

丰台区 2019-2020 学年度第一学期期中考试联考

高一数学 (A 卷) 考试时间: 90 分钟

第 I 卷 (共 40 分)

一、选择题: 共 10 小题, 每小题 4 分, 共 40 分。在每小题列出的四个选项中, 选出符合题目要求的一项。

1. 已知集合 $A = \{-1, 0, 1, 2\}$, $B = \{x | -2 < x \leq 1\}$, 则 $A \cap B =$

- (A) $\{1\}$ (B) $\{0, 1\}$
(C) $\{-1, 0, 1\}$ (D) $\{-1, 0, 1, 2\}$

2. 若 $a, b, c \in \mathbf{R}$, 且 $a > b$, 则下列不等式一定成立的是

- (A) $a + c > b + c$ (B) $ac > bc$
(C) $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$ (D) $a^2 > b^2$

3. 下列函数中, 与函数 $y=x$ 表示同一函数的是

- (A) $f(x) = (\sqrt{x})^2$ (B) $g(x) = (\sqrt[3]{x})^3$
(C) $y = \frac{x^2}{x}$ (D) $y = \sqrt{x^2}$

4. 下列函数中, 既是奇函数又是增函数的是

- (A) $y = x + 1$ (B) $y = \frac{1}{x}$
(C) $y = \sqrt{x}$ (D) $y = \begin{cases} x^2, & x \geq 0, \\ -x^2, & x < 0 \end{cases}$

5. 命题“ $\exists x \in \mathbf{R}$, 使得 $x^2 + 2x < 0$ ”的否定是

- (A) $\exists x \in \mathbf{R}$, 使得 $x^2 + 2x \geq 0$ (B) $\exists x \in \mathbf{R}$, 使得 $x^2 + 2x > 0$
(C) $\forall x \in \mathbf{R}$, 都有 $x^2 + 2x \geq 0$ (D) $\forall x \in \mathbf{R}$, 都有 $x^2 + 2x < 0$

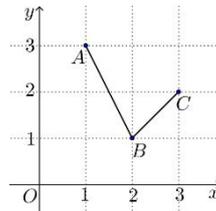
6. “ $t > 0$ ”是“ $t + \frac{1}{t} \geq 2$ ”的

- (A) 充分而不必要条件 (B) 必要而不充分条件
(C) 充分必要条件 (D) 既不充分也不必要条件

7. 函数 $f(x) = \sqrt{2^x - 1}$ 的定义域为

- (A) $(-\infty, 0)$ (B) $(-\infty, 0]$ (C) $(0, +\infty)$ (D) $[0, +\infty)$

8. 如图, A, B, C 是函数 $y = f(x)$ 的图象上的三点, 其中 $A(1, 3)$, $B(2, 1)$, $C(3, 2)$, 则 $f[f(3)]$ 的值为



- (A) 0 (B) 1
(C) 2 (D) 3

9. 设 $f(x)$ 是奇函数, 且在 $(0, +\infty)$ 内是增函数, 又 $f(-2) = 0$, 则 $f(x) < 0$ 的解集是

- (A) $\{x | -2 < x < 0, \text{或 } x > 2\}$
(B) $\{x | x < -2, \text{或 } 0 < x < 2\}$
(C) $\{x | x < -2, \text{或 } x > 2\}$
(D) $\{x | -2 < x < 0, \text{或 } 0 < x < 2\}$

10. 某食品的保鲜时间 y (单位: 小时) 与储存温度 x (单位: $^{\circ}\text{C}$) 满足函数关系 $y = 2^{kx+m}$ (k, m 为常数). 若该食品在 0°C 的保鲜时间是 64 小时, 在 18°C 的保鲜时间是 16 小时, 则该食品在 36°C 的保鲜时间是

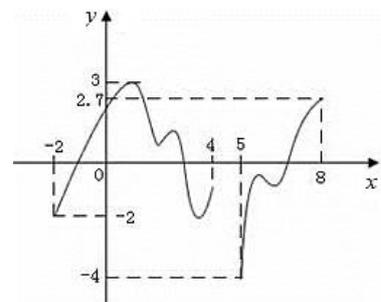
- (A) 4 小时 (B) 8 小时 (C) 16 小时 (D) 32 小时

第II卷 (非选择题共 60 分)

二、填空题: 共 6 小题, 每小题 4 分, 共 24 分。

11. 已知幂函数 $y = f(x)$ 的图象过点 $(4, 2)$, 则 $f(\frac{1}{2})$ 的值为_____.

12. 已知函数 $y = f(x)$ 的图象如图所示, 则该函数的值域为_____.



13. 已知 $f(x) = \begin{cases} (\frac{1}{2})^x, & x \leq 0, \\ 2x, & x > 0. \end{cases}$

若 $f(x) = 2$, 则 x 的值为_____.

14. 已知 $x > 0, y > 0, x + y = 3$, 则 xy 的最大值为_____.

15. 计算: $(-9.6)^0 - (3\frac{3}{8})^{-\frac{2}{3}} + (1.5)^{-2} =$ _____.

16. 某建材商场国庆期间搞促销活动, 规定: 如果顾客选购物品的总金额不超过 600 元, 则不享受任何折扣优惠; 如果顾客选购物品的总金额超过 600 元, 则超过 600 元部分享受一定的折扣优惠, 折扣优惠按下表累计计算.

可以享受折扣优惠金额	折扣优惠率
不超过 500 元的部分	5%
超过 500 元的部分	10%

某人在此商场购物获得的折扣优惠金额为 30 元, 则他实际所付金额为_____元.

三、解答题: 共 4 小题, 共 36 分。解答应写出文字说明, 演算步骤或证明过程。

17. (本小题共 9 分)

已知集合 $A = \{x | 2x + 1 < 3\}$, $B = \{x | x^2 - x - 2 < 0\}$. 求:

(I) $A \cap B$;

(II) $A \cup (\complement_{\mathbb{R}} B)$.

18. (本小题共 9 分)

已知二次函数 $f(x) = x^2 - ax - 3 (a \in \mathbf{R})$.

- (I) 若 $f(x)$ 为偶函数, 求 a 的值;
- (II) 若 $f(x) < 0$ 的解集为 $\{x | -3 < x < b\}$, 求 a, b 的值;
- (III) 若 $f(x)$ 在区间 $[-2, +\infty)$ 上单调递增, 求 a 的取值范围.

19. (本小题共 9 分)

由历年市场行情知, 从 11 月 1 日起的 30 天内, 某商品每件的销售价格 P (元) 与时间 t (天) 的函数关系是

$$P = \begin{cases} t + 20, & (t < 25, t \in \mathbf{N}^*) \\ 45, & (25 \leq t \leq 30, t \in \mathbf{N}^*) \end{cases},$$

日销售量 Q (件) 与时间 t (天) 的函数关系是

$$Q = -t + 40 \quad (t \leq 30, t \in \mathbf{N}^*).$$

- (I) 设该商品的日销售额为 y 元, 请写出 y 与 t 的函数关系式; (商品的日销售额=该商品每件的销售价格×日销售量)
- (II) 求该商品的日销售额的最大值, 并指出哪一天的销售额最大?

20. (本小题共 9 分)

设函数 $f(x) = x + \frac{\lambda}{x}$ (λ 是常数).

- (I) 证明: $f(x)$ 是奇函数;
- (II) 当 $\lambda=1$ 时, 证明: $f(x)$ 在区间 $(1, +\infty)$ 上单调递增;
- (III) 若 $\exists x \in [1, 2]$, 使得 $\frac{1}{2^x} \leq m - 2^x$, 求实数 m 的取值范围.

丰台区 2019—2020 学年度第一学期期中联考

高一数学 A 卷参考答案
第 I 卷 (选择题 共 40 分)

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
答案	C	A	B	D	C	C	D	B	B	A

第 II 卷 (非选择题 共 60 分)

二、填空题 (本题共 6 小题, 每小题 4 分, 共 24 分)

11. $[-4,3]$ 12. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ 13. 1 或 -1 14. $\frac{9}{4}$ 15. 1 16. 1150

三、解答题 (本题共 4 小题, 共 36 分)

17. (本小题 9 分)

解: (I) $A = \{x | x < 1\}$, 2 分

$B = \{x | -1 < x < 2\}$ 4 分

$A \cap B = \{x | -1 < x < 1\}$ 6 分

(II) $\complement_{\mathbb{R}} B = \{x | x \leq -1, \text{ 或 } x \geq 2\}$ 8 分

$A \cup (\complement_{\mathbb{R}} B) = \{x | x < 1, \text{ 或 } x \geq 2\}$ 9 分

(注: 若集合 B 求错, 而在此基础求的交并补对, 则按一半给分)

18. (本小题 9 分)

解: (I) $\because f(x)$ 为偶函数, $\therefore f(-x) = f(x)$ 1 分

$\therefore (-x)^2 - a(-x) - 3 = x^2 - ax - 3$ 2 分

$\therefore a = 0$ 3 分

(II) $\because f(x) < 0$ 的解集为 $\{x | -3 < x < b\}$

$\therefore -3$ 和 b 是方程 $x^2 - ax - 3 = 0$ 的两根, 5 分

$a = -2, b = 1$ 6 分

(III) 对称轴 $x = \frac{a}{2}$ 7 分

$\frac{a}{2} \leq -2$ 8 分

$\therefore a \leq -4$ 9 分

19. (本小题 9 分)

解: (I) 设日销售额为 y 元, 则 $y = P \cdot Q$,

$$\text{所以 } y = \begin{cases} (t+20)(40-t), & (t < 25, t \in \mathbf{N}^*) \\ 45 \times (40-t), & (25 \leq t \leq 30, t \in \mathbf{N}^*) \end{cases}$$

$$\text{即: } y = \begin{cases} -t^2 + 20t + 800 & (t < 25, t \in \mathbf{N}^*) \\ 1800 - 45t & (25 \leq t \leq 30, t \in \mathbf{N}^*) \end{cases} \dots\dots\dots 6 \text{ 分}$$

(注: 写对一段给 3 分)

$$\text{(II) } y = \begin{cases} -(t-10)^2 + 900, & (t < 25, t \in \mathbf{N}^*) \\ 1800 - 45t, & (25 \leq t \leq 30, t \in \mathbf{N}^*) \end{cases}$$

当 $0 < t < 25$ 时, $t = 10$, $y_{\max} = 900$; $\dots\dots\dots 7$ 分

当 $25 \leq t \leq 30$ 时, $t = 25$, $y_{\max} = 675$. $\dots\dots\dots 8$ 分

故所求日销售金额的最大值为 900 元, 11 月 10 日日销售金额最大. $\dots\dots\dots 9$ 分

20. (本小题 9 分)

解: (I) 定义域为 $\{x | x \neq 0\}$ $\dots\dots\dots 1$ 分

$\forall x \in \mathbf{R}$, 有 $-x \in \mathbf{R}$,

$$f(-x) = -x + \frac{\lambda}{-x} = -(x + \frac{\lambda}{x}) = -f(x) \dots\dots\dots 2 \text{ 分}$$

所以 $f(x)$ 是奇函数; $\dots\dots\dots 3$ 分

(II) $\forall x_1, x_2 \in (1, +\infty)$ 且 $x_1 < x_2$,

$$f(x_1) - f(x_2) = (x_1 + \frac{1}{x_1}) - (x_2 + \frac{1}{x_2}) \dots\dots\dots 4 \text{ 分}$$

$$= (x_1 - x_2) + (\frac{x_2 - x_1}{x_1 x_2}) = (x_1 - x_2) \frac{x_1 x_2 - 1}{x_1 x_2}$$

$\because x_1, x_2 \in (1, +\infty), x_1 < x_2$

$\therefore x_1 - x_2 < 0, x_1 x_2 > 0, x_1 x_2 - 1 > 0$, $\dots\dots\dots 5$ 分

$\therefore f(x_1) - f(x_2) < 0$

$\therefore f(x)$ 在区间 $(1, +\infty)$ 上单调递增. $\dots\dots\dots 6$ 分

(III) 设 $g(x) = 2^x + \frac{1}{2^x}$

$\because \exists x \in [1, 2]$, 使得 $\frac{1}{2^x} \leq m - 2^x$ 等价于 $m \geq g(x)_{\min}, x \in [1, 2]$

设 $2^x = t (2 \leq t \leq 4)$, 则 $y = t + \frac{1}{t}$, 由 (2) 可知, $y = t + \frac{1}{t}$ 在 $[2, 4]$ 上单调递增, 当 $t = 2$

即 $x = 1$ 时, y 取得最小值为 $\frac{5}{2}$. 所以 $m \geq \frac{5}{2}$. $\dots\dots\dots 9$ 分