数　学

考生注意：

1. 答题前，考生务必将自己的姓名、考生号填写在试卷和答题卡上，并将考生号条形码粘贴在答题卡上的指定位置.
2. 回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡对应题目的答案标号涂黑. 如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号. 回答非选择题时，将答案写在答题卡上. 写在本试卷上无效.
3. 考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回.

一、单项选择题：本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分. 在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1. 已知集合 $A=\{x\in\mathbf{Z}|1<x\leqslant 4\}$，$B=\{x\in\mathbf{Z}|x^2-8x+12<0\}$，则 $A\cup B$ 的子集的个数为

A. 7　　B. 8　　C. 15　　D. 16

2. 已知复数 z 满足 $z(1+4\mathrm{i})=2+\mathrm{i}$，则 $z=$

A. $\frac{6}{17}+\frac{7}{17}\mathrm{i}$　　B. $\frac{6}{17}-\frac{7}{17}\mathrm{i}$　　C. $-\frac{6}{17}+\frac{7}{17}\mathrm{i}$　　D. $-\frac{6}{17}-\frac{7}{17}\mathrm{i}$

3. 已知等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n，且 $\frac{S_7}{7}-\frac{S_3}{3}=4$，则 $a_9-a_6=$

A. 2　　B. 3　　C. 4　　D. 6

4. 已知非零向量 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}$ 满足 $|\boldsymbol{a}|=2|\boldsymbol{b}|$，且 $|\boldsymbol{a}-2\boldsymbol{b}|=|\boldsymbol{a}+4\boldsymbol{b}|$，则 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}$ 的夹角为

A. $\frac{\pi}{6}$　　B. $\frac{\pi}{3}$　　C. $\frac{2\pi}{3}$　　D. $\frac{5\pi}{6}$

5. 已知函数 $f(x)=(x+a)|x-1|$ 的单调递减区间为 $(1,2)$，则实数 a 的值为

A. -3　　B. -2　　C. 1　　D. 2

6. 已知命题 p：$\exists\theta\in\left(0,\frac{\pi}{4}\right)$，$(\cos\theta)^{\sin\theta}\leqslant(\sin\theta)^{\cos\theta}$，则

A. $\neg p$：$\exists\theta\in\left(0,\frac{\pi}{4}\right)$，$(\cos\theta)^{\sin\theta}>(\sin\theta)^{\cos\theta}$，且 $\neg p$ 是真命题

B. $\neg p$：$\forall\theta\in\left(0,\frac{\pi}{4}\right)$，$(\cos\theta)^{\sin\theta}>(\sin\theta)^{\cos\theta}$，且 $\neg p$ 是假命题

C. $\neg p$：$\exists\theta\in\left(0,\frac{\pi}{4}\right)$，$(\cos\theta)^{\sin\theta}>(\sin\theta)^{\cos\theta}$，且 $\neg p$ 是假命题

D. $\neg p$：$\forall\theta\in\left(0,\frac{\pi}{4}\right)$，$(\cos\theta)^{\sin\theta}>(\sin\theta)^{\cos\theta}$，且 $\neg p$ 是真命题

关注北京高考在线官方微信：京考一点通（微信号:bjgkzx），获取更多试题资料及排名分析信息。

7. 已知圆锥 SO_1 的高为4,体积为$\frac{32\pi}{3}$,若圆锥的顶点 S 与底面圆周上的所有点均在球 O 上,则球 O 的体积为

A. 18π　　B. 24π　　C. 36π　　D. 48π

8. 已知$f(x)$为偶函数,对任意 $x\in\mathbf{R}$ 有 $f(x+2)=f(x)-f(1)$,当 $x\in[0,1)$时,$f(x)=4x-2$,则方程$f(x)=\log_2|x-1|$的所有实根之和为

A. 3　　B. 6　　C. 7　　D. 8

二、多项选择题:本题共4小题,每小题5分,共20分. 在每小题给出的四个选项中,有多项符合题目要求,全部选对的得5分,部分选对的得2分,有选错的得0分.

9. 在实际应用中,通常用吸光度 A 和透光率 T 来衡量物体的透光性能,它们之间的换算公式为 $A=\lg\frac{1}{T}$,下表为不同玻璃材料的透光率:

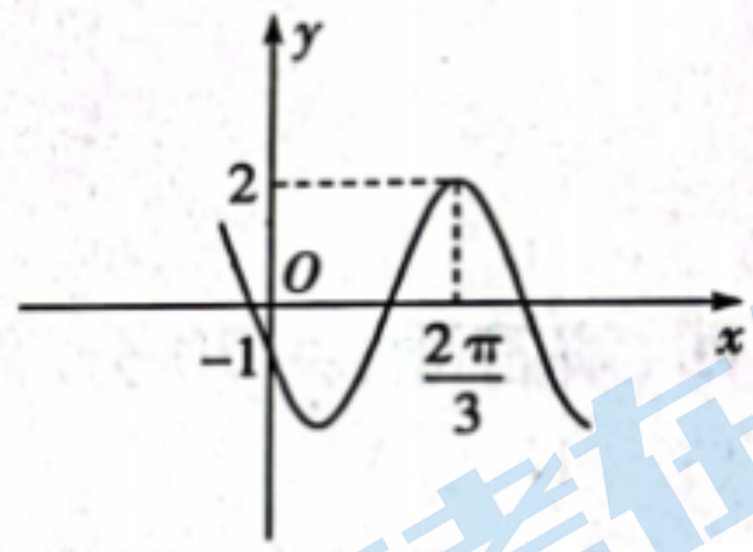
玻璃材料	材料1	材料2	材料3
T	0.7	0.8	0.9

设材料1、材料2、材料3 的吸光度分别为 A_1,A_2,A_3,则

A. $A_1>A_2$　　B. $A_2>3A_3$

C. $A_1+A_3>2A_2$　　D. $A_1A_3>A_2^2$

10. 已知函数$f(x)=A\sin(\omega x+\varphi)$的部分图象如图,则



A. $f(x)$的最小正周期为 π

B. 将$f(x)$的图象向右平移$\frac{\pi}{3}$个单位长度得到一个偶函数的图象

C. $f(x)$在$[-\pi,0]$上有3个零点

D. $f(x)$的图象的对称轴为直线 $x=\frac{k\pi}{2}+\frac{\pi}{6}(k\in\mathbf{Z})$

11. 已知函数$f(x)=x^3+3x^2+bx+1$ 的导函数$f'(x)$的极值点是$f(x)$的零点,则

A. $f(x)$在 $\mathbf{R}$ 上单调递增

B. $f(x)$的图象关于点$(-1,0)$中心对称

C. 若 $a+c>-2$,则$f(a)+f(c)>0$

D. 过坐标原点仅有一条直线与曲线 $y=f(x)$相切

12. 已知数列$\{a_n\}$的通项公式为 $a_n=\begin{cases}2,n=1,\\2^{n-2},n\geq2,\end{cases}$ 其前 n 项和为 S_n. 对任意正整数 m,设 $m=\sum_{i=1}^{k}b_i(S_i-1)$,其中 $b_i\in\{0,1\}$,记$f(m)=b_1+b_2+\cdots+b_k$,则

A. $S_n=\begin{cases}2,n=1,\\2^n-1,n\geq2\end{cases}$　　B. $S_{n+2}-3\geq n(n+1)$

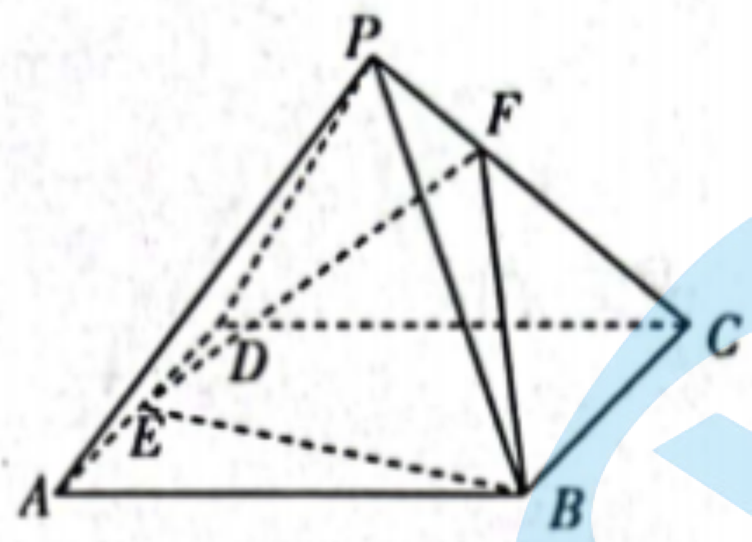
C. $f(2m)=f(m)$　　D. $f(a_{n+3}-S_{n+1})=n$

三、填空题:本题共4小题,每小题5分,共20分.

13. 已知 $3\sin\alpha=\cos\alpha$,则 $\tan\left(\alpha-\frac{\pi}{4}\right)=$__________.

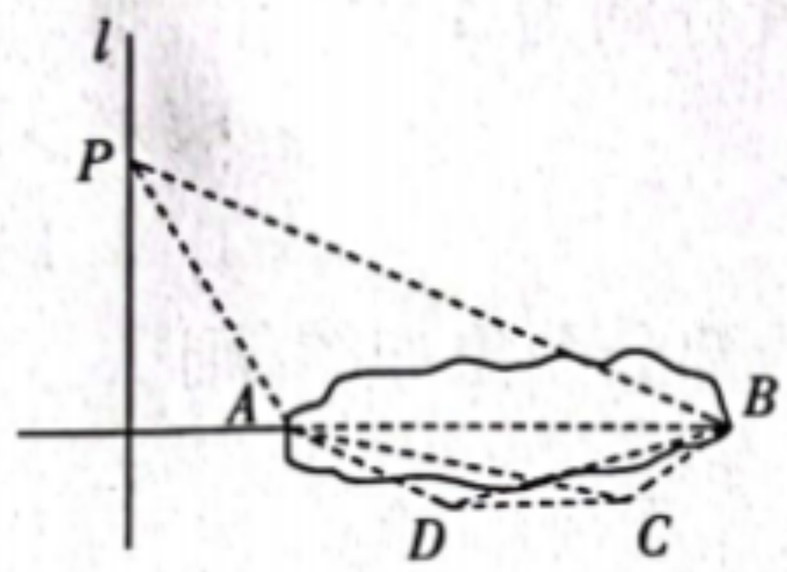
关注北京高考在线官方微信: 京考一点通 (微信号:bjgkzx), 获取更多试题资料及排名分析信息。

14. 如图，四棱锥 $P-ABCD$ 的底面为平行四边形，E,F 分别为棱 AD,PC 上的点，$AD=3AE$，且 $PA//$平面 EBF，则$\frac{PF}{FC}=$__________.



15. 已知曲线 $y=\frac{x-1}{x+2}$在点$(-1,-2)$处的切线方程为 $y=kx+b$，记 $\max\{p,q\}=\begin{cases}p,p\geq q,\\q,p<q,\end{cases}$设函数 $F(x)=\max\{4|x-1|,kx+b\}$，则 $F(x)$的最小值为__________

16. 如图，一个池塘的东、西两侧的端点分别为 B,A，现取水库周边两点 C,D，测得 $CD=80$ m，$\angle ADB=135°$，$\angle BDC=\angle DCA=15°$，$\angle ACB=120°$，池塘旁边有一条与直线 AB 垂直的小路 l，且点 A 到 l 的距离为 $20\sqrt{5}$ m. 小张（P 点）沿着小路 l 行进并观察 A,B 两点处竖立的旗帜（与小张的眼睛在同一水平面内），则小张的视线 PA 与 PB 的夹角的正切值的最大值为__________.



四、解答题：共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17.（10 分）

已知等比数列$\{a_n\}$的公比 $q=2$，记其前 n 项和为 S_n，且 a_2,a_3+3,a_4 成等差数列.

（Ⅰ）求$\{a_n\}$的通项公式；

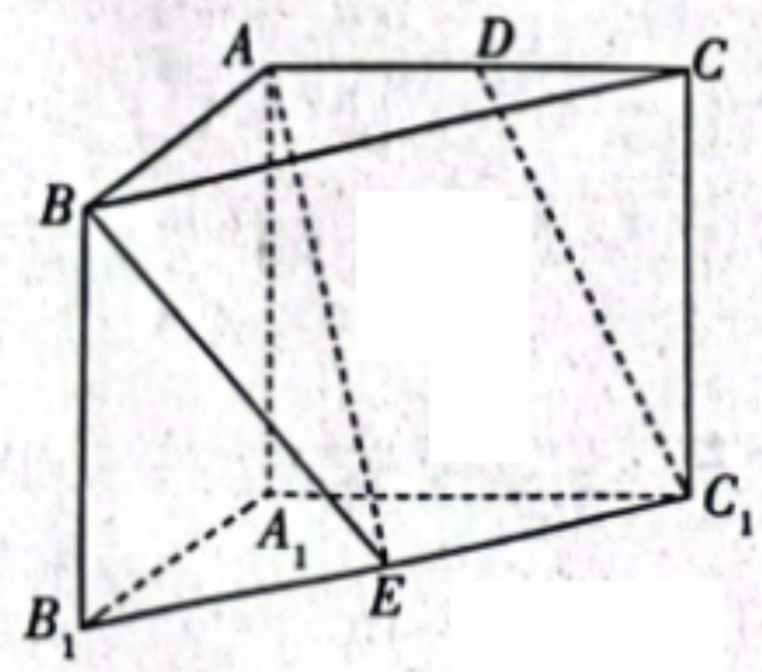
（Ⅱ）求$\{S_n\}$的前 n 项和 T_n.

18.（12 分）

如图，在三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中，$AA_1\perp$平面 ABC，$AB=AC=AA_1$，$AB\perp AC$，D,E 分别为棱 AC,B_1C_1 的中点.

（Ⅰ）求证：$C_1D//$平面 ABE；

（Ⅱ）求直线 BC 与平面 ABE 所成角的正弦值.



关注北京高考在线官方微信：京考一点通（微信号:bjgkzx），获取更多试题资料及排名分析信息。

19. (12 分)

在钝角三角形 ABC 中，角 A,B,C 所对的边分别为 a,b,c，已知 $a\cos A=b\cos B$.

(Ⅰ)证明：$\triangle ABC$ 是等腰三角形；

(Ⅱ)若 $a\sin C=1$ 且 $c^2=2\sqrt{3}b$，求 $\triangle ABC$ 的面积.

20. (12 分)

已知数列 $\{a_n\}$ 的各项均为正数，其前 n 项和记为 S_n，$a_1=1$，且 $\dfrac{S_{n+1}}{S_n}=\dfrac{a_n+\lambda}{a_n}$（$\lambda$ 为常数）.

(Ⅰ)若 a_1,a_2,a_3 构成等比数列，求 λ 的值；

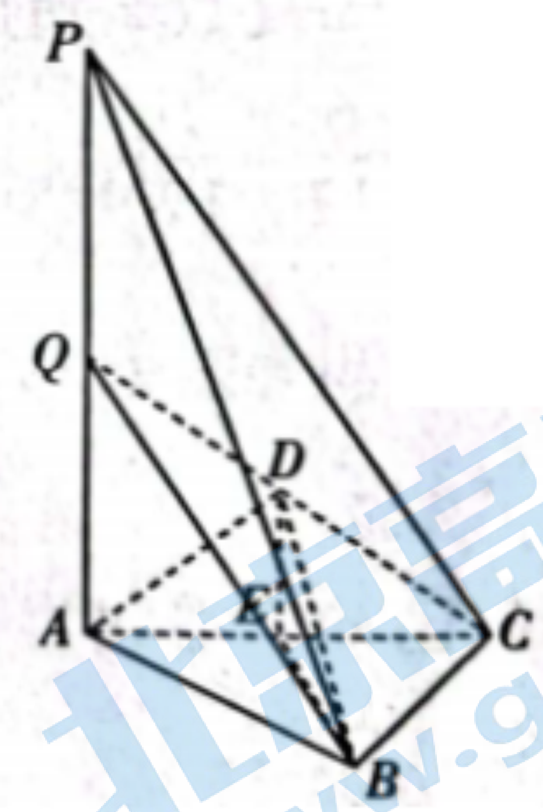
(Ⅱ)若 $\lambda=3$，且 $\dfrac{1}{a_1a_3}+\dfrac{1}{a_2a_4}+\cdots+\dfrac{1}{a_na_{n+2}}<M$ 恒成立，求实数 M 的最小值.

21. (12 分)

如图，在三棱锥 $P-ABC$ 中，$PA\perp AC$，Q,D,E 分别是线段 PA,QC,AC 的中点，$BD=\sqrt{2}$，$PA=2AC=4BE=4$.

(Ⅰ)求证：$DE\perp$ 平面 ABC；

(Ⅱ)若二面角 $Q-BD-A$ 的余弦值为 $\dfrac{1}{3}$，求 $\angle ACB$.



22. (12 分)

已知函数 $f(x)=me^x-x$，$m\in\mathbf{R}$.

(Ⅰ)若 $f(x)\geqslant 0$ 恒成立，求 m 的取值范围；

(Ⅱ)设正实数 $x_1,x_2,\cdots,x_n(n\geqslant 2)$ 满足 $\sum\limits_{i=1}^{n}x_i=2$，证明：$\sum\limits_{i=1}^{n}\dfrac{f(x_i)}{e^{x_i}}\geqslant nm-2e^{-\frac{2}{n}}$.

关注北京高考在线官方微信：京考一点通（微信号:bjgkzx），获取更多试题资料及排名分析信息。