20220607 项目第二次模拟测试卷
理科数学

本试卷共 4 页，23 小题，满分 150 分. 考试时间 120 分钟.

注意事项：

1. 答卷前，考生务必将自己的姓名、准考证号填涂在答题卡上，并在相应位置贴好条形码.
2. 作答选择题时，选出每小题答案后，用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案信息涂黑；如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其它答案.
3. 非选择题必须用黑色水笔作答，答案必须写在答题卡各题目指定区域内相应位置上；如需改动，先划掉原来答案，然后再写上新答案，不准使用铅笔和涂改液.不按以上要求作答无效.
4. 考生必须保证答题卡整洁．考试结束后，将试卷和答题卡一并交回.

一．选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1．已知集合 $A=\{x\in \mathrm{N} \mid 1\le x\le 3\}, B=\{x \mid x^2-6x+5<0\}$，则 $A\cap B=$

A.　　B. $\{1,2,3\}$　　C. $(1,3]$　　D. $\{2,3\}$

2．已知 i 为虚数单位，若 $z=1+\mathrm{i}$，则 $|\bar{z}+2\mathrm{i}|=$

A．$1+\mathrm{i}$　　B．$\sqrt{2}$　　C．2　　D．$\sqrt{10}$

3．已知圆锥内部有一个半径为1的球与其侧面和底面均相切，且圆锥的轴截面为等边三角形，则圆锥的侧面积为

A．2π　　B．4π　　C．6π　　D．8π

4．在 ΔABC 中，角 A,B,C 所对的边分别为 a,b,c，若 $b=5$，$\cos A=\dfrac{1}{8}$，$\sin B=\dfrac{5\sqrt{7}}{16}$，则 $a=$

A．8　　B．6　　C．5　　D．3

5．已知 $a=\log_6 2$，$b=\sin 1$，$c=\dfrac{1}{2}$，则 a,b,c 的大小关系为

A．$a<c<b$　　B．$b<a<c$　　C．$c<b<a$　　D．$a<b<c$

6．已知实数 x,y 满足约束条件 $\begin{cases} x-y+1\ge 0, \\ x+3y-3\ge 0, \\ x\le 1, \end{cases}$ 则 $z=x^2+y^2$ 的最小值为

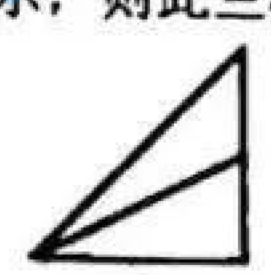
A．$\sqrt{5}$　　B．5　　C．$\dfrac{3\sqrt{10}}{10}$　　D．$\dfrac{9}{10}$

7．已知函数 $f(x)=\sqrt{3}\sin x+|\cos x|\ (-\dfrac{\pi}{2}\le x\le \dfrac{3\pi}{2})$，则方程 $f(x)=\sqrt{3}$ 的解的个数是

A．1　　B．2　　C．3　　D．4

8．如图 1，正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，点 P 在矩形 $A_1B_1C_1D_1$ 内（包含边界），若三棱锥 $P-ABC$ 的左视图如图 2 所示，则此三棱锥的俯视图不可能的是


A


B


C


D

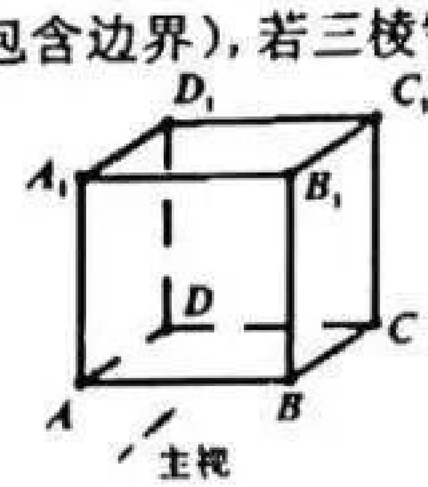


图 1

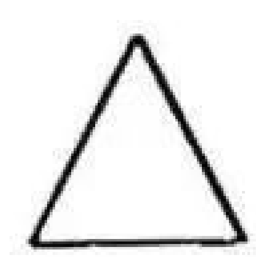


图 2

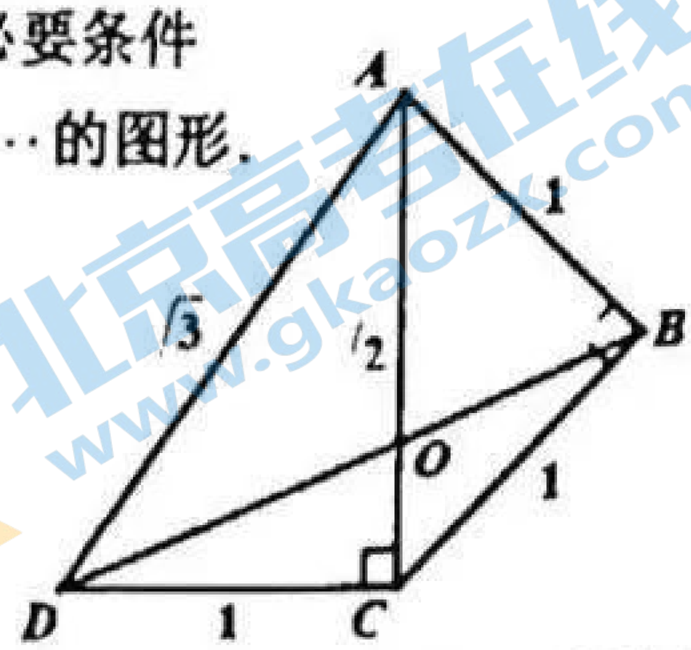
关注北京高考在线官方微信：北京高考资讯(微信号:bjgkzx)， 获取更多试题资料及排名分析信息。

9．已知 $p:-1<x<2$，$q:2^{x+1}-\log_2(x+2)<1$，则 p 是 q 的

A．充分不必要条件　　B．必要不充分条件

C．充分必要条件　　D．既不充分也不必要条件

10．右图是古希腊数学家特埃特图斯用来构造无理数 $\sqrt{2},\sqrt{3},\sqrt{5},\cdots$ 的图形．图中四边形 $ABCD$ 的对角线相交于点 O，若 $\overrightarrow{DO}=\lambda\overrightarrow{OB}$ 则 $\lambda=$



A．1　　B．$\sqrt{2}$

C．$\dfrac{\sqrt{6}}{2}$　　D．$\sqrt{3}$

11．已知 F_1,F_2 分别是双曲线 $E:\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$ 的左、右焦点，F_2 也是抛物线 $C:y^2=2px(p>0)$ 的焦点，点 P 是双曲线 E 与抛物线 C 的一个公共点，若 $|PF_1|=|F_1F_2|$，则双曲线 E 的离心率为

A．$2+\sqrt{3}$　　B．2　　C．$2\sqrt{3}$　　D．$\sqrt{3}$

12．已知函数 $f(x)=\begin{cases}ae^{x-1},x\geq 0,\\ ae^{-x-1},x<0\end{cases}$ $(a>0)$，若函数 $f(x)$ 的图象上存在两个点 $A(x_1,y_1)$，$B(x_2,y_2)$，满足 $y_1y_2-x_1x_2<0$，则 a 的取值范围为

A．$a\geq 2$　　B．$a\geq 1$　　C．$0<a<1$　　D．$0<a<2$

二．填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分．

13．已知向量 $a=(1,\sqrt{3})$，$|\vec{b}|=1$，若 $a\perp\vec{b}$，则 $|\vec{a}+\vec{b}|=$________

14．$(x^3-\dfrac{1}{2\sqrt{x}})^n$ 的展开式共有8项，则常数项为________．

15．从装有4个红球和3个蓝球（除颜色外完全相同）的盒子中任取两个球，则在选到的两个球颜色相同的条件下，都是红球的概率为________．

16．交通信号灯由红灯、绿灯、黄灯组成，红灯表示禁止通行，绿灯表示准许通行，黄灯表示警示，黄灯设置的时长与路口宽度、限定速度、停车距离有关．经过安全数据统计，驾驶员反应距离 s_1（单位：m）关于车速 v（单位：m/s）的函数模型为 $s_1=0.7584v$；刹车距离 s_2（单位：m）关于车速 v（单位：m/s）的函数模型为 $s_2=0.072v^2$，反应距离与刹车距离之和称为停车距离．在某个十字路口标示小汽车最大限速 $v=50\text{km/h}$（约14m/s），路口宽度为30m，如果只考虑小车通行安全，黄灯亮的时间是允许最大限速的车辆离停车线距离小于停车距离的汽车通过十字路口，那么信号灯的黄灯至少要亮________s（保留两位有效数字）．

三．解答题：共 70 分．解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤．第 17～21 题为必考题，每个试题考生都必须作答；第 22、23 题为选考题，考生根据要求作答．

（一）必考题：共 60 分．

17．（12 分）已知 $\{a_n\}$ 是公差为 d $(d\neq 0)$ 的等差数列，$a_1=1$，$a_{n+1}=xa_n+1$．

（1）求 $\{a_n\}$ 的通项公式；

（2）设 $b_n=(-1)^n\dfrac{2n+1}{a_na_{n+1}}$，求数列 $\{b_n\}$ 的前10项和 S_{10}

关注北京高考在线官方微信：北京高考资讯(微信号:bjgkzx)，获取更多试题资料及排名分析信息。

18.（12 分）国际上常用体重指数作为判断胖瘦的指标，体重指数是体重（单位：千克）与身高（单位：米）的平方的比值.高中学生由于学业压力，缺少体育锻炼等原因，导致体重指数偏高.某市教育局为督促各学校保证学生体育锻炼时间，减轻学生学习压力，准备对各校学生体重指数进行抽查，并制定了体重指数档次及所对应得分如下表：

档次	低体重	正常	超重	肥胖
体重指数 x（单位：kg/m²）	$x<17.3$	$17.3\le x<23.9$	$23.9\le x<27.2$	$x\ge 27.2$
学生得分	80	100	80	60

某校为迎接检查，学期初通过调查统计得到该校高三学生体重指数服从正态分布 $N(23.9,3.3^2)$，并调整教学安排，增加学生体育锻炼时间．4 月中旬，教育局聘请第三方机构抽查了该校高三 50 名学生的体重指数，得到数据如下表：

16.3	16.9	17.1	17.5	18.2	18.5	19.0	19.3	19.5	19.8
20.2	20.2	20.5	20.8	21.2	21.4	21.5	21.9	22.3	22.5
22.8	22.9	23.0	23.3	23.3	23.5	23.6	23.8	24.0	24.1
24.1	24.3	24.5	24.6	24.8	24.9	25.2	25.3	25.5	25.7
25.9	26.1	26.4	26.7	27.1	27.6	28.2	28.8	29.1	30.0

请你从肥胖率、体重指数学生平均得分两个角度评价学校采取措施的效果.

附：参考数据与公式

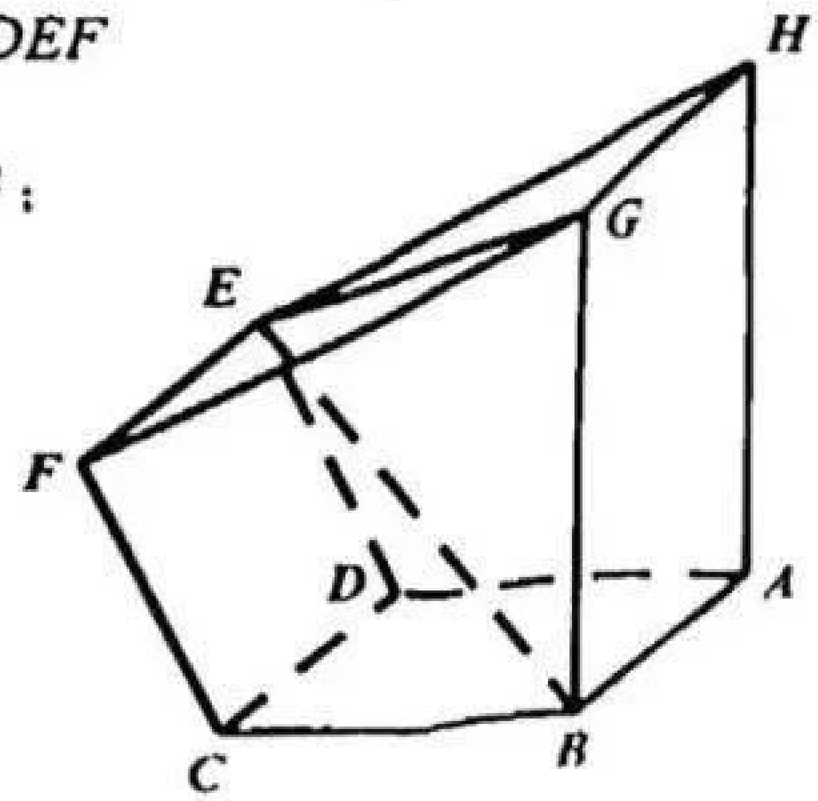
若 $X\sim N(\mu,\sigma^2)$，则① $P(\mu-\sigma\le X\le\mu+\sigma)=0.6827$；

② $P(\mu-2\sigma\le X\le\mu+2\sigma)=0.9545$；③ $P(\mu-3\sigma\le X\le\mu+3\sigma)=0.9973$

19.（12 分）如图，四边形 $ABCD,CDEF$ 都是边长为 6 的正方形，$\angle BCF=\dfrac{2\pi}{3}$，四边形 $ABGH$ 是矩形，平面 $ABGH\perp$ 平面 $ABCD$，平面 $EFGH\perp$ 平面 $CDEF$

（1）求直线 BE 与平面 $ABCD$ 所成的角的正弦值；

（2）在线段 AB 上是否存在一点 M，使得 DM // 平面 BEG；若存在，求出 BM 的长，若不存在，请说明理由.

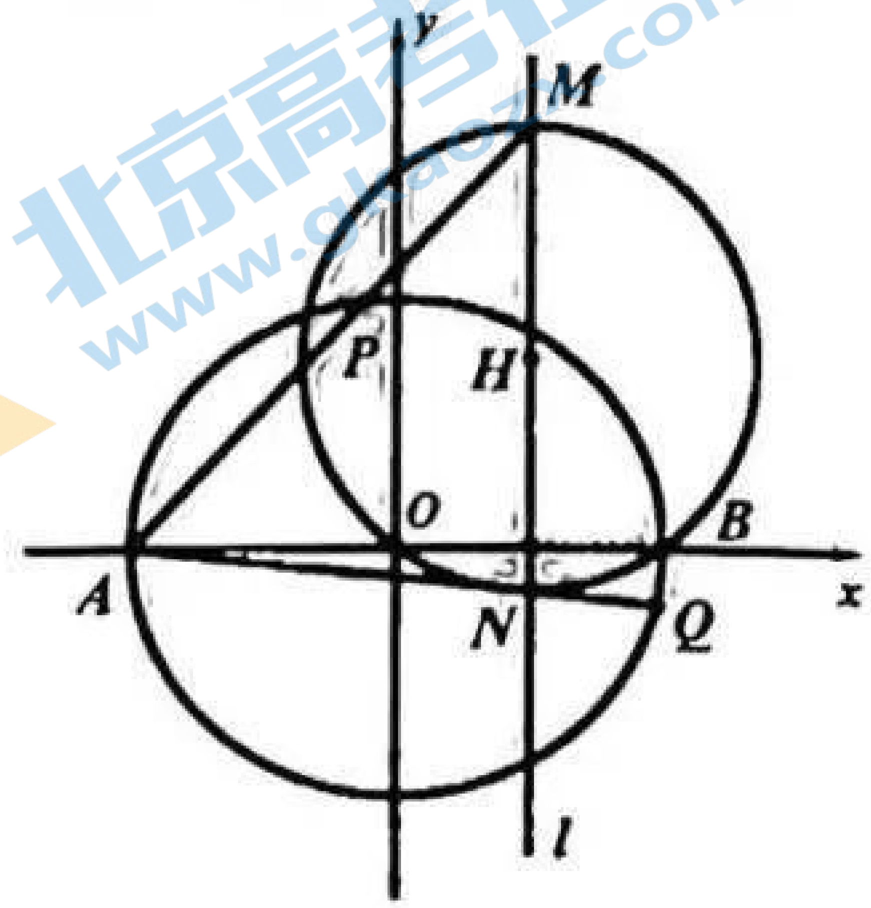


关注北京高考在线官方微信：北京高考资讯(微信号:bjgkzx)， 获取更多试题资料及排名分析信息。

20.（12 分）已知椭圆 $E:\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1\ (a>b>0)$ 的左、右顶点分别为 $A(-2,0),B(2,0)$，点 H 是直线 $l:x=1$ 上的动点，以点 H 为圆心且过原点的圆与直线 l 交于 M,N 两点. 当点 H 在椭圆 E 上时，圆 H 的半径为 $\dfrac{\sqrt{13}}{2}$.

（1）求椭圆 E 的方程；

（2）若直线 AM,AN 与椭圆 E 的另一个交点分别为 P,Q，记直线 PQ,OH 的斜率分别为 k_1,k_2，判断 k_1k_2 是否为定值？若是，求出这个定值；若不是，说明理由.



21.（12 分）已知函数 $f(x)=\dfrac{e^{x-a}}{x}-\ln x+\ln(a+1)(a>0)$（e 是自然对数的底数）.

（1）当 $a=1$ 时，试判断 $f(x)$ 在 $(1,+\infty)$ 上极值点的个数；

（2）当 $a>\dfrac{1}{e-1}$ 时，求证：对任意 $x>1$，$f(x)>\dfrac{1}{a}$.

（二）选考题：共 10 分.请考生在第 22、23 题中任选一题作答，如果多做，则按所做的第一题计分.

22.（10 分）选修 4-4：坐标系与参数方程

在平面直角坐标系 xOy 中，已知曲线 C 的参数方程为 $\begin{cases}x=2\cos^2\alpha,\\ y=\sin 2\alpha\end{cases}$（$\alpha$ 为参数），以坐标原点 O 为极点，x 轴的非负半轴为极轴建立极坐标系，直线 l 的极坐标方程为 $\rho\cos(\theta+\dfrac{\pi}{4})+a=0$.

（1）求曲线 C 的极坐标方程及直线 l 的直角坐标方程；

（2）若直线 l 与曲线 C 相交于 A,B 两点，且 $\angle AOB=\dfrac{\pi}{4}$，求 a.

23.（10 分）选修 4-5：不等式选讲

已知函数 $f(x)=2^{|x-1|}$

（1）求不等式 $f(x)\le 4^x$ 的解集；

（2）求 $y=f(x)+f(x+4)$ 的最小值.

关注北京高考在线官方微信：北京高考资讯(微信号:bjgkzx)， 获取更多试题资料及排名分析信息。

20220607 项目第二次模拟测试卷
理科数学参考答案及评分标准

一、选择题：本大题共 12 个小题，每小题 5 分，共 60 分，在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
答案	D	B	C	B	A	D	C	D	B	B	A	C

二、填空题：本大题共 4 小题，每小题 5 分，满分 20 分.

13. $\sqrt{5}$　　14. $\frac{7}{64}$　　15. $\frac{2}{3}$　　16. 3.9

三．解答题：共 70 分．解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤． 第 17 题-21 题为必考题，每个试题考生都必须作答．第 22 题、23 题为选考题，考生根据要求作答．

17.【解析】(1) 因为 $a_{n+1}=xa_n+1(x\neq 0)$，所以 $a_{n+2}=xa_{n+1}+1(x\neq 0)$，　…………2 分

两式相减可得 $d=xd$，因为 $d\neq 0$，所以 $x=1$，则 $a_{n+1}=a_n+1$，所以 $d=1$，　…………4 分

因为 $a_1=1$，所以 $a_n=a_1+(n-1)d=n$；　…………6 分

(2) 因为 $a_n=n$，$b_n=(-1)^n\frac{2n+1}{a_na_{n+1}}$，

所以 $b_n=(-1)^n\frac{2n+1}{n(n+1)}=(-1)^n[\frac{1}{n}+\frac{1}{(n+1)}]$．　…………9 分

则 $S_{10}=(-1-\frac{1}{2})+(\frac{1}{2}+\frac{1}{3})+(-\frac{1}{3}-\frac{1}{4})+(\frac{1}{4}+\frac{1}{5})+\ldots+(\frac{1}{10}+\frac{1}{11})=-1+\frac{1}{11}=-\frac{10}{11}$.

…………12 分

18.【解析】因为学期高三学生体重指数服从正态分布 $N(23.9,3.3^2)$，

则学期初期肥胖率：

$P(X>27.2)=\frac{1-P(23.9-3.3\leq X\leq 23.9+3.3)}{2}=\frac{1-0.6827}{2}=0.15865$，　…………2 分

4 月中旬教体局抽查时，学生肥胖率为 $\frac{5}{50}=0.1<0.15865$，　…………4 分

又因为 $P(X>27.2)=\frac{1-P(23.9-3.3\leq X\leq 23.9+3.3)}{2}=\frac{1-0.6827}{2}=0.15865$，

$P(23.9\leq X<27.2)=\frac{P(23.9-3.3\leq X\leq 23.9+3.3)}{2}=\frac{0.6827}{2}=0.34135$，

$P(17.3\leq X<23.9)=\frac{P(23.9-2\times 3.3\leq X\leq 23.9+2\times 3.3)}{2}=\frac{0.9545}{2}=0.47725$，

$P(X<17.3)=\frac{1-P(23.9-2\times 3.3\leq X\leq 23.9+2\times 3.3)}{2}=\frac{1-0.9545}{2}=0.02275$，

所以初期体重指数学生平均得分为

$80\times 0.02275+100\times 0.47725+80\times 0.34135+60\times 0.15865=86.372$．　…………8 分

4 月中旬教体局抽查时，体重指数学生平均得分为：

关注北京高考在线官方微信：北京高考资讯(微信号:bjgkzx)， 获取更多试题资料及排名分析信息。

$$\frac{80\times3+100\times25+80\times17+60\times5}{50}=88>86.372,$$ ……………11 分

所以从肥胖率、体重指数学生平均得分两个角度来看学校采取措施的效果是较好的.

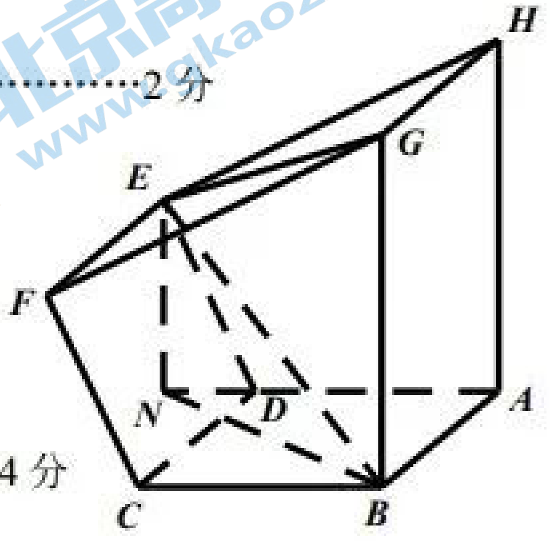
……………12 分

19. 【解析】方法一：（1）因为 $CD\perp DA$，$CD\perp DE$，

所以 $CD\perp$ 平面 ADE，所以面 $ABCD\perp$ 平面 ADE，

过 E 作平面 $ABCD$ 的垂线，垂足为 N，

则点 N 在平面 $ABCD$ 与平面 ADE 的交线 AD 的延长线上，……………2 分



因为 $CD\perp CB$，$CD\perp CF$，

所以 $\angle FCB$ 即为二面角 $F-CD-B$ 的平面角，

同理 $\angle EDA$ 也为二面角 $F-CD-B$ 的平面角，

则 $\angle EDA=\angle FCB=\dfrac{2\pi}{3}$，故 $DN=\dfrac{1}{2}DE=3$，

$EN=\dfrac{\sqrt{3}}{2}DE=3\sqrt{3}$， ……………4 分

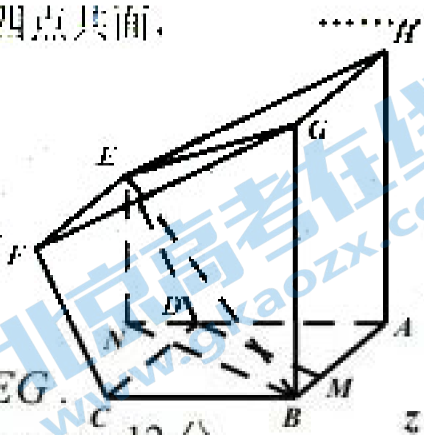
所以 $BN=3\sqrt{13}$，$BE=12$，

所以直线 BE 与平面 $ABCD$ 所成的 $\angle EBN$ 的正弦值为 $\sin\angle EBN=\dfrac{EN}{BE}=\dfrac{\sqrt{3}}{4}$；

……………6 分

（2）因为平面 $ABGH\perp$ 平面 $ABCD$，所以 $GB\perp$ 平面 $ABCD$，

又因为 $EN\perp$ 平面 $ABCD$，所以 $EN\parallel GB$，所以 E,G,B,N 四点共面，……………8 分



又因为 $DN=3$，$AD=6$，所以 $\dfrac{AD}{AN}=\dfrac{2}{3}$，

所以当点 M 满足 $\dfrac{AM}{AB}=\dfrac{2}{3}$ 时，$DM\parallel BN$， ……………10 分

因为 $BN\subset$ 平面 BEG，所以 $DM\parallel$ 平面 BEG，

所以在线段 AB 上存在一点 M，当 $BM=2$ 时，$DM\parallel$ 平面 BEG.

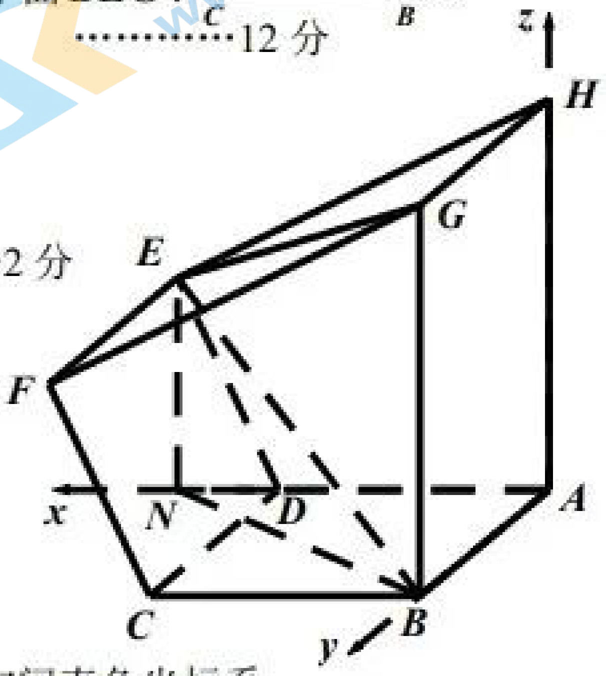
……………12 分

方法二：因为 $CD\perp DA$，$CD\perp DE$，

所以 $CD\perp$ 平面 ADE，

过 E 作平面 $ABCD$ 的垂线，垂足为 N，

则点 N 在 AD 的延长线上， ……………2 分



因为 $CD\perp CB$，$CD\perp CF$，

所以 $\angle FCB$ 即为二面角 $F-CD-B$ 的平面角，

则 $\angle EDA=\angle FCB=\dfrac{2\pi}{3}$，故 $DN=\dfrac{1}{2}DE=3$，

$EN=\dfrac{\sqrt{3}}{2}DE=3\sqrt{3}$，

以 A 为坐标原点，分别以 AD,AB,AH 为 x,y,z 轴建立空间直角坐标系，

因为 $FC=CB=6,\angle FCB=\dfrac{2\pi}{3}$，$\angle GBC=\angle GFC=\dfrac{\pi}{2}$，所以 $GB=HA=6\sqrt{3}$.

关注北京高考在线官方微信：北京高考资讯(微信号:bjgkzx)， 获取更多试题资料及排名分析信息。

…………4 分

（1）因为 $E(9,0,3\sqrt{3})$，$B(0,6,0)$，所以 $\overrightarrow{BE}=(9,-6,3\sqrt{3})$，

平面 $ABCD$ 的一个法向量为 $\overrightarrow{n_1}=(0,0,1)$，

所以 $\cos<\overrightarrow{n_1},\overrightarrow{BE}>=\dfrac{\overrightarrow{n_1}\cdot\overrightarrow{BE}}{|\overrightarrow{n_1}|\cdot|\overrightarrow{BE}|}=\dfrac{3\sqrt{3}}{\sqrt{81+36+27}}=\dfrac{\sqrt{3}}{4}$，

所以直线 BE 与平面 $ABCD$ 所成的角的正弦值为 $\dfrac{\sqrt{3}}{4}$； …………6 分

（2）假设在线段 AB 上是存在一点 M，设 $M(0,m,0)(0\le m\le 6)$，

因为 $E(9,0,3\sqrt{3})$，$B(0,6,0)$，$G(0,6,6\sqrt{3})$，所以 $\overrightarrow{BE}=(9,-6,3\sqrt{3})$，$\overrightarrow{BG}=(0,0,6\sqrt{3})$，

…………8 分

设平面 BEG 的法向量为 $\overrightarrow{n_2}=(x,y,z)$，则 $\begin{cases}\overrightarrow{BE}\cdot\overrightarrow{n_2}=0\\ \overrightarrow{BG}\cdot\overrightarrow{n_2}=0\end{cases}$，

则 $\begin{cases}9x-6y+3\sqrt{3}z=0\\ 6\sqrt{3}z=0\end{cases}$，令 $x=2$，则 $\overrightarrow{n_2}=(2,3,0)$， …………10 分

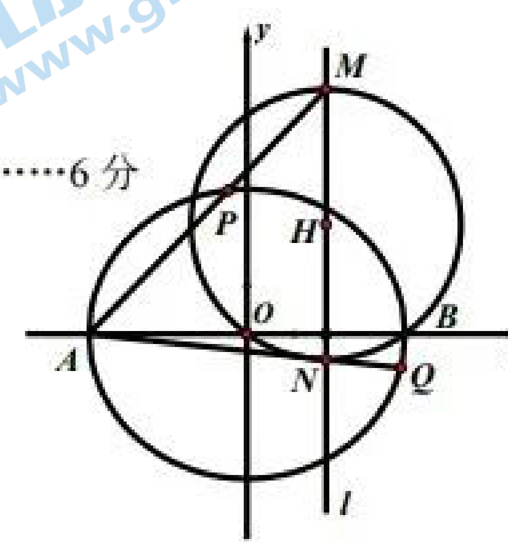
因为 $M(0,m,0)$，$D(6,0,0)$，所以 $\overrightarrow{DM}=(-6,m,0)$，

所以 $\overrightarrow{DM}\cdot\overrightarrow{n_2}=0$，则 $m=4$，则 $BM=2$，

所以在线段 AB 上存在一点 M，当 $BM=2$ 时，DM // 平面 BEG． …………12 分

20. 【解析】（1）由题意知 $a=2$，因为 $\sqrt{(\dfrac{\sqrt{13}}{2})^2-1^2}=\dfrac{3}{2}$，所以 $H(1,\pm\dfrac{3}{2})$， …………2 分

所以 $\dfrac{1}{a^2}+\dfrac{\frac{9}{4}}{b^2}=1$，所以 $b^2=3$，即椭圆方程为 $\dfrac{x^2}{4}+\dfrac{y^2}{3}=1$； …………4 分



（2）方法一：设 $M(1,m),N(1,n),H(1,\dfrac{m+n}{2})$，

因为 MN 为圆 H 的直径，所以 $\overrightarrow{OM}\cdot\overrightarrow{ON}=0$，则 $mn=-1$， …………6 分

设直线 $AM:y=\dfrac{m}{3}(x+2)$，则 $\begin{cases}y=\dfrac{m}{3}(x+2)\\ \dfrac{x^2}{4}+\dfrac{y^2}{3}=1\end{cases}$，

整理得到 $(4m^2+27)x^2+16m^2x+(16m^2-108)=0$，

所以 $x_P\cdot(-2)=\dfrac{16m^2-108}{4m^2+27}$，则 $x_P=\dfrac{54-8m^2}{4m^2+27}$，$y_P=\dfrac{36m}{4m^2+27}$， …………8 分

同理可得：$x_Q=\dfrac{54-8n^2}{4n^2+27},y_Q=\dfrac{36n}{4n^2+27}$，

关注北京高考在线官方微信：北京高考资讯(微信号:bjgkzx)， 获取更多试题资料及排名分析信息。

所以 $k_1=\dfrac{y_P-y_Q}{x_P-x_Q}=\dfrac{\dfrac{36m}{4m^2+27}-\dfrac{36n}{4n^2+27}}{\dfrac{54-8m^2}{4m^2+27}-\dfrac{54-8n^2}{4n^2+27}}=\dfrac{36m(4n^2+27)-36n(4m^2+27)}{(54-8m^2)(4n^2+27)-(54-8n^2)(4m^2+27)}$

$=-\dfrac{31}{12}\cdot\dfrac{1}{m+n}$，

因为 $k_2=\dfrac{m+n}{2}$，所以 $k_1\cdot k_2=-\dfrac{31}{12}\cdot\dfrac{1}{m+n}\cdot\dfrac{m+n}{2}=-\dfrac{31}{24}$. …………12 分

方法二：AM：$y=k(x+2)$，AN：$y=t(x+2)$，可得 $M(1,3k),N(1,3t),H(1,\dfrac{3(k+t)}{2})$，

因为 $OM\perp ON$，所以 $9kt=-1$， …………6 分

由 $\begin{cases}y=k(x+2)\\ \dfrac{x^2}{4}+\dfrac{y^2}{3}=1\end{cases}$，整理可得：$(4k^2+3)x^2+16k^2x+(16k^2-12)=0$，

所以 $x_P\cdot(-2)=\dfrac{16k^2-12}{4k^2+3}$，则 $x_P=\dfrac{6-8k^2}{4k^2+3},y_P=\dfrac{12k}{4k^2+3}$， …………8 分

同理可得：$x_Q=\dfrac{6-8t^2}{4t^2+3},y_Q=\dfrac{12t}{4t^2+3}$，

所以 $k_1=\dfrac{y_P-y_Q}{x_P-x_Q}=\dfrac{\dfrac{12k}{4k^2+3}-\dfrac{12t}{4t^2+3}}{\dfrac{6-8k^2}{4k^2+3}-\dfrac{6-8t^2}{4t^2+3}}=\dfrac{4kt-3}{4(k+t)}=-\dfrac{31}{36}\times\dfrac{1}{k+t}$，

因为 $k_2=\dfrac{3}{2}(k+t)$，所以 $k_1\cdot k_2=-\dfrac{31}{24}$. …………12 分

21. 【解析】(1) 当 $a=1$ 时，$f(x)=\dfrac{e^{x-1}}{x}-\ln x+\ln 2$，

则 $f'(x)=\dfrac{e^{x-1}(x-1)}{x^2}-\dfrac{1}{x}=\dfrac{(x-1)}{x^2}(e^{x-1}-\dfrac{x}{x-1})$， …………2 分

设 $\varphi(x)=e^{x-1}-\dfrac{x}{x-1}$，则 $\varphi(x)$ 在 $(1,+\infty)$ 为增函数.

当 $x\to1$ 时，$\varphi(x)\to-\infty$，$\varphi(2)=e-2>0$.所以存在 $x_0\in(1,2)$，使得 $\varphi(x_0)=0$.……4 分

当 $x\in(1,x_0)$ 时，$\varphi(x)<0$，则 $f'(x)<0$，即 $f(x)$ 在 $(1,x_0)$ 为减函数；

当 $x\in(x_0,+\infty)$ 时，$\varphi(x)>0$，则 $f'(x)>0$，即 $f(x)$ 在 $(x_0,+\infty)$ 为增函数；

所以函数 $f(x)$ 在 $(1,+\infty)$ 只有一个极值点，即唯一极小值点； …………6 分

(2) 由 $f'(x)=\dfrac{e^{x-a}(x-1)}{x^2}-\dfrac{1}{x}=\dfrac{(x-1)}{x^2}(e^{x-a}-\dfrac{x}{x-1})$，

设 $\varphi(x)=e^{x-a}-\dfrac{x}{x-1}$，则 $\varphi(x)$ 在 $(1,+\infty)$ 为增函数.

关注北京高考在线官方微信：北京高考资讯(微信号:bjgkzx)， 获取更多试题资料及排名分析信息。

当 $x \to 1$ 时，$\varphi(x) \to -\infty$，因为 $\frac{1}{e-1} < a \le 1$，$\varphi(a+1) = e - \frac{a+1}{a} = e - 1 - \frac{1}{a} > 0$.

所以存在 $x_0 \in (1, a+1)$，使得 $\varphi(x_0) = e^{x_0 - a} - \frac{x_0}{x_0 - 1} = 0$. ············8 分

由于（1）可知 $f(x) \ge f(x_0) = \frac{e^{x_0-a}}{x_0} - \ln x_0 + \ln(a+1)$

又因为 $e^{x_0-a} = \frac{x_0}{x_0-1}$，所以 $f(x_0) = \frac{1}{x_0-1} - \ln x_0 + \ln(a+1)$，

即证：对任意 $x > 1, \frac{1}{x_0-1} - \ln x_0 + \ln(a+1) > \frac{1}{a}$，

即证：对任意 $x > 1, \frac{1}{x_0-1} - \ln x_0 > \frac{1}{a} - \ln(a+1)$. ············10 分

设 $g(x) = \frac{1}{x-1} - \ln x (x > 1)$，则 $g(x)$ 在 $(1, +\infty)$ 单调递减，

因为 $x_0 \in (1, a+1)$，所以 $g(x_0) > g(a+1)$，即 $\frac{1}{x_0-1} - \ln x_0 > \frac{1}{a} - \ln(a+1)$，

故对任意 $x > 1, f(x) > \frac{1}{a}$. ············12 分

22.（10 分）选修 4-4：坐标系与参数方程

【解析】（1）因为曲线 C 的参数方程为 $\begin{cases} x = 2\cos^2\alpha \\ y = \sin 2\alpha \end{cases}$（$\alpha$ 为参数）

所以 $\begin{cases} x - 1 = \cos 2\alpha \\ y = \sin 2\alpha \end{cases}$，所以曲线 C 的普通方程为 $(x-1)^2 + y^2 = 1$， ············1 分

所以曲线 C 的极坐标方程为 $\rho = 2\cos\theta$. ············3 分

因为直线 l 的极坐标方程为 $\rho\cos(\theta + \frac{\pi}{4}) + a = 0$，

所以 $\rho\cos\theta - \rho\sin\theta + \sqrt{2}a = 0$，

即直线 l 的直角坐标方程为 $x - y + \sqrt{2}a = 0$. ············5 分

（2）方法一：设曲线 C 的圆心为 $C(1,0)$，因为点 O 在圆上，且 $\angle AOB = \frac{\pi}{4}$，

所以 $\angle ACB = \frac{\pi}{2}$，则点 $C(1,0)$ 到直线 l 的距离为 $\frac{\sqrt{2}}{2}$， ············7 分

所以 $d = \frac{|1+\sqrt{2}a|}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$，则 $a = 0$ 或 $a = -\sqrt{2}$， ············9 分

当 $a = 0$ 时，直线 l 过原点 O，不符合题意；

所以 $a = -\sqrt{2}$. ············10 分

关注北京高考在线官方微信：北京高考资讯(微信号:bjgkzx)， 获取更多试题资料及排名分析信息。

方法二：设 $A(\rho_1,\theta_0),B(\rho_2,\theta_0+\dfrac{\pi}{4})$，所以 $\rho_1=2\cos\theta_0$，$\rho_2=2\cos(\theta_0+\dfrac{\pi}{4})$，…………6 分

又因为点 A,B 在直线 l 上，所以 $\rho_1\cos(\theta_0+\dfrac{\pi}{4})+a=0$，$\rho_2\cos(\theta_0+\dfrac{\pi}{2})+a=0$，

则 $2\cos\theta_0\cos(\theta_0+\dfrac{\pi}{4})=2\cos(\theta_0+\dfrac{\pi}{4})\cos(\theta_0+\dfrac{\pi}{2})$，…………8 分

则 $\theta_0=\dfrac{\pi}{4}$ 或 $\theta_0=\dfrac{3\pi}{4}$，则 $a=0$ 或 $a=-\sqrt{2}$，

当 $a=0$ 时，直线 l 过原点 O，不符合题意；

所以 $a=-\sqrt{2}$．…………10 分

23．（10 分）选修 4-5：不等式选讲

【解析】（1）因为 $f(x)=2^{|x-1|}$，所以 $2^{|x-1|}\le 4^x$，则 $|x-1|\le 2x$，…………1 分

①$\begin{cases}x\ge 1\\ x-1\le 2x\end{cases}$，解得 $x\ge 1$，

②$\begin{cases}x<1\\ 1-x\le 2x\end{cases}$，解得 $\dfrac{1}{3}\le x<1$，

所以不等式的解集为 $[\dfrac{1}{3},+\infty)$；…………5 分

（2）$y=f(x)+f(x+4)=2^{|x-1|}+2^{|x+3|}\ge 2\sqrt{2^{|x-1|}\cdot 2^{|x+3|}}$ …………7 分

$=2\sqrt{2^{|x-1|+|x+3|}}\ge 2\sqrt{2^4}=8$．…………9 分

当且仅当 $x=-1$ 时，$y=f(x)+f(x+4)$ 取得最小值 8．…………10 分

关注北京高考在线官方微信：北京高考资讯(微信号:bjgkzx)， 获取更多试题资料及排名分析信息。

关于我们

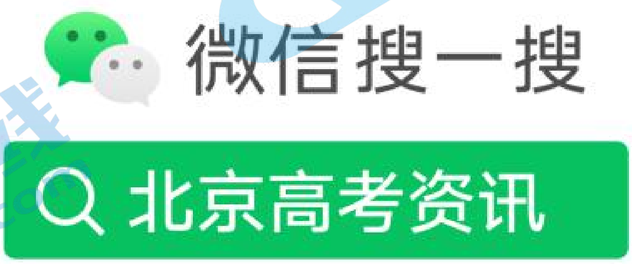
北京高考在线创办于 2014 年，隶属于北京太星网络科技有限公司，是北京地区极具影响力的中学升学服务平台。主营业务涵盖：北京新高考、高中生涯规划、志愿填报、强基计划、综合评价招生和学科竞赛等。

北京高考在线旗下拥有网站门户、微信公众平台等全媒体矩阵生态平台。平台活跃用户 40W+，网站年度流量数千万量级。用户群体立足于北京，辐射全国 31 省市。

北京高考在线平台一直秉承 ‘’ 精益求精、专业严谨 ‘’ 的建设理念，不断探索“K12 教育+互联网+大数据”的运营模式，尝试基于大数据理论为广大中学和家长提供新鲜的高考资讯、专业的高考政策解读、科学的升学规划等，为广大高校、中学和教科研单位提供“衔接和桥梁纽带”作用。

平台自创办以来，为众多重点大学发现和推荐优秀生源，和北京近百所中学达成合作关系，累计举办线上线下升学公益讲座数百场，帮助数十万考生顺利通过考入理想大学，在家长、考生、中学和社会各界具有广泛的口碑影响力

未来，北京高考在线平台将立足于北京新高考改革，基于对北京高考政策研究及北京高校资源优势，更好的服务全国高中家长和学生。



关注北京高考在线官方微信：北京高考资讯(微信号:bjgkzx)， 获取更多试题资料及排名分析信息。