

延庆区 2022-2023 学年第一学期期末试卷

高一数学

2022.12

本试卷共 4 页，150 分，考试时长 120 分钟。

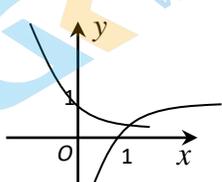
第一部分 (选择题 共 40 分)

一、选择题共 10 小题，每小题 4 分，共 40 分。在每小题列出的四个选项中，选出符合题目要求的一项。

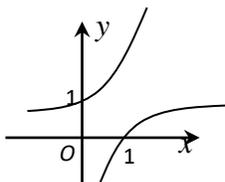
(1) $\sqrt[4]{(-2)^4}$ 的值为

- (A) ± 2 (B) ± 4 (C) 2 (D) 4

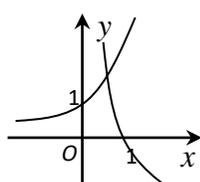
(2) 当 $a > 1$ 时，在同一坐标系中，函数 $y = a^x$ 与 $y = \log_a x$ 的图象可能是



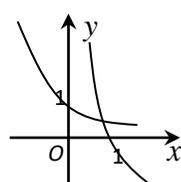
(A)



(B)



(C)



(D)

(3) 下列函数中，在区间 $(0, +\infty)$ 上为减函数的是

- (A) $y = \frac{2}{2-x}$ (B) $y = \ln(x+2)$ (C) $y = x^{-3}$ (D) $y = 3^x$

(4) 已知 $x \in \mathbf{R}$ 且 $x \neq 0$ ，则“ $x > 1$ ”是“ $x + \frac{1}{x} > 2$ ”的

- (A) 充分而不必要条件 (B) 必要而不充分条件
(C) 充要条件 (D) 既不充分也不必要条件

(5) 若 $a > b > 0$ ， $c > d > 0$ ，则一定有

- (A) $\frac{a}{c} > \frac{b}{d}$ (B) $\frac{a}{d} < \frac{b}{c}$ (C) $\frac{a}{c} < \frac{b}{d}$ (D) $\frac{a}{d} > \frac{b}{c}$

(6) 下列函数中定义域为 \mathbf{R} 的是

- (A) $y = x^{\frac{1}{2}}$ (B) $y = x^{\frac{5}{4}}$ (C) $y = x^{\frac{2}{3}}$ (D) $y = x^{-\frac{1}{3}}$

(7) 从 2015 年到 2022 年, 某企业通过持续的技术革新来降低其能源消耗, 到了 2022 年该企业单位生产总值能耗降低了 30%. 如果这 7 年平均每年降低的百分率为 x , 那么 x 满足的方程是

- (A) $7x = 0.3$ (B) $7(1-x) = 0.7$ (C) $x^7 = 0.3$ (D) $(1-x)^7 = 0.7$

(8) 设 $a = \log_3 10$, $b = 2^{0.9}$, $c = 0.9^{3.1}$, 则

- (A) $c < b < a$ (B) $c < a < b$ (C) $b < a < c$ (D) $a < c < b$

(9) 已知函数 $f(x) = \frac{5}{x} - \log_3 x$, 在下列区间中, 包含 $f(x)$ 零点的区间是

- (A) (2,3) (B) (3,4) (C) (4,5) (D) (5,6)

(10) 已知 $x > 0$, $y > 0$, $(\sqrt{x})^3 + 2022\sqrt{x} = a$, $(\sqrt{y}-2)^3 + 2022(\sqrt{y}-2) = -a$,

则 $x+y$ 的最小值是

- (A) 1 (B) 2 (C) 4 (D) 5

第二部分 (非选择题 共 110 分)

二、填空题共 5 小题, 每小题 5 分, 共 25 分。

(11) 函数 $f(x) = \log_{0.5}(2x-4)$ 的定义域为_____.

(12) 函数 $y = 2^{x-3}$ 的图像是由函数 $y = 2^x$ 的图像向_____平移_____个单位得到的.

(13) $3 \times 2^{-1} - \log_2 8 + (27)^{\frac{1}{3}} =$ _____.

(14) 某单位共有 20 人, 他们的年龄分布如下表所示.

年龄	28	29	30	32	36	40	45
人数	2	2	3	6	4	2	1

则这 20 人年龄的众数是_____, 75% 分位数是_____.

(15) 已知函数 $f(x) = e^x - e^{-x} + 1$, 则关于 x 的不等式 $f(2x-1) + f(x+1) > 2$ 的解集为_____.

三、解答题共 6 小题，共 85 分。解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤。

(16) (本小题 12 分)

已知非空集合 $A = \{x | a-1 < x < 3a\}$ ，不等式 $x^2 - 3x - 10 < 0$ 的解集为 B 。

(I) 当 $a = 3$ 时，求 $A \cap B$ ；

(II) 若 $A \subseteq B$ ，求实数 a 的取值范围。

(17) (本小题 15 分)

已知甲的投篮命中率为 0.6，乙的投篮命中率为 0.7，丙的投篮命中率为 0.5，求：

(I) 甲，乙，丙各投篮一次，三人都命中的概率；

(II) 甲，乙，丙各投篮一次，恰有两人命中的概率；

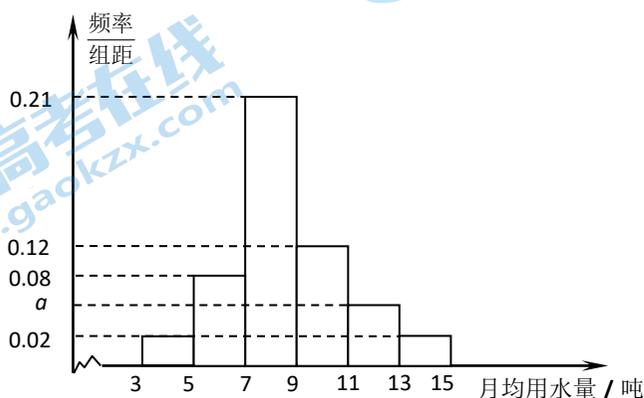
(III) 甲，乙，丙各投篮一次，至少有一人命中的概率。

(18) (本小题 15 分)

某校从小明所在的高一年级的 600 名学生中，随机抽取了 50 名学生，对他们家庭中一年的月均用水量(单位:吨)进行调查，并将月均用水量分为 6 组: $[3,5)$, $[5,7)$, $[7,9)$, $[9,11)$, $[11,13)$, $[13,15]$ 加以统计，得到如图所示的频率分布直方图。

(I) 求出图中实数 a 的值，并根据样本数据，估计小明所在的高一年级的 600 名同学家庭中，月均用水量不低于 11 吨的约有多少户；

(II) 在月均用水量不低于 11 吨的样本数据中，小明决定随机抽取 2 名同学家庭进行访谈，求这 2 名同学中恰有 1 人所在家庭的月均用水量属于 $[13,15]$ 组的概率。



(19) (本小题 15 分)

已知函数 $f(x) = \lg(2+x) - \lg(2-x)$.

(I) 判断 $f(x)$ 的奇偶性;

(II) 若 $f(x) \leq 0$, 求 x 的取值范围;

(III) 当 $x \in [0, 1]$ 时, 求 $f(x)$ 的值域.

(20) (本小题 15 分)

已知函数 $f(x) = 4^x - a \cdot 2^x + 1$.

(I) 当 $a = 2$ 时, 求 $f(x)$ 的反函数 $f^{-1}(x)$;

(II) 若 $x \in [1, 2]$ 时 $f(x)$ 的最小值是 $g(a)$, 求 $g(a)$ 解析式.

(21) (本小题 13 分)

已知集合 A 是集合 N^* 的子集, 对于 $i \in N^*$, 定义 $f_i(A) = \begin{cases} 1, i \in A \\ 0, i \notin A \end{cases}$. 任取 N^* 的两

个不同子集 A, B , 对任意 $i \in N^*$.

(I) 判断 $f_i(A \cup B) = f_i(A) + f_i(B)$ 是否正确? 并说明理由;

(II) 证明: $f_i(A \cap B) = f_i(A) \cdot f_i(B)$.

(考生务必将答案答在答题卡上, 在试卷上作答无效)

延庆区 2022-2023 学年第一学期期末考试

高一数学参考答案及评分标准 2022.12

一、选择题 (共 10 小题, 每小题 4 分, 共 40 分)

- (1) C (2) B (3) C (4) A (5) D
(6) C (7) D (8) A (9) B (10) B

二、填空题 (共 5 小题, 每小题 5 分, 共 25 分)

- (11) $(2, +\infty)$ (12) 右 3 (13) $\frac{3}{2}$
(14) 32 36 (15) $(0, +\infty)$

(注: 第 (12)、(14) 题 第一问 3 分, 第二问 2 分。)

三、解答题 (共 6 小题, 共 85 分)

16 (共 12 分)

解: (I) 当 $a=3$ 时, $A=\{x|2 < x < 9\}$2 分

由 $x^2 - 3x - 10 < 0$ 解得 $-2 < x < 5$4 分

所以 $B=\{x|-2 < x < 5\}$.

所以 $A \cap B = \{x|2 < x < 5\}$6 分

(II) 因为 $A \subseteq B$,

所以由 $\begin{cases} a-1 < 3a, \\ -2 \leq a-1, \\ 3a \leq 5, \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} a > -\frac{1}{2}, \\ a \geq -1, \\ a \leq \frac{5}{3}. \end{cases}$ 9 分

所以 $-\frac{1}{2} < a \leq \frac{5}{3}$11 分

所以实数 a 的取值范围 $(-\frac{1}{2}, \frac{5}{3}]$12 分

说明: 结果不写成区间或集合, 不扣分。

(17) (共 15 分)

解: (I) 设事件 A: 甲投篮命中;

事件 B: 乙投篮命中;

事件 C: 丙投篮命中.

……1分

甲, 乙, 丙各投篮一次, 三人都命中的概率

$$P(ABC) = P(A)P(B)P(C) = 0.6 \times 0.7 \times 0.5 = 0.21.$$

所以甲, 乙, 丙各投篮一次, 三人都命中的概率为 0.21.

……4分

(II) 设事件 D: 恰有两人命中.

$$\text{所以 } P(D) = P(\bar{A}BC + A\bar{B}C + AB\bar{C})$$

……5分

$$= P(\bar{A})P(B)P(C) + P(A)P(\bar{B})P(C) + P(A)P(B)P(\bar{C})$$

……8分

$$= 0.4 \times 0.7 \times 0.5 + 0.6 \times 0.3 \times 0.5 + 0.6 \times 0.7 \times 0.5 = 0.44.$$

……12分

所以甲, 乙, 丙各投篮一次, 恰有两人命中的概率为 0.44.

(III) 设事件 E: 至少有一人命中.

$$\text{所以 } P(E) = 1 - P(\bar{A}\bar{B}\bar{C}) = 1 - 0.4 \times 0.3 \times 0.5 = 1 - 0.06 = 0.94.$$

所以甲, 乙, 丙各投篮一次, 至少有一人命中的概率为 0.94.

……15分

说明: 如果仅有最终正确结果, 无步骤不扣分.

(18) (共 15 分)

解: (I) 因为各组的频率之和为 1,

所以月均用水量在区间 [11,13) 的频率为

$$1 - (0.02 \times 2 + 0.08 + 0.12 + 0.21) \times 2 = 0.1,$$

……2分

所以图中实数 $a = 0.1 \div 2 = 0.05$.

……3分

由图可知, 样本数据中月均用水量不低于 11 吨的频率为

$$(0.02 + 0.05) \times 2 = 0.14,$$

……5分

所以小明所在学校 600 名同学家庭中, 月均用水量不低于 11 吨的约有

$$0.14 \times 600 = 84 \text{ (户)}.$$

……6分

(II) 设事件 A: 这 2 名同学中恰有 1 人所在家庭的月均用水量属于 [13,15] 组.

由图可知, 样本数据中月均用水量在 [11,13) 的户数为 $0.05 \times 2 \times 50 = 5$. ……8分

记这五名同学家庭分别为 a, b, c, d, e .

月均用水量在 $[13, 15]$ 的户数为 $0.02 \times 2 \times 50 = 2$.

……10分

记这两名同学家庭分别为 f, g .

则选取的同学家庭的所有可能结果为:

$(a, b), (a, c), (a, d), (a, e), (a, f), (a, g), (b, c), (b, d), (b, e), (b, f), (b, g),$

$(c, d), (c, e), (c, f), (c, g), (d, e), (d, f), (d, g), (e, f), (e, g), (f, g).$

共 21 种.

……12分

事件 A 的可能结果为:

$(a, f), (a, g), (b, f), (b, g), (c, f), (c, g), (d, f), (d, g), (e, f), (e, g)$

共 10 种.

……14分

所以 $P(A) = \frac{10}{21}$.

所以这 2 名同学中恰有 1 人所在家庭的月均用水量属于 $[13, 15]$ 组的概率为 $\frac{10}{21}$.

……15分

(19) (共 15 分)

解: (I) 函数 $f(x)$ 的定义域为 $(-2, 2)$.

……1分

因为 $f(-x) = \lg(2-x) - \lg(2+x)$,

……2分

因为 $-f(x) = \lg(2-x) - \lg(2+x)$,

……3分

所以 $f(-x) = -f(x)$.

……4分

所以 $f(x)$ 是在区间 $(-2, 2)$ 上的奇函数.

……5分

(II) 若 $f(x) \leq 0$, 即 $\lg(2+x) \leq \lg(2-x)$.

……6分

只需 $\begin{cases} 2+x > 0, \\ 2+x \leq 2-x. \end{cases}$

解得 $\begin{cases} x > -2, \\ 2x \leq 0. \end{cases}$ 9分

所以 x 的取值范围是 $(-2, 0]$10分

(III) $f(x)$ 可化为: $f(x) = \lg \frac{2+x}{2-x}$11分

令 $t = \frac{2+x}{2-x} = \frac{4-(2-x)}{2-x} = \frac{4}{2-x} - 1$12分

因为 $x \in [0, 1]$,

所以 $-x \in [-1, 0]$.

所以 $2-x \in [1, 2]$13分

所以 $\frac{1}{2-x} \in \left[\frac{1}{2}, 1\right]$.

所以 $\frac{4}{2-x} \in [2, 4]$.

所以 $\frac{4}{2-x} - 1 \in [1, 3]$, 即 $t \in [1, 3]$14分

所以 $\lg t \in [0, \lg 3]$.

所以, 当 $x \in [0, 1]$ 时, $f(x)$ 的值域为 $[0, \lg 3]$15分

法二: 因为: $y_1 = \lg(2+x)$ 在 $x \in [0, 1]$ 是增函数.11分

因为 $y_2 = -\lg(2-x)$ 在 $x \in [0, 1]$ 是增函数.12分

所以 $f(x) = \lg(2+x) - \lg(2-x)$ 在 $x \in [0, 1]$ 也是增函数.13分

所以当 $x=0$ 时, $f(x)$ 有最小值 $f(0) = 0$14分

所以当 $x=1$ 时, $f(x)$ 有最大值 $f(1) = \lg 3$15分

所以当 $x \in [0, 1]$ 时, 求 $f(x)$ 的值域为 $[0, \lg 3]$.

(20) (共 15 分)

解: (I) 当 $a=2$ 时, $f(x)=4^x-2\cdot 2^x+1$.

所以 $y=2^{2x}-2\cdot 2^x+1=(2^x-1)^2$ 2分

所以 $\sqrt{y}=|2^x-1|$ 3分

所以 $\sqrt{y}=2^x-1$ 或 $\sqrt{y}=1-2^x$ 5分

此时是两个 x 对着同一个 y , 因此 $f(x)$ 不是单调函数6分

因此, $f(x)$ 没有反函数7分

说明: 若学生按下列做法给 4 分

当 $a=2$ 时, $f(x)=4^x-2\cdot 2^x+1$.

所以 $y=2^{2x}-2\cdot 2^x+1=(2^x-1)^2$2分

所以 $\sqrt{y}=2^x-1$.

所以 $\log_2(\sqrt{y}+1)=x$.

所以 $f^{-1}(x)=\log_2(\sqrt{x}+1)$3分

因为 $y=(2^x-1)^2$,

所以 $y\in[0,+\infty)$.

因此 $f^{-1}(x)=\log_2(\sqrt{x}+1)$, 定义域为 $[0,+\infty)$4分

(II) 令 $2^x=t$, 则原函数可化为 $h(t)=t^2-a\cdot t+1$8分

因为 $x\in[1,2]$,

所以 $2^x\in[2,4]$, 即 $t\in[2,4]$9分

因为二次函数 $h(t)=t^2-a\cdot t+1$ 的对称轴为 $t=\frac{a}{2}$,10分

①当 $\frac{a}{2} \leq 2$, 即 $a \leq 4$ 时, $h(t)$ 有最小值 $h(2) = 5 - 2a$11分

②当 $2 < \frac{a}{2} < 4$, 即 $4 < a < 8$ 时, $h(t)$ 有最小值 $h(\frac{a}{2}) = -\frac{a^2}{4} + 1$12分

③当 $\frac{a}{2} \geq 4$, 即 $a \geq 8$ 时, $h(t)$ 有最小值 $h(4) = 17 - 4a$13分

综上 $f(x)$ 的最小值 $g(a)$ 的解析式为 $g(a) = \begin{cases} 5 - 2a, a \leq 4, \\ 1 - \frac{a^2}{4}, 4 < a < 8, \\ 17 - 4a, a \geq 8. \end{cases}$ 15分

(21) (共 13 分)

解: (I) 不正确.1分

例如: $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{2, 3, 4\}$, $A \cup B = \{1, 2, 3, 4\}$2分

当 $i = 2$ 时, 因为 $2 \in A$, 所以 $f_2(A) = 1$.

因为 $2 \in B$, 所以 $f_2(B) = 1$3分

因为 $2 \in (A \cup B)$, 所以 $f_2(A \cup B) = 1$4分

而此时 $f_2(A \cup B) \neq f_2(A) + f_2(B)$,5分

所以对任意 $i \in N^*$, $f_i(A \cup B) = f_i(A) + f_i(B)$ 不正确.6分

(II) 证明:

①若 $f_i(A \cap B) = 0$, 则 $i \notin (A \cap B)$7分

此时有, $i \in A$ 且 $i \notin B$, 或 $i \notin A$ 且 $i \in B$, 或 $i \notin A$ 且 $i \notin B$ 三种情况

当 $i \in A$ 且 $i \notin B$ 时, $f_i(A) = 1$, $f_i(B) = 0$, 此时 $f_i(A) \cdot f_i(B) = 0$.

当 $i \notin A$ 且 $i \in B$ 时, $f_i(A) = 0$, $f_i(B) = 1$, 此时 $f_i(A) \cdot f_i(B) = 0$.

当 $i \notin A$ 且 $i \notin B$ 时, $f_i(A) = 0$, $f_i(B) = 0$, 此时 $f_i(A) \cdot f_i(B) = 0$.

因此 $f_i(A \cap B) = f_i(A) \cdot f_i(B)$ 成立.10分

②若 $f_i(A \cap B) = 1$, 则 $i \in (A \cap B)$11分

此时, $i \in A$ 且 $i \in B$, 则 $f_i(A) = 1$, $f_i(B) = 1$12分

此时 $f_i(A) \cdot f_i(B) = 1$.

因此 $f_i(A \cap B) = f_i(A) \cdot f_i(B)$ 成立.

综合①②可知, $f_i(A \cap B) = f_i(A) \cdot f_i(B)$ 成立.13分

关于我们

北京高考在线创办于 2014 年，隶属于北京太星网络科技有限公司，是北京地区极具影响力的中学升学服务平台。主营业务涵盖：北京新高考、高中生涯规划、志愿填报、强基计划、综合评价招生和学科竞赛等。

北京高考在线旗下拥有网站门户、微信公众平台等全媒体矩阵生态平台。平台活跃用户 40W+，网站年度流量数千万量级。用户群体立足于北京，辐射全国 31 省市。

北京高考在线平台一直秉承 “精益求精、专业严谨” 的建设理念，不断探索 “K12 教育+互联网+大数据” 的运营模式，尝试基于大数据理论为广大中学和家长提供新鲜的高考资讯、专业的高考政策解读、科学的升学规划等，为广大高校、中学和教科研单位提供 “衔接和桥梁纽带” 作用。

平台自创办以来，为众多重点大学发现和推荐优秀生源，和北京近百所中学达成合作关系，累计举办线上线下升学公益讲座数百场，帮助数十万考生顺利通过考入理想大学，在家长、考生、中学和社会各界具有广泛的口碑影响力

未来，北京高考在线平台将立足于北京新高考改革，基于对北京高考政策研究及北京高校资源优势，更好的服务全国高中家长和学生。



微信搜一搜

北京高考资讯