$AD=BC$，$AB\parallel CD$，

∴$\angle FAE=\angle FCD$，

又∵$\angle AFE=\angle CFD$，

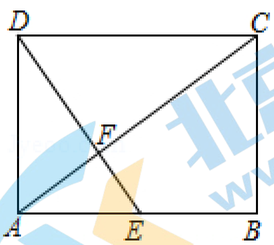
∴$\triangle AFE\backsim\triangle CFD$，

∴$\frac{CF}{AF}=\frac{CD}{AE}=2$．

∵$AC=\sqrt{AB^2+BC^2}=5$，

∴$CF=\frac{CF}{CF+AF}\cdot AC=\frac{2}{2+1}\times5=\frac{10}{3}$．

故答案为：$\frac{10}{3}$．



【点评】本题考查了相似三角形的判定与性质、矩形的性质以及勾股定理，利用相似三角形的性质找出 $CF=2AF$ 是解题的关键．

14．【分析】分别计算出用时不超过 45 分钟的可能性大小即可得．

【解答】解：∵A 线路公交车用时不超过 45 分钟的可能性为$\frac{59+151+166}{500}$＝0.752，

B 线路公交车用时不超过 45 分钟的可能性为$\frac{50+50+122}{500}$＝0.444，

C 线路公交车用时不超过 45 分钟的可能性为$\frac{45+265+167}{500}$＝0.954，

∴C 线路上公交车用时不超过 45 分钟的可能性最大，

故答案为：C.

【点评】本题主要考查可能性的大小，解题的关键是掌握频数估计概率思想的运用．

15．【分析】分四类情况，分别计算即可得出结论．

【解答】解：∵共有 18 人，

当租两人船时，∴18÷2＝9（艘），∵每小时 90 元，∴租船费用为 90×9＝810 元，

当租四人船时，∵18÷4＝4 余 2 人，∴要租 4 艘四人船和 1 艘两人船，∵四人船每小时 100 元，

∴租船费用为 100×4+90＝490 元，

当租六人船时，∵18÷6＝3（艘），∵每小时 130 元，∴租船费用为 130×3＝390 元，

当租八人船时，∵18÷8＝2 余 2 人，∴要租 2 艘八人船和 1 艘两人船，∵8 人船每小时 150 元，

∴租船费用 150×2+90＝390 元

当租 1 艘四人船，1 艘 6 人船，1 艘 8 人船，100+130+150＝380 元

∴租船费用为 150×2+90＝390 元，而 810＞490＞390＞380，

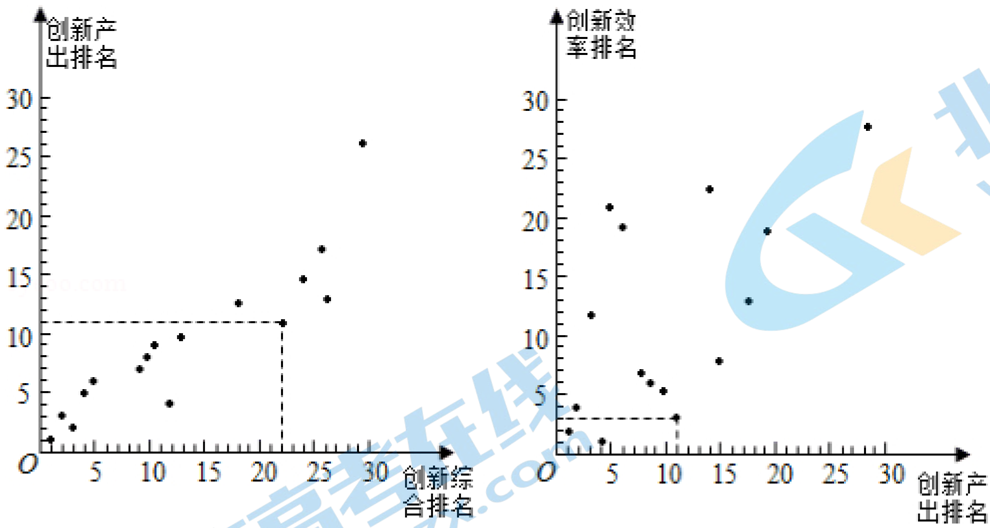
∴当租 1 艘四人船，1 艘 6 人船，1 艘 8 人船费用最低是 380 元，

故答案为：380．

【点评】此题主要考查了有理数的运算，用分类讨论的思想解决问题是本题的关键．

16．【分析】两个排名表相互结合即可得到答案．

【解答】解：根据中国创新综合排名全球第 22，在坐标系中找到对应的中国创新产出排名为第 11，再根据中国创新产出排名为第 11 在另一排名中找到创新效率排名为第 3



故答案为：3

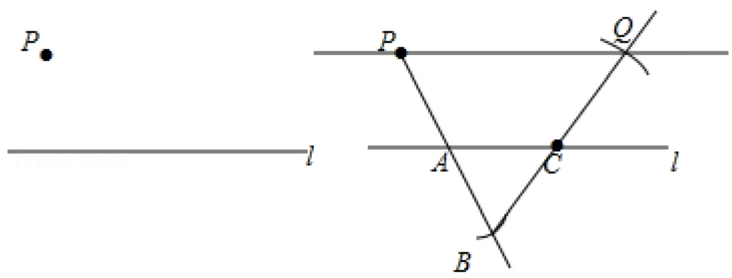
【点评】本题考查平面直角坐标系中点的坐标确定问题，解答时注意根据具体题意确定点的位置和坐标．

三、解答题（本题共 68 分，第 17-22 题，每小题 5 分，第 23-26 题，每小题 5 分，第 27，28 题，每小题 5 分）解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程．

17．【分析】（1）根据题目要求作出图形即可；

（2）利用三角形中位线定理证明即可；

【解答】（1）解：直线 PQ 如图所示；



（2）证明：∵$AB=AP$，$CB=CQ$，

∴$PQ\parallel l$（三角形中位线定理）．

故答案为：AP，CQ，三角形中位线定理；

【点评】本题考查作图－复杂作图，平行线的判定和性质等知识，解题的关键是灵活运用所学知识解决问题，属于中考常考题型．

18．【分析】直接利用特殊角的三角函数值以及零指数幂的性质和二次根式的性质分别化简得出答案．

【解答】解：原式$=4\times\frac{\sqrt{2}}{2}+1-3\sqrt{2}+1$

$=-\sqrt{2}+2$.

【点评】此题主要考查了实数运算，正确化简各数是解题关键．

19. 【分析】先求出每个不等式的解集，再求出不等式组的解集即可．

【解答】解：$\begin{cases}3(x+1)>x-1① \\ \frac{x+9}{2}>2x②\end{cases}$

∵解不等式①得：$x>-2$，

解不等式②得：$x<3$，

∴不等式组的解集为$-2<x<3$．

【点评】本题考查了解一元一次不等式组，能根据不等式的解集得出不等式组的解集是解此题的关键．

20. 【分析】（1）计算判别式的值得到$\triangle=a^2+4$，则可判断$\triangle>0$，然后根据判别式的意义判断方程根的情况；

（2）利用方程有两个相等的实数根得到$\triangle=b^2-4a=0$，设$b=2$，$a=1$，方程变形为$x^2+2x+1=0$，然后解方程即可．

【解答】解：（1）$a\neq0$，

$\triangle=b^2-4a=(a+2)^2-4a=a2+4a+4-4a=a^2+4$，

∵$a^2>0$，

∴$\triangle>0$，

∴方程有两个不相等的实数根；

（2）∵方程有两个相等的实数根，

∴$\triangle=b^2-4a=0$，

若$b=2$，$a=1$，则方程变形为$x^2+2x+1=0$，解得$x_1=x_2=-1$．

【点评】本题考查了根的判别式：一元二次方程$ax^2+bx+c=0$（$a\neq0$）的根与$\triangle=b^2-4ac$有如下关系：当$\triangle>0$时，方程有两个不相等的实数根；当$\triangle=0$时，方程有两个相等的实数根；当$\triangle<0$时，方程无实数根．

21. 【分析】（1）先判断出$\angle OAB=\angle DCA$，进而判断出$\angle DAC=\angle DAC$，得出$CD=AD=AB$，即可得出结论；

（2）先判断出$OE=OA=OC$，再求出$OB=1$，利用勾股定理求出OA，即可得出结论．

【解答】解：（1）∵$AB//CD$，

∴$\angle OAB=\angle DCA$，

∵AC为$\angle DAB$的平分线，

∴$\angle OAB=\angle DAC$，

∴$\angle DCA=\angle DAC$，

∴$CD=AD=AB$，

∵$AB//CD$，

∴四边形$ABCD$是平行四边形，

∵$AD=AB$，

∴▱$ABCD$是菱形；

（2）∵四边形$ABCD$是菱形，

∴$OA=OC$，$BD\perp AC$，∵$CE\perp AB$，

∴$OE=OA=OC$，

∵$BD=2$，

∴$OB=\frac{1}{2}BD=1$，

在Rt△AOB中，$AB=\sqrt{5}$，$OB=1$，

∴$OA=\sqrt{AB^2-OB^2}=2$，

∴$OE=OA=2$．

【点评】此题主要考查了菱形的判定和性质，平行四边形的判定和性质，角平分线的定义，勾股定理，判断出$CD=AD=AB$是解本题的关键．

22．【分析】（1）先判断出Rt△ODP≌Rt△OCP，得出$\angle DOP=\angle COP$，即可得出结论；

（2）先求出$\angle COD=60°$，得出△OCD是等边三角形，最后用锐角三角函数即可得出结论．

【解答】解：（1）连接OC，OD，

∴$OC=OD$，

∵PD，PC是⊙O的切线，

∵$\angle ODP=\angle OCP=90°$，

在 Rt△ODP 和 Rt△OCP 中，$\begin{cases} OD=OC \\ OP=OP \end{cases}$，

∴Rt△ODP≌Rt△OCP，

∴$\angle DOP=\angle COP$，

∵$OD=OC$，

∴$OP\perp CD$；

（2）如图，连接 OD，OC，

∴$OA=OD=OC=OB=2$，

∴$\angle ADO=\angle DAO=50°$，$\angle BCO=\angle CBO=70°$，

∴$\angle AOD=80°$，$\angle BOC=40°$，

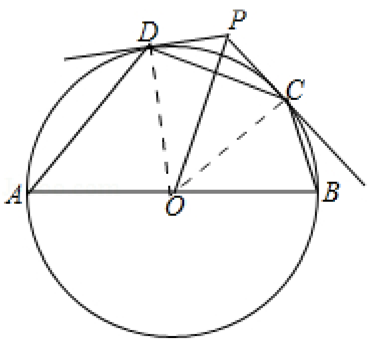
∴$\angle COD=60°$，

∵$OD=OC$，

∴△COD 是等边三角形，

由（1）知，$\angle DOP=\angle COP=30°$，

在 Rt△ODP 中，$OP=\dfrac{OD}{\cos 30°}=\dfrac{4\sqrt{3}}{3}$.



【点评】此题主要考查了等腰三角形的性质，切线的性质，全等三角形的判定和性质，锐角三角函数，正确作出辅助线是解本题的关键.

23. 【分析】（1）把 A（4，1）代入 $y=\dfrac{k}{x}$ 中可得 k 的值；

（2）直线 OA 的解析式为：$y=\dfrac{1}{4}x$，可知直线 l 与 OA 平行，

①将 $b=-1$ 时代入可得：直线解析式为 $y=\frac{1}{4}x-1$，画图可得整点的个数；

②分两种情况：直线 l 在 OA 的下方和上方，

画图计算边界时点 b 的值，可得 b 的取值．

【解答】解：（1）把 A（4，1）代入 $y=\frac{k}{x}$ 得 $k=4\times1=4$；

（2）①当 $b=-1$ 时，直线解析式为 $y=\frac{1}{4}x-1$，

解方程 $\frac{4}{x}=\frac{1}{4}x-1$ 得 $x_1=2-2\sqrt{5}$（舍去），$x_2=2+2\sqrt{5}$，则 B（$2+2\sqrt{5}$，$\frac{\sqrt{5}-1}{2}$），

而 C（0，-1），

如图 1 所示，区域 W 内的整点有（1，0），（2，0），（3，0），有 3 个；

②如图 2，直线 l 在 OA 的下方时，当直线 l：$y=\frac{1}{4}x+b$ 过（1，-1）时，$b=-\frac{5}{4}$，

且经过（5，0），

∴区域 W 内恰有 4 个整点，b 的取值范围是 $-\frac{5}{4}\leqslant b<-1$．

如图 3，直线 l 在 OA 的上方时，

∵点（2，2）在函数 $y=\frac{k}{x}$（$x>0$）的图象 G，

当直线 l：$y=\frac{1}{4}x+b$ 过（1，2）时，$b=\frac{7}{4}$，

当直线 l：$y=\frac{1}{4}x+b$ 过（1，3）时，$b=\frac{11}{4}$，

∴区域 W 内恰有 4 个整点，b 的取值范围是 $\frac{7}{4}<b\leqslant\frac{11}{4}$．

综上所述，区域 W 内恰有 4 个整点，b 的取值范围是 $-\frac{5}{4}\leqslant b<-1$ 或 $\frac{7}{4}<b\leqslant\frac{11}{4}$．

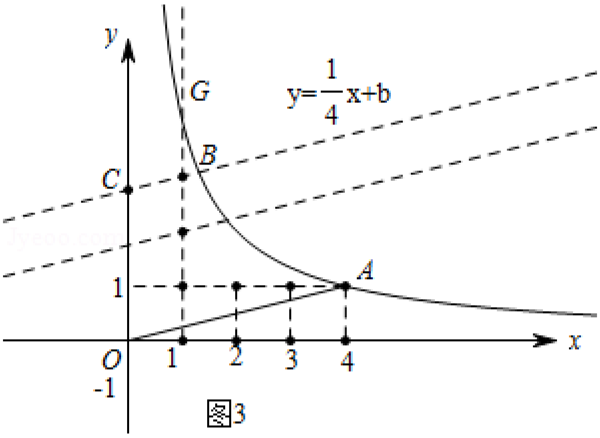


图3

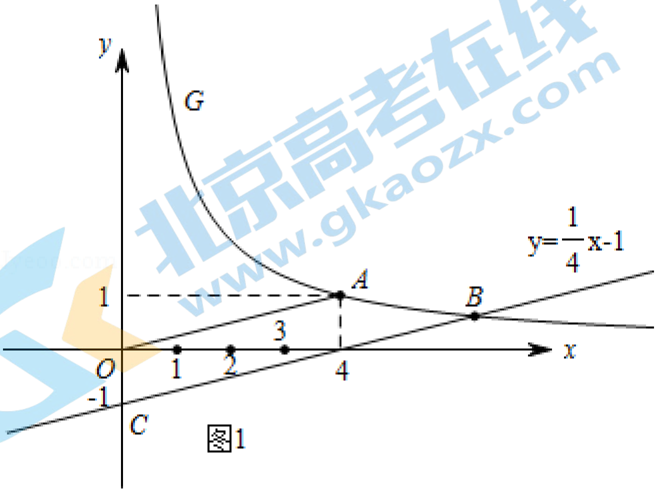


图1

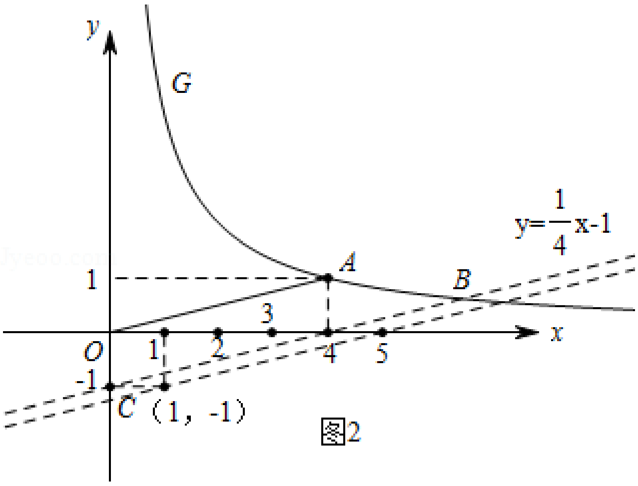


图2

【点评】本题考查了新定义和反比例函数与一次函数的交点问题：求反比例函数与一次函数的交点坐标，把两个函数关系式联立成方程组求解，本题理解整点的定义是关键，并利用数形结合的思想．

24．【分析】（1）利用圆的半径相等即可解决问题；

（2）利用描点法画出图象即可．

（3）图中寻找直线 $y=x$ 与两个函数的交点的横坐标以及 y_1 与 y_2 的交点的横坐标即可；

【解答】解：（1）∵$PA=6$ 时，$AB=6$，$BC=4.37$，$AC=4.11$，

∴$AB^2=AC^2+BC^2$，

∴$\angle ACB=90°$，

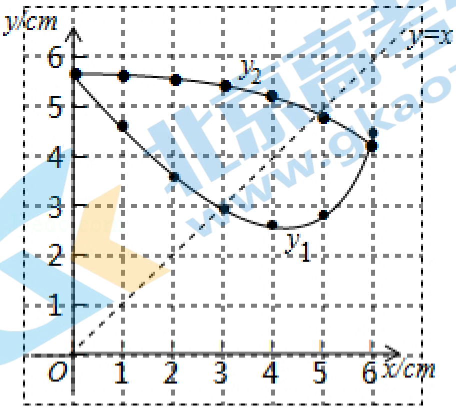
∴AB是直径.

当 $x=3$ 时，$PA=PB=PC=3$，

∴$y_1=3$，

故答案为 3.

（2）函数图象如图所示：



（3）观察图象可知：当 $x=y$，即当 $PA=PC$ 或 $PA=AC$ 时，$x=3$ 或 4.91，

当 $y_1=y_2$ 时，即 $PC=AC$ 时，$x=5.77$，

综上所述，满足条件的 x 的值为 3 或 4.91 或 5.77.

故答案为 3 或 4.91 或 5.77.

【点评】本题考查动点问题函数图象、圆的有关知识，解题的关键是学会利用图象法解决问题，属于中考常考题型.

25. 【分析】（1）先确定 A 课程的中位数落在第 4 小组，再由此分组具体数据得出第 30、31 个数据的平均数即可；

（2）根据两个课程的中位数定义解答可得；

（3）用总人数乘以样本中超过 75.8 分的人数所占比例可得.

【解答】解：（1）∵A 课程总人数为 $2+6+12+14+18+8=60$，

∴中位数为第 30、31 个数据的平均数，而第 30、31 个数据均在 $70\leqslant x<80$ 这一组，

∴中位数在 $70\leqslant x<80$ 这一组，

∵$70\leqslant x<80$这一组的是：70　71　71　71　76　76　77　78　78.5 78.5　79　79　79　79.5，

∴A课程的中位数为$\frac{78.5+79}{2}=78.75$，即$m=78.75$；

（2）∵该学生的成绩小于A课程的中位数，而大于B课程的中位数，

∴这名学生成绩排名更靠前的课程是B，

故答案为：B、该学生的成绩小于A课程的中位数，而大于B课程的中位数．

（3）估计A课程成绩跑过75.8分的人数为$300\times\frac{10+18+8}{60}=180$人．

【点评】本题主要考查频数分布直方图、中位数及样本估计总体，解题的关键是根据直方图得出解题所需数据及中位数的定义和意义、样本估计总体思想的运用．

26．【分析】（1）根据坐标轴上点的坐标特征可求点B的坐标，根据平移的性质可求点C的坐标；

（2）根据坐标轴上点的坐标特征可求点A的坐标，进一步求得抛物线的对称轴；

（3）结合图形，分三种情况：①$a>0$；②$a<0$，③抛物线的顶点在线段BC上；进行讨论即可求解．

【解答】解：（1）与y轴交点：令$x=0$代入直线$y=4x+4$得$y=4$，

∴B（0，4），

∵点B向右平移5个单位长度，得到点C，

∴C（5，4）；

（2）与x轴交点：令$y=0$代入直线$y=4x+4$得$x=-1$，

∴A（﹣1，0），

∵点B向右平移5个单位长度，得到点C，

将点A（﹣1，0）代入抛物线$y=ax^2+bx-3a$中得$0=a-b-3a$，即$b=-2a$，

∴抛物线的对称轴$x=-\frac{b}{2a}=-\frac{-2a}{2a}=1$；

（3）∵抛物线$y=ax^2+bx-3a$经过点A（﹣1，0）且对称轴$x=1$，

由抛物线的对称性可知抛物线也一定过A的对称点（3，0），

①$a>0$时，如图1，

将$x=0$代入抛物线得$y=-3a$，

∵抛物线与线段 BC 恰有一个公共点，

∴ $-3a<4$，

$a>-\dfrac{4}{3}$，

将 $x=5$ 代入抛物线得 $y=12a$，

∴$12a\geqslant 4$，

$a\geqslant\dfrac{1}{3}$，

∴$a\geqslant\dfrac{1}{3}$；

②$a<0$ 时，如图 2，

将 $x=0$ 代入抛物线得 $y=-3a$，

∵抛物线与线段 BC 恰有一个公共点，

∴ $-3a>4$，

$a<-\dfrac{4}{3}$；

③当抛物线的顶点在线段 BC 上时，则顶点为（1，4），如图 3，

将点（1，4）代入抛物线得 $4=a-2a-3a$，

解得 $a=-1$.

综上所述，$a\geqslant\dfrac{1}{3}$或 $a<-\dfrac{4}{3}$或 $a=-1$.

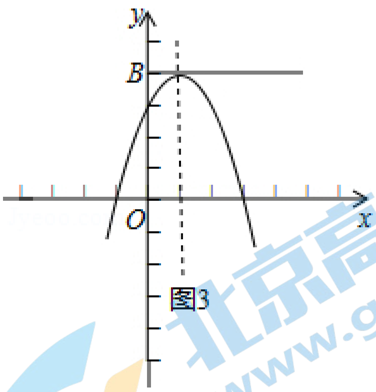


图3

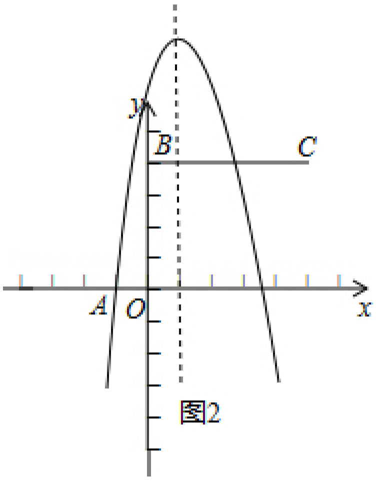


图2

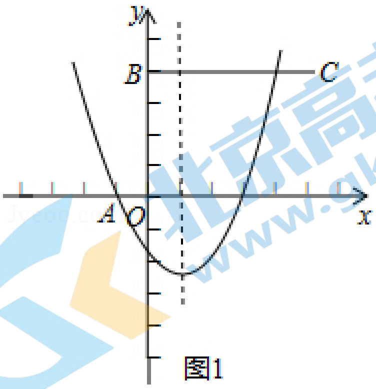


图1

【点评】本题考查了待定系数法求函数解析式、二次函数的性质以及解一元一次不等式，解题的关键是熟练掌握解一元一次方程，待定系数法求抛物线解析式．本题属于中档题，难度不大，但涉及知识点较多，需要对二次函数足够了解才能快捷的解决问题．

27．【分析】（1）如图1，连接 DF，根据对称得：$\triangle ADE\cong\triangle FDE$，再由 HL 证明 $Rt\triangle DFG\cong Rt\triangle DCG$，可得结论；

（2）证法一：如图2，作辅助线，构建 $AM=AE$，先证明 $\angle EDG=45°$，得 $DE=EH$，证明 $\triangle DME\cong\triangle EBH$，则 $EM=BH$，根据等腰直角 $\triangle AEM$ 得：$EM=\sqrt{2}AE$，得结论；

证法二：如图3，作辅助线，构建全等三角形，证明 $\triangle DAE\cong\triangle ENH$，得 $AE=HN$，$AD=EN$，再说明 $\triangle BNH$ 是等腰直角三角形，可得结论．

【解答】证明：（1）如图1，连接 DF，

∵四边形 $ABCD$ 是正方形，

∴$DA=DC$，$\angle A=\angle C=90°$，

∵点 A 关于直线 DE 的对称点为 F，

∴$\triangle ADE\cong\triangle FDE$，

∴$DA=DF=DC$，$\angle DFE=\angle A=90°$，

$\therefore \angle DFG=90°$，

在 Rt△DFG 和 Rt△DCG 中，

$\because \begin{cases} DF=DC \\ DG=DG \end{cases}$，

$\therefore$ Rt△DFG≌Rt△DCG（HL），

$\therefore GF=GC$；

（2）$BH=\sqrt{2}AE$，理由是：

证法一：如图 2，在线段 AD 上截取 AM，使 $AM=AE$，

$\because AD=AB$，

$\therefore DM=BE$，

由（1）知：$\angle 1=\angle 2$，$\angle 3=\angle 4$，

$\because \angle ADC=90°$，

$\therefore \angle 1+\angle 2+\angle 3+\angle 4=90°$，

$\therefore 2\angle 2+2\angle 3=90°$，

$\therefore \angle 2+\angle 3=45°$，

即 $\angle EDG=45°$，

$\because EH\perp DE$，

$\therefore \angle DEH=90°$，△$DEH$ 是等腰直角三角形，

$\therefore \angle AED+\angle BEH=\angle AED+\angle 1=90°$，$DE=EH$，

$\therefore \angle 1=\angle BEH$，

在△DME 和△EBH 中，

$\because \begin{cases} DM=BE \\ \angle 1=\angle BEH \\ DE=EH \end{cases}$，

$\therefore$ △DME≌△EBH，

$\therefore EM=BH$，

Rt△AEM中，$\angle A=90°$，$AM=AE$，

∴$EM=\sqrt{2}AE$，

∴$BH=\sqrt{2}AE$；

证法二：如图 3，过点 H 作 $HN\perp AB$ 于 N，

∴$\angle ENH=90°$，

由方法一可知：$DE=EH$，$\angle 1=\angle NEH$，

在△DAE 和△ENH 中，

∵$\begin{cases}\angle A=\angle ENH \\ \angle 1=\angle NEH, \\ DE=EH\end{cases}$

∴△$DAE\cong$△ENH，

∴$AE=HN$，$AD=EN$，

∵$AD=AB$，

∴$AB=EN=AE+BE=BE+BN$，

∴$AE=BN=HN$，

∴△BNH 是等腰直角三角形，

∴$BH=\sqrt{2}HN=\sqrt{2}AE$.

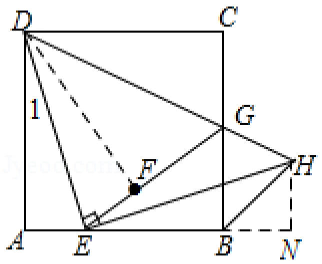


图3

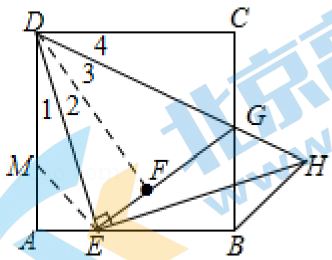


图2

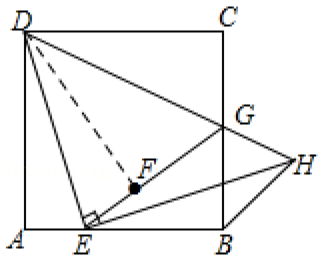


图1

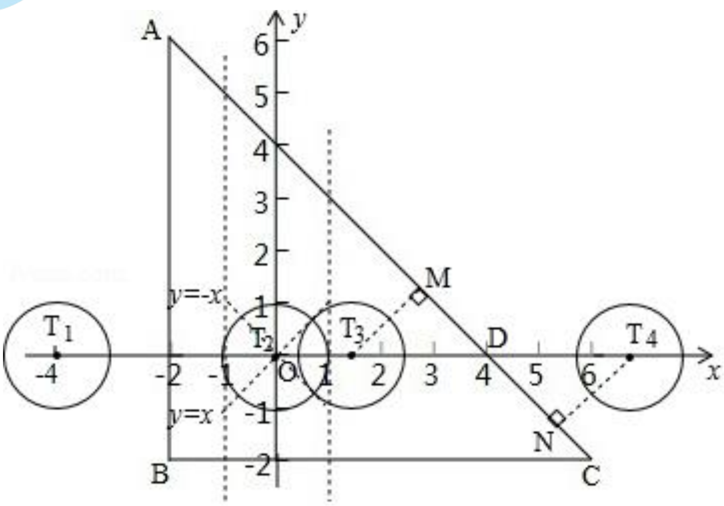
【点评】本题考查了正方形的性质，全等三角形的判定定理和性质定理，对称的性质，等腰直角三角形的性质等知识，解决本题的关键是利用正方形的性质得到相等的边和相等的角，证明三角形全等，作出辅助线也是解决本题的关键.

28. 【分析】（1）根据点 A、B、C 三点的坐标作出△ABC，利用“闭距离”的定义即可得；

（2）由题意知 $y=kx$ 在 $-1\leqslant x\leqslant 1$ 范围内函数图象为过原点的线段，再分别求得经过（1，-1）和（-1，-1）时 k 的值即可得；

（3）分⊙T 在△ABC 的左侧、内部和右侧三种情况，利用“闭距离”的定义逐一判断即可得.

【解答】解：（1）如图所示，点 O 到△ABC 的距离的最小值为 2，



∴d（点 O，△ABC）=2；

（2）$y=kx$（$k\neq 0$）经过原点，在 $-1\leqslant x\leqslant 1$ 范围内，函数图象为线段，

当 $y=kx$（$-1\leqslant x\leqslant 1$，$k\neq 0$）经过（1，-1）时，$k=-1$，此时 d（G，△ABC）=1；

当 $y=kx$（$-1\leqslant x\leqslant 1$，$k\neq 0$）经过（-1，-1）时，$k=1$，此时 d（G，△ABC）=1；

∴ $-1\leqslant k\leqslant 1$，

∵$k\neq 0$，

∴ $-1\leqslant k\leqslant 1$ 且 $k\neq 0$；

（3）⊙T与△ABC的位置关系分三种情况：

①当⊙T在△ABC的左侧时，由 d（⊙T，△ABC）＝1 知此时 t＝－4；

②当⊙T在△ABC内部时，

当点 T与原点重合时，d（⊙T，△ABC）＝1，知此时 t＝0；

当点 T位于 T_3位置时，由 d（⊙T，△ABC）＝1 知 T_3M＝2，

∵AB＝BC＝8、∠ABC＝90°，

∴∠C＝∠T_3DM＝45°，

则 $T3D=\dfrac{T_3M}{\cos 45^\circ}=\dfrac{2}{\frac{\sqrt{2}}{2}}=2\sqrt{2}$，

∴$t=4-2\sqrt{2}$，

故此时 $0\leqslant t\leqslant 4-2\sqrt{2}$；

③当⊙T在△ABC右边时，由 d（⊙T，△ABC）＝1 知 T_4N＝2，

∵∠T_4DC＝∠C＝45°，

∴$T_4D=\dfrac{T_4N}{\cos 45^\circ}=\dfrac{2}{\frac{\sqrt{2}}{2}}=2\sqrt{2}$，

∴$t=4+2\sqrt{2}$；

综上，$t=-4$ 或 $0\leqslant t\leqslant 4-2\sqrt{2}$或 $t=4+2\sqrt{2}$.

【点评】本题主要考查圆的综合问题，解题的关键是理解并掌握“闭距离”的定义与直线与圆的位置关系和分类讨论思想的运用．

关于我们

北京高考在线创办于 2014 年，隶属于北京太星网络科技有限公司，是北京地区极具影响力的中学升学服务平台。主营业务涵盖：北京新高考、高中生涯规划、志愿填报、强基计划、综合评价招生和学科竞赛等。

北京高考在线旗下拥有网站门户、微信公众平台等全媒体矩阵生态平台。平台活跃用户 40W+，网站年度流量数千万量级。用户群体立足于北京，辐射全国 31 省市。

北京高考在线平台一直秉承 “精益求精、专业严谨” 的建设理念，不断探索“K12 教育+互联网+大数据”的运营模式，尝试基于大数据理论为广大中学和家长提供新鲜的高考资讯、专业的高考政策解读、科学的升学规划等，为广大高校、中学和教科研单位提供“衔接和桥梁纽带”作用。

平台自创办以来，为众多重点大学发现和推荐优秀生源，和北京近百所中学达成合作关系，累计举办线上线下升学公益讲座数百场，帮助数十万考生顺利通过考入理想大学，在家长、考生、中学和社会各界具有广泛的口碑影响力

未来，北京高考在线平台将立足于北京新高考改革，基于对北京高考政策研究及北京高校资源优势，更好的服务全国高中家长和学生。