

## 高二数学

本试卷共 4 页，150 分。考试时长 120 分钟。考生务必将答案答在答题卡上，在试卷上作答无效。考试结束后，将答题卡交回，试卷自行保存。

## 第一部分（选择题 共 50 分）

一、选择题共 10 小题，每小题 5 分，共 50 分。在每小题列出的四个选项中，选出符合题目要求的一项。

(1) 8, 2 的等差中项是

- (A)  $\pm 5$       (B)  $\pm 4$       (C) 5      (D) 4

(2) 设  $S_n$  为数列  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和，且  $S_n = n^2 + 1$ ，则  $a_5 =$

- (A) 26      (B) 19      (C) 11      (D) 9

(3) 下列结论正确的是

- (A) 若  $y = \sin x$ ，则  $y' = \cos x$       (B) 若  $y = \frac{1}{x}$ ，则  $y' = \frac{1}{x^2}$   
 (C) 若  $y = \cos x$ ，则  $y' = \sin x$       (D) 若  $y = e$ ，则  $y' = e$

(4) 已知函数  $f(x) = (2x-1)^3$ ，则  $f'(1) =$

- (A) 8      (B) 6      (C) 3      (D) 1

(5) 若  $1, a, b, c, 4$  成等比数列，则  $abc =$

- (A) 16      (B) 8      (C) -8      (D)  $\pm 8$

(6) 生物学指出：生态系统中，在输入一个营养级的能量中，大约 10% 的能量能够流到下一个营养级。在  $H_1 \rightarrow H_2 \rightarrow H_3$  这个生物链中，若能使  $H_3$  获得 10kJ 的能量，则需  $H_1$  提供的能量为

- (A)  $10^{-2}$  kJ      (B)  $10^{-1}$  kJ  
 (C)  $10^2$  kJ      (D)  $10^3$  kJ



(7) 已知  $\{a_n\}$  为等比数列, 下列结论中正确的是

(A)  $a_3 + a_5 \geq 2a_4$

(B) 若  $a_3 = a_5$ , 则  $a_1 = a_2$

(C) 若  $a_3 < a_5$ , 则  $a_5 < a_7$

(D)  $a_4 = \sqrt{a_3 a_5}$

(8) 若函数  $f(x) = x^2 - mx + 10$  在  $(-2, 1)$  上是减函数, 则实数  $m$  的取值范围是

(A)  $[2, +\infty)$

(B)  $[-4, +\infty)$

(C)  $(-\infty, 2]$

(D)  $(-\infty, -4]$

(9) 直线  $y = 5x + b$  是曲线  $y = x^3 + 2x + 1$  的一条切线, 则实数  $b =$

(A)  $-1$  或  $1$

(B)  $-1$  或  $3$

(C)  $-1$

(D)  $3$

(10) 已知函数  $f(x) = (x-1)^2 e^x$ , 下列结论中错误的是

(A) 函数  $f(x)$  有零点

(B) 函数  $f(x)$  有极大值, 也有极小值

(C) 函数  $f(x)$  既无最大值, 也无最小值

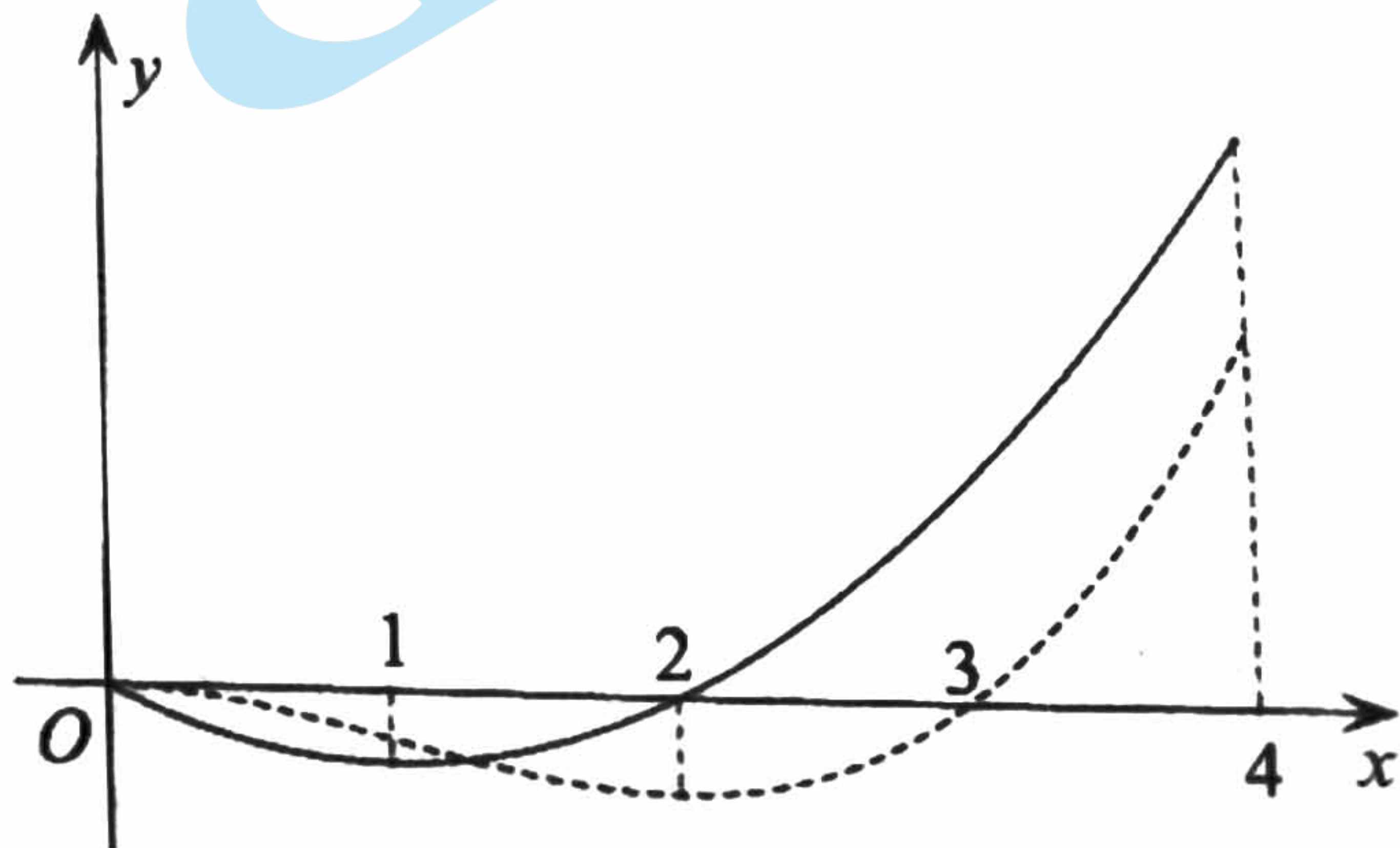
(D) 函数  $f(x)$  的图象与直线  $y=1$  有 3 个交点

## 第二部分 (非选择题 共 100 分)

二、填空题共 5 小题, 每小题 5 分, 共 25 分。

(11) 设某质点的位移  $x$  m 与时间  $t$  s 的关系是  $x = t^2 + 4t$ , 则质点在第 3 s 时的瞬时速度等于 \_\_\_\_\_ s/m.

(12) 函数  $f(x)$  的定义域为  $[0, 4]$ , 函数  $f(x)$  与  $f'(x)$  的图象如图所示, 则函数  $f(x)$  的单调递增区间为 \_\_\_\_\_.





(13) 写出一个公比  $q = \frac{1}{2}$  的递增等比数列的通项公式. \_\_\_\_\_

(14) 已知函数  $f(x)$  的定义域为  $\mathbf{R}$ ,  $f(x)$  的导函数  $f'(x) = (x-a)(x-2)$ , 若函数  $f(x)$  无极值, 则  $a = \underline{\hspace{2cm}}$ ; 若  $x=2$  是  $f(x)$  的极小值点, 则  $a$  的取值范围是 \_\_\_\_\_

(15) 设集合  $A = \{x | x = 4n - 3, n \in \mathbf{N}^*\}$ ,  $B = \{x | x = 3^{n-1}, n \in \mathbf{N}^*\}$ , 把集合  $A \cup B$  中的元素按从小到大依次排列, 构成数列  $\{a_n\}$ , 则  $a_2 = \underline{\hspace{2cm}}$ , 数列  $\{a_n\}$  的前 50 项和  $S_{50} = \underline{\hspace{2cm}}$ .

三、解答题共 6 小题, 共 75 分。解答应写出文字说明, 演算步骤或证明过程。

(16) (本小题 13 分)

已知函数  $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - x^2 - 3x + 1$ .

(I) 求函数  $f(x)$  的单调区间;

(II) 求函数  $f(x)$  的极值.

(17) (本小题 13 分)

已知数列  $\{a_n\}$  满足  $a_1 = 1, \frac{a_{n+1}}{a_n} = 2$ , 等差数列  $\{b_n\}$  满足  $b_1 = a_3, b_2 = a_1$ .

(I) 求数列  $\{a_n\}, \{b_n\}$  的通项公式;

(II) 求数列  $\{a_n + b_n\}$  的前  $n$  项和.

(18) (本小题 12 分)

已知  $\{a_n\}$  是等差数列, 其前  $n$  项和为  $S_n$ ,  $a_4 = -3$ , 再从条件① 条件②这两个条件中选择一个作为已知, 求:

(I) 数列  $\{a_n\}$  的通项公式;

(II)  $S_n$  的最小值, 并求  $S_n$  取得最小值时  $n$  的值.

条件①:  $S_4 = -24$ ;

条件②:  $a_1 = 2a_3$ .

注: 如果选择条件①和条件②分别解答, 按第一个解答计分.

关注北京高考在线官方微信: 北京高考资讯 (ID:bj-gaokao), 获取更多试题资料及排名分析信息。



(19) (本小题 12 分)

已知数列  $\{a_n\}$  中,  $a_1 = 1$  且  $a_{n+1} = \frac{a_n}{2a_n + 1}$

(I) 求数列  $\{a_n\}$  的第 2, 3, 4 项;

(II) 根据 (I) 的计算结果, 猜想数列  $\{a_n\}$  的通项公式, 并用数学归纳法进行证明.

(20) (本小题 12 分)

某公司销售某种产品的经验表明, 该产品每日的销售量  $Q$  (单位: 千克) 与销售价格  $x$  (单位: 元/千克) 满足关系式  $Q = \frac{2}{x-3} + 10(x-6)^2$ , 其中  $3 < x < 6$ . 该产品的成本为 3 元/千克.

(I) 写出该产品每千克的利润 (用含  $x$  的代数式表示);

(II) 将公司每日销售该商品所获得的利润  $y$  表示为销售价格  $x$  的函数;

(III) 试确定  $x$  的值, 使每日销售该商品所获得的利润最大.

(21) (本小题 13 分)

已知函数  $f(x) = \ln x + ax$  ( $a \in \mathbf{R}$ ).

(I) 当  $a = 1$  时, 求曲线  $y = f(x)$  在  $x = 1$  处的切线方程;

(II) 求函数  $f(x)$  的单调区间;

(III) 若存在  $x_0$ , 使得  $f(x_0) > 0$ , 求  $a$  的取值范围.