2023北京丰台高一（下）期中
数　　学（A卷）
考试时间：120分钟

第Ⅰ卷（选择题共**40**分）

一、选择题：共10小题，每小题4分. 在每小题给出的四个选项中，选出符合题目要求的一项.

1.已知向量$\boldsymbol{a}=(1,-2)$，$\boldsymbol{b}=(x,3)$，且$\boldsymbol{a}\perp\boldsymbol{b}$，则$x=$

（A）-6　　（B）$-\dfrac{3}{2}$　　（C）$\dfrac{3}{2}$　　（D）6

2.已知$-\dfrac{\pi}{2}<\alpha<0$，则点$P(\sin\alpha,\cos\alpha)$位于

（A）第一象限　　（B）第二象限　　（C）第三象限　　（D）第四象限

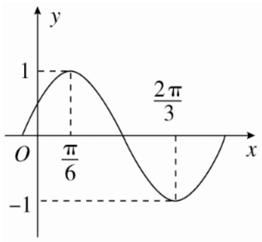
3.下列函数中，最小正周期是π的奇函数为

（A）$y=\sin 2x$　　（B）$y=\cos 2x$　　（C）$y=\tan 2x$　　（D）$y=|\sin x|$

4.已知$\sin\alpha=\dfrac{3}{5}$，则$\cos(\pi-2\alpha)=$

（A）$-\dfrac{18}{25}$　　（B）$-\dfrac{7}{25}$　　（C）$\dfrac{7}{25}$　　（D）$\dfrac{24}{25}$

5.已知函数$f(x)=\sin(\omega x+\varphi)$（$\omega>0,|\varphi|<\dfrac{\pi}{2}$）的部分图象如图所示，则



（A）$\omega=2,\varphi=\dfrac{\pi}{6}$

（B）$\omega=2,\varphi=-\dfrac{\pi}{6}$

（C）$\omega=1,\varphi=\dfrac{\pi}{6}$

（D）$\omega=1,\varphi=\dfrac{\pi}{3}$

6. 在$\triangle ABC$中，角A，B，C所对的边分别为a，b，c，且$a\cos B=b\cos A$，则$\triangle ABC$的形状为

（A）直角三角形　　（B）等腰或直角三角形

（C）等腰三角形　　（D）等边三角形

7.在平面直角坐标系中，动点A在单位圆上按逆时针方向作匀速圆周运动，每12分钟转动一周. 若点A初始位置的坐标为$(-\dfrac{4}{5},\dfrac{3}{5})$，则运动到3分钟时，动点$A$所处位置的坐标为

（A）$(\dfrac{3}{5},-\dfrac{4}{5})$　　（B）$(\dfrac{4}{5},\dfrac{3}{5})$　　（C）$(-\dfrac{3}{5},-\dfrac{4}{5})$　　（D）$(-\dfrac{3}{5},\dfrac{4}{5})$

8. 在矩形$ABCD$中，$AB=2$，$BC=\sqrt{3}$，P为AB边的中点，则$\overrightarrow{CP}\cdot\overrightarrow{BD}=$

（A）-1　　（B）$-\dfrac{\sqrt{3}}{2}$　　（C）1　　（D）$\sqrt{3}$

9. 将函数 $y=\cos(4x+\varphi)$ 的图象向左平移 m 个单位所得函数图象关于 y 轴对称，向右平移 m 个单位所得函数图象关于原点对称，其中 $0\leqslant\varphi\leqslant\frac{\pi}{2}$，$m>0$，则 $\varphi=$

（A）$\frac{\pi}{6}$　　（B）$\frac{\pi}{3}$　　（C）$\frac{\pi}{8}$　　（D）$\frac{\pi}{4}$

10. 在△ABC 中，$AC=3$，$BC=2AB$，则 $\overrightarrow{CA}\cdot\overrightarrow{CB}$ 的取值范围是

（A）$[\frac{9}{2},6]$　　（B）$(6,9)$　　（C）$[9,18]$　　（D）$(6,18)$

第Ⅱ卷（非选择题共 110 分）

二、填空题:共 5 小题，每小题 5 分，共 25 分.

11.在△ABC 中，若 $a=8$，$A=\frac{\pi}{4}$，$B=\frac{\pi}{6}$，则 $b=$____.

12.已知向量 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}$ 是单位向量，且夹角为 60°，则 $|\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}|=$____.

13.在平面直角坐标系 xOy 中，角 α 以 x 轴非负半轴为始边，其终边经过点 $(-\sqrt{3},y)$，且 $\sin\alpha=\frac{\sqrt{6}}{3}$，则 $y=$____.

14.若点 $A(\cos\alpha,\sin\alpha)$ 关于 y 轴的对称点为 $B(\cos(\alpha+\frac{\pi}{3}),\sin(\alpha+\frac{\pi}{3}))$，则 α 的一个取值为____.

15.已知函数 $f(x)=\cos(\omega x+\frac{\pi}{4})$ $(\omega>0)$ 在区间 $[0,\pi]$ 上有且仅有 3 个对称中心，给出下列四个结论：

① $f(x)$ 的最小正周期可能是 π；

② $f(x)$ 在区间 $(0,\pi)$ 上有且仅有 3 条对称轴；

③ ω 的取值范围是 $[\frac{9}{4},\frac{13}{4})$；

④ $f(x)$ 在区间 $[0,\frac{\pi}{16}]$ 上单调递减.

其中所有正确结论的序号是________.

三、解答题:共 6 小题，共 85 分. 解答应写出文字说明，演算步骤或证明过程.

16.（本小题 13 分）

已知向量 $\boldsymbol{a}=(3,2)$，$\boldsymbol{b}=(-1,2)$.

（Ⅰ）求 $2\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}$；

（Ⅱ）设 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}$ 的夹角为 α，求 $\cos\alpha$ 的值;

（Ⅲ）若 $(k\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})\parallel(2\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b})$，求实数 k 的值.

17.（本小题 13 分）

在平面直角坐标系 xOy 中，以 x 轴非负半轴为始边的两个锐角 α，β 的终边分别与单位圆相交于 P，Q 两点，P，Q 的横坐标分别为 $\frac{\sqrt{2}}{10}$，$\frac{3}{5}$.

（Ⅰ）求 $\sin\alpha$， $\sin\beta$ 的值；

（Ⅱ）求 $\alpha+\beta$ 的值.

18.（本小题 14 分）

已知函数 $f(x)=\sin x\cos x+\frac{1}{2}\cos 2x$.

（Ⅰ）求 $f(\frac{\pi}{8})$ 的值；

（Ⅱ）若 $f(\alpha)=\frac{3}{5}$， $\alpha\in[\frac{\pi}{8},\frac{3\pi}{8}]$，求 $\cos 2\alpha$ 的值.

19.（本小题 15 分）

在△ ABC 中， $a^2+b^2-c^2=ab$.

（Ⅰ）求 $\angle C$ 的大小；

（Ⅱ）若 $a=2$，再从条件①、条件②中任选一个作为已知，求 b 的值.

条件①：△ ABC 的面积为 $\frac{3\sqrt{3}}{2}$

条件②： $\cos A=\frac{2\sqrt{7}}{7}$

注：如果选择条件①和条件②分别解答，按第一个解答计分.

20.（本小题 15 分）

已知函数 $f(x)=2\sqrt{3}\sin x\cos x+2\sin^2 x-1$.

（Ⅰ）求 $f(x)$ 的最小正周期；

（Ⅱ）求 $f(x)$ 的单调递减区间；

（Ⅲ）若 $f(x)$ 在区间 $[0,m]$ 上的最大值为 2，求 m 的最小值.

21.（本小题 15 分）

已知函数 $f(x)=\sin(\omega x+\varphi)\ (\omega>0,|\varphi|<\frac{\pi}{2})$. 用五点法画函数 $f(x)$ 在区间 $[\frac{\pi}{12},\frac{13\pi}{12}]$ 上的图象时，取点列表如下：

x	$\frac{\pi}{12}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{7\pi}{12}$	$\frac{5\pi}{6}$	$\frac{13\pi}{12}$
$f(x)$	0	1	0	-1	0

（Ⅰ）直接写出 $f(x)$ 的解析式；

（Ⅱ）在锐角△ ABC 中，若 $f(A)=1$，且向量 $\boldsymbol{m}=(1,\sin B)$ 与 $\boldsymbol{n}=(\sin C, t)$ 共线，求 t 的取值范围.

（考生务必将答案写在答题卡上，在试卷上作答无效）

参考答案

第 I 卷（选择题 共 40 分）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
答案	D	B	A	B	A	C	C	A	D	D

第 II 卷（非选择题 共 110 分）

二．填空题（每小题 5 分，共 25 分）

11. $4\sqrt{2}$　　12. $\sqrt{3}$　　13. $\sqrt{6}$

14. $\frac{\pi}{3}$（答案不唯一，符合 $\alpha=k\pi+\frac{\pi}{3},k\in\mathbf{Z}$ 即可）　　15. ③④

三．解答题（共 85 分）

16.（本小题 13 分）

解：（Ⅰ）因为向量 $\boldsymbol{a}=(3,2),\boldsymbol{b}=(-1,2)$，

所以 $2\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}=2(3,2)-(-1,2)=(7,2)$．　　…………………3 分

（Ⅱ）由题意得 $\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=3\times(-1)+2\times2=-3+4=1$，$|\boldsymbol{a}|=\sqrt{13},|\boldsymbol{b}|=\sqrt{5}$，

故 $\cos\alpha=\dfrac{\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}}{|\boldsymbol{a}||\boldsymbol{b}|}=\dfrac{1}{\sqrt{13}\times\sqrt{5}}=\dfrac{\sqrt{65}}{65}$．　　…………………8 分

（Ⅲ）因为向量 $\boldsymbol{a}=(3,2),\boldsymbol{b}=(-1,2)$，

所以 $k\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}=k(3,2)+(-1,2)=(3k-1,2k+2)$，$2\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}=(7,2)$．

因为 $(k\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})\parallel(2\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b})$，

所以 $(3k-1)\times2-(2k+2)\times7=0$．

解得：$k=-2$．　　…………………13 分

17.（本小题 13 分）

解：（Ⅰ）由已知得 $\cos\alpha=\dfrac{\sqrt{2}}{10}$，$\cos\beta=\dfrac{3}{5}$．

因为 α，β 都是锐角，

所以 $\sin\alpha=\sqrt{1-\cos^2\alpha}=\dfrac{7\sqrt{2}}{10}$，

$\sin\beta=\sqrt{1-\cos^2\beta}=\dfrac{4}{5}$．　　…………………6 分

（Ⅱ）因为 α，β 都是锐角，

所以 $0<\alpha+\beta<\pi$．

因为 $\cos(\alpha+\beta)=\cos\alpha\cos\beta-\sin\alpha\sin\beta$

$$=\frac{\sqrt{2}}{10}\times\frac{3}{5}-\frac{7\sqrt{2}}{10}\times\frac{4}{5}$$

$$=-\frac{\sqrt{2}}{2},$$

所以 $\alpha+\beta=\frac{3\pi}{4}$. ………………13 分

18.（本小题 14 分）

解：（Ⅰ）因为 $f(x)=\sin x\cos x+\frac{1}{2}\cos 2x$

$$=\frac{1}{2}\sin 2x+\frac{1}{2}\cos 2x$$

$$=\frac{\sqrt{2}}{2}(\frac{\sqrt{2}}{2}\sin 2x+\frac{\sqrt{2}}{2}\cos 2x)$$

$$=\frac{\sqrt{2}}{2}\sin(2x+\frac{\pi}{4}),$$

所以 $f(\frac{\pi}{8})=\frac{\sqrt{2}}{2}\sin(2\times\frac{\pi}{8}+\frac{\pi}{4})=\frac{\sqrt{2}}{2}$. ………………6 分

（Ⅱ）由（Ⅰ）可知 $f(x)=\frac{\sqrt{2}}{2}\sin(2x+\frac{\pi}{4})$，

因为 $f(\alpha)=\frac{3}{5}$，所以 $\frac{\sqrt{2}}{2}\sin(2\alpha+\frac{\pi}{4})=\frac{3}{5}$.

整理得：$\sin(2\alpha+\frac{\pi}{4})=\frac{3\sqrt{2}}{5}$.

因为 $\alpha\in[\frac{\pi}{8},\frac{3\pi}{8}]$，

所以 $2\alpha+\frac{\pi}{4}\in[\frac{\pi}{2},\pi]$.

所以 $\cos(2\alpha+\frac{\pi}{4})=-\sqrt{1-\sin^2(2\alpha+\frac{\pi}{4})}=-\frac{\sqrt{7}}{5}$.

所以 $\cos 2\alpha=\cos((2\alpha+\frac{\pi}{4})-\frac{\pi}{4})$

$$=\cos(2\alpha+\frac{\pi}{4})\cos\frac{\pi}{4}+\sin(2\alpha+\frac{\pi}{4})\sin\frac{\pi}{4}$$

$$=\frac{6-\sqrt{14}}{10}.$$ ………………14 分

19.（本小题 15 分）

解：（Ⅰ）因为 $a^2+b^2-c^2=ab$，

所以 $\cos C=\frac{b^2+a^2-c^2}{2ab}=\frac{ab}{2ab}=\frac{1}{2}$，

因为 C 为三角形内角，

所以 $C=\frac{\pi}{3}$. ………………6 分

（Ⅱ）选条件①：

因为△ ABC 的面积为 $\frac{3\sqrt{3}}{2}$， $C=\frac{\pi}{3}$， $a=2$.

所以 $\frac{1}{2}ab\sin C=\frac{1}{2}\times 2\times b\sin\frac{\pi}{3}=\frac{3\sqrt{3}}{2}$，

解得： $b=3$. ………………15 分

选条件②：

因为 $\cos A=\frac{2\sqrt{7}}{7}$， A 为三角形内角，

所以 $\sin A=\sqrt{1-\cos^2 A}=\frac{\sqrt{21}}{7}$.

在△ ABC 中， $B=\pi-(A+C)$，

所以 $\sin B=\sin(\pi-(A+C))$

$=\sin(A+C)$

$=\sin(A+\frac{\pi}{3})$

$=\sin A\cos\frac{\pi}{3}+\cos A\sin\frac{\pi}{3}$

$=\frac{3\sqrt{21}}{14}$.

由正弦定理 $\frac{a}{\sin A}=\frac{b}{\sin B}$，

得： $\frac{2}{\frac{\sqrt{21}}{7}}=\frac{b}{\frac{3\sqrt{21}}{14}}$，

所以 $b=3$. ………………15 分

20.（本小题 15 分）

解：（Ⅰ）因为 $f(x)=2\sqrt{3}\sin x\cos x+2\sin^2 x-1$

$=\sqrt{3}\sin 2x-\cos 2x$

$=2(\frac{\sqrt{3}}{2}\sin 2x-\frac{1}{2}\cos 2x)$

$=2\sin(2x-\frac{\pi}{6})$，

所以 $f(x)$ 的最小正周期为 $T=\frac{2\pi}{2}=\pi$. ………………4 分

（Ⅱ）由（Ⅰ）知 $f(x)=2\sin(2x-\frac{\pi}{6})$.

因为函数 $y=\sin x$ 的单调递减区间为 $[\frac{\pi}{2}+2k\pi,\ \frac{3\pi}{2}+2k\pi]$（$k\in\mathbf{Z}$）.

所以 $\frac{\pi}{2}+2k\pi\leqslant 2x-\frac{\pi}{6}\leqslant\frac{3\pi}{2}+2k\pi$，$k\in\mathbf{Z}$，

得 $\frac{\pi}{3}+k\pi\leqslant x\leqslant\frac{5\pi}{6}+k\pi$，$k\in\mathbf{Z}$.

所以 $f(x)$ 的单调递减区间为 $[\frac{\pi}{3}+k\pi,\frac{5\pi}{6}+k\pi](k\in\mathbf{Z})$.……………9 分

（Ⅲ）因为 $x\in[0,m]$， 所以 $m>0$.

所以 $2x-\frac{\pi}{6}\in[-\frac{\pi}{6},2m-\frac{\pi}{6}]$.

又因为 $x\in[0,m]$， $f(x)$ 的最大值为 2，

所以 $2m-\frac{\pi}{6}\geqslant\frac{\pi}{2}$，

解得 $m\geqslant\frac{\pi}{3}$.

所以 m 的最小值为 $\frac{\pi}{3}$.　　　　　　………………15 分

21.（15 分）

解：（Ⅰ） $f(x)$ 的解析式为 $f(x)=\sin(2x-\frac{\pi}{6})$.　　　　　………………4 分

（Ⅱ）因为 $f(A)=1$，

所以 $\sin(2A-\frac{\pi}{6})=1$.

因为△ ABC 是锐角三角形，

所以 $A\in(0,\frac{\pi}{2})$，

所以 $2A-\frac{\pi}{6}\in(-\frac{\pi}{6},\frac{5\pi}{6})$，

解得： $A=\frac{\pi}{3}$.

因为向量 $\boldsymbol{m}=(1,\sin B)$ 与 $\boldsymbol{n}=(\sin C,t)$ 共线，

所以 $t=\sin B\sin C$

$=\sin B\sin(B+\frac{\pi}{3})$

$=\frac{\sqrt{3}}{4}\sin 2B-\frac{1}{4}\cos 2B+\frac{1}{4}$

$=\sin(2B-\frac{\pi}{6})+\frac{1}{4}$.

因为△ ABC 是锐角三角形，

所以 $B\in(0,\frac{\pi}{2})$， $C=\frac{2\pi}{3}-B\in(0,\frac{\pi}{2})$，

解得： $B\in(\frac{\pi}{6},\frac{\pi}{2})$，

所以 $2B-\frac{\pi}{6}\in(\frac{\pi}{6},\frac{5\pi}{6})$，

所以 $t=\sin(2B-\frac{\pi}{6})+\frac{1}{4}\in(\frac{3}{4},\frac{5}{4}]$.

所以 t 的取值范围是 $(\frac{3}{4},\frac{5}{4}]$. ………………15 分

关于我们

北京高考在线创办于 2014 年，隶属于北京太星网络科技有限公司，是北京地区极具影响力的中学升学服务平台。主营业务涵盖：北京新高考、高中生涯规划、志愿填报、强基计划、综合评价招生和学科竞赛等。

北京高考在线旗下拥有网站门户、微信公众平台等全媒体矩阵生态平台。平台活跃用户 40W+，网站年度流量数千万量级。用户群体立足于北京，辐射全国 31 省市。

北京高考在线平台一直秉承 “ 精益求精、专业严谨 ” 的建设理念，不断探索“K12 教育+互联网+大数据”的运营模式，尝试基于大数据理论为广大中学和家长提供新鲜的高考资讯、专业的高考政策解读、科学的升学规划等，为广大高校、中学和教科研单位提供“衔接和桥梁纽带”作用。

平台自创办以来，为众多重点大学发现和推荐优秀生源，和北京近百所中学达成合作关系，累计举办线上线下升学公益讲座数百场，帮助数十万考生顺利通过考入理想大学，在家长、考生、中学和社会各界具有广泛的口碑影响力

未来，北京高考在线平台将立足于北京新高考改革，基于对北京高考政策研究及北京高校资源优势，更好的服务全国高中家长和学生。

微信搜一搜

北京高考资讯