2019 北京 101 中学高二（上）期末

数　　学

本试卷满分 120 分，考试时间 100 分钟

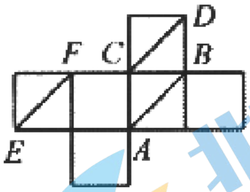
一、选择题共 10 小题，每小题 5 分，共 50 分。在每小题列出的四个选项中，选出符合题目要求的一项。

1. 已知 z 轴上一点 N 到点 A（1，0，3）与点 B（－1，1，－2）的距离相等，则点 N 的坐标为（　　）

A. （0，0，$-\frac{1}{2}$）　　B. （0，0，$-\frac{2}{5}$）

C. （0，0，$\frac{1}{2}$）　　D. （0，0，$\frac{2}{5}$）

2. 如图是正方体的平面展开图，在这个正方体中，正确的命题是（　　）



A. BD 与 CF 成 60° 角　　B. BD 与 EF 成 60° 角

C. AB 与 CD 成 60° 角　　D. AB 与 EF 成 60° 角

3. 若椭圆$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$（a>b>0）的焦距为 2，且其离心率为$\frac{\sqrt{2}}{2}$，则椭圆的方程为（　　）

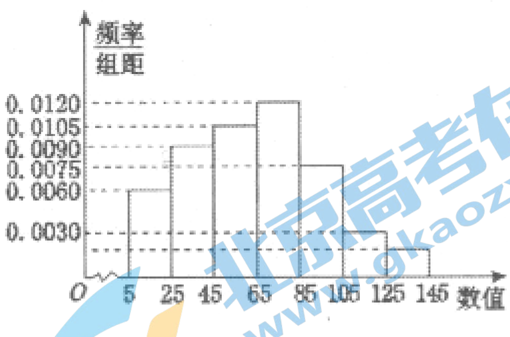
A. $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{2}=1$　　B. $\frac{x^2}{2}+\frac{y^2}{1}=1$

C. $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1$　　D. $\frac{x^2}{8}+\frac{y^2}{4}=1$

4. 5 名同学排成一排，其中甲、乙两人必须排在一起的不同排法有（　　）

A. 24 种　　B. 48 种　　C. 96 种　　D. 120 种

5. 某公司对下属员工在蛇年春节期间收到的祝福短信数量进行了统计，得到了如图所示的频率分布直方图。如果该公司共有员工 200 人，则收到 125 条以上的大约有（　　）



A. 6 人　　B. 7 人　　C. 8 人　　D. 9 人

6. 某中学从 4 名男生和 4 名女生中推荐 4 人参加社会公益活动，若选出的 4 人中既有男生又有女生，则不同的选法共有（　　）

A. 68 种　　B. 70 种　　C. 240 种　　D. 280 种

7. 在 $(x^2-\frac{1}{x})^5$ 的展开式中，第 4 项的二项式系数为（　　）

A. 10　　　B. －10　　　C. 5　　　D. －5

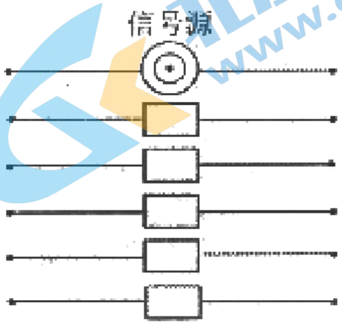
8. 某人抛掷一枚硬币，出现正反面的概率都是$\frac{1}{2}$，构造数列$\{a_n\}$，使得$a_n=\begin{cases}1, & \text{第n次抛掷时出现正面,}\\ -1, & \text{第n次抛掷时出现反面,}\end{cases}$ 记$S_n=a_1+a_2+\cdots a_n$（$n\in N_+$），则$S_4=2$的概率为（　　）

A. $\frac{1}{16}$　　　B. $\frac{1}{8}$　　　C. $\frac{1}{4}$　　　D. $\frac{1}{2}$

9. 已知事件“在矩形 ABCD 的边 CD 上随机取一点 P，使△APB 的最大边是 AB”发生的概率为$\frac{1}{3}$，则$\frac{AD}{AB}=$（ ）

A. $\frac{1}{2}$　　　B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$　　　C. $\frac{2}{3}$　　　D. $\frac{\sqrt{5}}{3}$

10. 下图中有一个信号源和五个接收器，接收器与信号源在同一个串联线路中时，就能接收到信号，否则就不能接收到信号。若将图中左端的六个接线点随机地平均分成三组，将右端的六个接线点也随机地平均分成三组，再把所有六组中每组的两个接线点用导线连接，则这五个接收器不能同时接收到信号的概率是（　　）



A. $\frac{4}{45}$　　　B. $\frac{7}{15}$　　　C. $\frac{4}{15}$　　　D. $\frac{8}{15}$

二、填空题共 6 小题，每小题 5 分，共 30 分。

11. 编号为 1，2，3，4，5 的五个人，分别坐在编号为 1，2，3，4，5 的座位上，则恰有两个人的编号与其座位号分别相同的坐法种数为__________。（用数字作答）

12. 若抛物线$y^2=2px$的焦点与双曲线$\frac{x^2}{4}-y^2=1$的右顶点重合，则 p=__________。

13. 设 P 是椭圆$\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{9}=1$ 上的一点，且$\vec{PF_1}\cdot\vec{PF_2}=0$，则$\triangle PF_1F_2$的面积为__________。

14. 正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，二面角 $A-BD_1-B_1$ 的大小是__________。

15. 在一个红绿灯路口，红灯、黄灯和绿灯的时间分别为 30 秒、5 秒和 40 秒。当你到达路口时，不是红灯的概率为__________。

16. 若$(1-2x)^{2019}=a_0+a_1x+\cdots+a_{2019}x^{2019}$（$x\in R$），则$\frac{a_1}{2}+\frac{a_2}{2^2}+\cdots+\frac{a_{2019}}{2^{2019}}$的值为__________。

三、解答题共 4 小题，共 40 分。解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程。

17. 如图所示，茎叶图记录了甲、乙两组各 4 名同学的植树棵数。乙组记录中有一个数据模糊，无法确认，在图中以 X 表示。

甲组		乙组
9 9	0	x 8 9
1 1	1	0

（1）如果 X=8，求乙组同学植树棵数的平均数和方差；

（2）如果 X=9，分别从甲、乙两组中随机选取一名同学，求这两名同学的植树总棵数 Y 的分布列。

18. 某地区对 12 岁儿童瞬时记忆能力进行调查，瞬时记忆能力包括听觉记忆能力与视觉记忆能力。某班学生共有 40 人，下表为该班学生瞬时记忆能力的调查结果。例如表中听觉记忆能力为中等，且视觉记忆能力偏高的学生为 3 人。

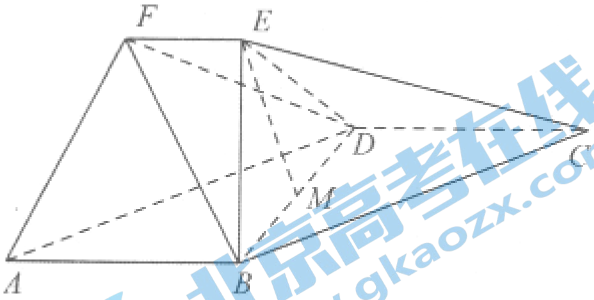
视觉 听觉		视觉记忆能力			
		偏低	中等	偏高	超常
听觉记忆能力	偏低	0	7	5	1
	中等	1	8	3	b
	偏高	2	a	0	1
	超常	0	2	1	1

由于部分数据丢失，只知道从这 40 位学生中随机抽取一个，视觉记忆能力恰为中等，且听觉记忆能力为中等或中等以上的概率为$\frac{2}{5}$。

（1）试确定 a，b 的值；

（2）从 40 人中任意抽取 3 人，设具有听觉记忆能力或视觉记忆能力偏高或超常的学生人数为 X，求随机变量 X 的分布列。

19. 在如图所示的几何体中，四边形 ABCD 为平行四边形，∠ABD=90°，EB⊥平面 ABCD，EF∥AB，AB=2，EB=$\sqrt{3}$，EF=1，BC=$\sqrt{13}$，且 M 是 BD 的中点。

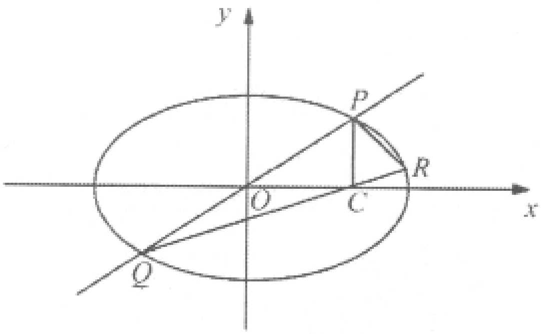


（1）求证：EM∥平面 ADF；

（2）求二面角 D—AF—B 的余弦值；

（3）在线段 ED 上是否存在一点 P，使得 BP∥平面 ADF?若存在，求出 EP 的长度；若不存在，请说明理由。

20. 已知椭圆 W：$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$（a>b>0），直线：$y=x+\sqrt{2}$与x轴，y轴的交点分别是椭圆 W 的焦点与顶点。



（1）求椭圆 W 的方程；

（2）设直线 m：y=kx（k≠0）与椭圆 W 交于 P，Q 两点，过点 P（x_0，y_0）作 PC⊥轴，垂足为点 C，直线QC交椭圆 w 于另一点 R。

①求△PCQ 面积的最大值；②求出∠QPR 的大小。

2019 北京 101 中学高二（上）期末数学参考答案

一、选择题共 10 小题，每小题 5 分，共 50 分。在每小题列出的四个选项中，选出符合题目要求的一项。

1.

【答案】D

【解析】

【分析】

根据点 N在 z 轴上，设出点 N的坐标，再根据 N到 A 与到 B的距离相等，由空间中两点间的距离公式求得 AN，BN，解方程即可求得 N的坐标.

【详解】解：设 N（0，0，z）

由点 N到点 A（1，0，3）与点 B（－1，1，－2）的距离相等，得：

$1^2+0^2+(z-3)^2=(-1-0)^2+(1-0)^2+(-2-z)^2$

解得 $z=\frac{2}{5}$，故 N（0，0，$\frac{2}{5}$）

故选：D.

【点睛】考查空间两点间的距离公式，空间两点的距离公式和平面中的两点距离公式相比较记忆，利于知识的系统化，属基础题.

2.

【答案】C

【解析】

试题分析：由正方体的平面展开图，还原成正方体，利用正方体的结构特征，得到 BD 与 CF 成 0° 角，BD 与 EF 成 90° 角，AB 与 CD 成 60° 角，AB 与 EF 成 90° 角.

解：由正方体的平面展开图，

还原成如图所示的正方体，

∵BD∥CF，∴BD 与 CF 成 0° 角，故 A 错误；

∵BD∥平面 A_1EDF，EF⊂平面 A_1EDF，

∴BD 与 EF 成 90° 角，故 B 错误；

∵AE∥CD，∴∠BAE 是 AB 与 CD 所成角，

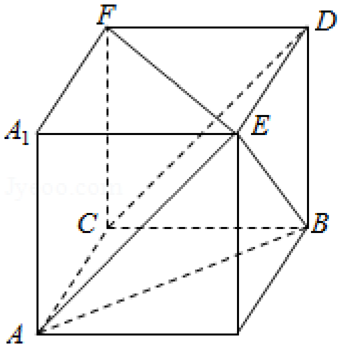
∵△ABE 是等边三角形，∴∠BAE=60°，

∴AB 与 CD 成 60° 角，故 C 正确；

∵AB∥A_1D，又 A_1D⊥EF，

∴AB 与 EF 成 90° 角，故 D 错误.

故选：C.



考点：异面直线及其所成的角.

3.

【答案】B

【解析】

【分析】

由题意可知 $2c=2$，$c=1$，根据离心率公式 $e=\frac{c}{a}=\frac{\sqrt{2}}{2}$，求得 a，b，即可求得椭圆 C的标准方程.

【详解】由题意可知：$2c=2$，即 $c=1$，

由椭圆的离心率 $e=\frac{c}{a}=\frac{\sqrt{2}}{2}$，解得：$a=\sqrt{2}$，

$b^2=a^2-c^2=1$，

∴椭圆 C的标准方程：$\frac{x^2}{2}+y^2=1$；

故选：B

【点睛】本题考查椭圆方程的求法，考查椭圆简单的几何性质，属于基础题.

4.

【答案】B

【解析】

【分析】

5 名同学排成一排，其中甲、乙两人必须排在一起，对于相邻的问题，一般用捆绑法，首先把甲和乙看做一个元素，与另外 3 个元素全排列，再者甲和乙之间还有一个排列，根据分步计数原理得到结果.

【详解】解：∵5 名同学排成一排，其中甲、乙两人必须排在一起，

∴首先把甲和乙看做一个元素，使得它与另外 3 个元素排列，

再者甲和乙之间还有一个排列，

共有 $A_4^4A_2^2=48$，

故选：B.

【点睛】本题考查排列、组合及简单计数问题，考查相邻问题，是一个比较简单的题目，这种题目一般有限制条件，首先排列有限制条件的元素.

5.

【答案】C

【解析】

【分析】

设 125 条以上的频率为 x，根据所求频率和为 1 建立等式，求出 x，最后根据频数＝样本容量×频率求出所求.

【详解】解：设 125 条以上的频率为 x，

根据所求频率和为 1 可知 20×（0.003+0.006+0.0075+0.009+0.0105+0.012）+x＝1，

解得 x＝0.04.

该公司共有员工 200 人，则收到 125 条以上的大约有 200×0.004＝8.

故选：C.

【点睛】本题主要考查了用样本的频率分布估计总体分布，以及频率分布直方图，同时考查了频数＝样本容量×频率等知识，属于基础题.

6.

【答案】A

【解析】

【分析】

利用间接法，先求出没有限制条件的选法，再排除只有男生（或女生）的选法，问题得以解决.

【详解】解：从 8 个人中选 4 人共C_8^4种选法，只有男生（或女生）的选法有$2C_4^4$种，

所以既有男生又有女生的选法有$C_8^4-2=68$ 种.

故选：A.

【点睛】本题考查了排列组合题，间接法是常用的一种方法，属于基础题

7.

【答案】A

【解析】

【分析】

根据二项展开式的通项公式，即可得到结果.

【详解】在 $(x^2-\frac{1}{x})^5$ 的展开式的通项公式为 $T_{r+1}=C_5^r\bullet(-1)^r\bullet x^{10-3r}$，

∴第 4 项的二项式系数为$C_5^3=10$

故选：A

【点睛】本题主要考查二项式定理的应用，二项式展开式的通项公式，求展开式中某项的二项式系数，属于基础题.

8.

【答案】C

【解析】

【分析】

S_4＝2 说明掷 4 次硬币，出现了 3 次正面和一次反面，共有$C_4^3C_1^1=4$ 种情况，而所有的情况共有 2^4＝16 种，由此求得

S_4＝2 的概率.

【详解】解：由 S_4＝2 可得，掷 4 次硬币，出现了 3 次正面和一次反面，共有 $C_4^3C_1^1=4$ 种情况，

而所有的情况共有 2^4＝16 种，

故 S_4＝2 的概率为 $\frac{4}{16}=\frac{1}{4}$，

故选：C．

【点睛】本题主要考查 n 次独立重复实验中恰好发生 k 次的概率，等可能事件的概率，体现了等价转化的数学思想，属于中档题．

9.

【答案】D

【解析】

【分析】

根据概率，确定构成事件 M 的长度为线段 CD 的 $\frac{1}{3}$，根据对称性，当 $PL=\frac{1}{3}CD$ 时，AB＝PB，利用勾股定理，即可得出结论．

【详解】解：记“在矩形 $ABCD$ 的边 CD 上随机取一点 P，使△APB 的最大边是 AB”为事件 M，试验的全部结果构成的长度即为线段 CD，构成事件 M 的长度为线段 CD 的 $\frac{1}{3}$，

设 AB＝3x，AD＝y，则

根据对称性，当 $PL=\frac{1}{3}CD$ 时，AB＝PB，

由勾股定理可得（3x）^{2}＝y^2+（2x）^{2}，

$\therefore y=\sqrt{5}x$，

$\therefore \frac{AD}{AB}=\frac{y}{3x}=\frac{\sqrt{5}}{3}$．

故选：D．

【点睛】本题主要考查几何概型，基本方法是：分别求得构成事件 A 的区域长度和试验的全部结果所构成的区域长度，两者求比值，即为概率．

10.

【答案】B

【解析】

【分析】

先求出五个接收器能同时接收到信号的概率，再利用对立事件概率公式即可得到结果．

【详解】将六个接线点随机地平均分成三组，共有 $\frac{C_6^2\cdot C_4^2\cdot C_2^2}{A_3^3}=15$ 种结果，

五个接收器能同时接收到信号必须全部在同一个串联线路中，有 $C_4^1\cdot C_2^1\cdot C_1^1$＝8 种结果，

这五个接收器能同时接收到信号的概率是 $\frac{8}{15}$，

则这五个接收器不能同时接收到信号的概率是$1-\frac{8}{15}=\frac{7}{15}$

故选：B

【点睛】本题考查等可能事件的概率，对立事件概率，注意本题中分组为平均分组，其次要结合电学知识分析电路．

二、填空题共 6 小题，每小题 5 分，共 30 分。

11.

【答案】20

【解析】

【分析】

根据题意，首先从 5 个号码中，选出两个号码，使其编号与座位号一致，由组合数公式可得情况数目，再分析其余的三个座位与人的编号不同的情况数目，易得第一个人有两种选择，另外两个人的位置确定，共有 2 种结果；由分步计数原理相乘得到结果．

【详解】解：由题意知本题是一个排列、组合及简单计数问题，

恰有两个人的编号与座位号一致，则首先从 5 个号码中，选出两个号码，有 C_5^2＝10 种结果，

其余的三个座位与人的编号不同，则第一个人有两种选择，另外两个人的位置确定，共有 2 种结果，

根据分步计数原理得到共有 10×2＝20 种结果，

故答案为：20

【点睛】本题考查组合公式以及分步计数原理的运用，易错点为当两个相同的号码确定以后，其余的三个号码不同的排法共有 2 种结果．

12.

【答案】4

【解析】

解：双曲线右顶点坐标为$(2,0)$，即：$\frac{p}{2}=2,\therefore p=4$．

13.

【答案】9

【解析】

【分析】

设出 p 点的坐标（x_1，y_1），根据 $PF_1\perp PF_2$，求出 y_1，再根据 $S=\frac{1}{2}\times 2c\cdot|y_1|$求面积．

【详解】解：椭圆 C: $\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{9}=1$ 的左、右焦点分别为 F_1（－4，0）、F_2（4，0），

设 P（x_1，y_1），由已知 $PF_1\perp PF_2$，所以 $\overrightarrow{PF_1}\cdot\overrightarrow{PF_2}=0$，

即 （－4－x_1，－y_1）•（4－x_1，－y_1）＝0，

∴$x_1^2+y_1^2$＝16，

又因为 $\frac{x_1^2}{25}+\frac{y_1^2}{9}=1$，

解得 $y_1=\pm\frac{9}{4}$，所以，$\triangle PF_1F_2$的面积$S=\frac{1}{2}\times 2c\cdot|y_1|=9$．

故答案为：9．

【点睛】本题考查了椭圆的标准方程、椭圆的简单性质以及根据一些性质求面积，用到数形结合思想，这是高中数学的一种重要思想．

14.

【答案】$\frac{2\pi}{3}$

【解析】

【分析】

设正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的棱长为 1，以 D 为原点建立空间直角坐标系 $D-xyz$，利用向量法能求出二面角 $A-BD_1-B_1$ 的大小为$\frac{2\pi}{3}$.

【详解】解：设正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的棱长为 1，

以 D 为原点建立空间直角坐标系 $D-xyz$，

A（1，0，0），B（1，1，0），D_1（0，0，1），B_1（1，1，1），

$\overrightarrow{BA}=$（0，1，0），$\overrightarrow{BD_1}=$（-1，-1，1），$\overrightarrow{BB_1}=$（0，0，1），

设平面 ABD_1 的法向量$\overrightarrow{n}=(x, y, z)$，

则$\begin{cases}\overrightarrow{BA}\cdot\overrightarrow{n}=y=0\\ \overrightarrow{BD_1}\cdot\overrightarrow{n}=-x-y+z=0\end{cases}$，取 x=1，得$\overrightarrow{n}=$（1，0，1），

设平面 B_1BD_1 的法向量$\overrightarrow{m}=$（a，b，c），

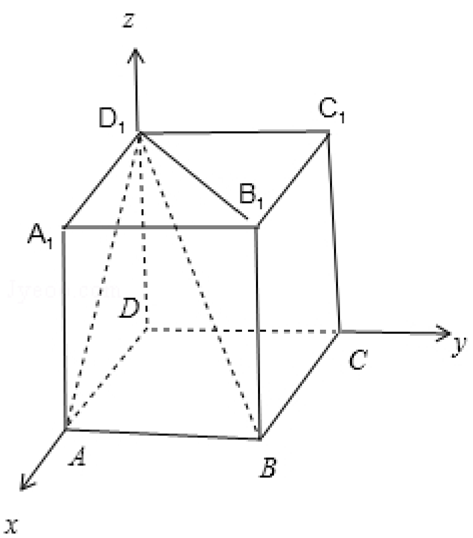
则$\begin{cases}\overrightarrow{BB_1}\cdot\overrightarrow{m}=c=0\\ \overrightarrow{BD_1}\cdot\overrightarrow{m}=-a-b+c=0\end{cases}$，取 a=1，得$\overrightarrow{m}=$（1，-1，0），

设二面角 $A-BD_1-B_1$ 的平面角为 θ，

$\cos\theta=-|\cos<\overrightarrow{m}, \overrightarrow{n}>|=-\frac{1}{2}$，

∴二面角 $A-BD_1-B_1$ 的大小为$\frac{2\pi}{3}$.

故答案为：$\frac{2\pi}{3}$.



【点睛】本题考查二面角的大小的求法，解题时要认真审题，注意向量法的合理运用.

15.

【答案】$\frac{3}{5}$

【解析】

【分析】

利用对立事件概率计算公式求解.

【详解】解：∵一个路口的红绿灯，红灯的时间为 30 秒，黄灯的时间为 5 秒，绿灯的时间为 40 秒，

∴当你到达路口时，看到的不是红灯的概率是：

$p=1-\frac{30}{30+5+40}=\frac{3}{5}$.

故答案为：$\frac{3}{5}$.

【点睛】本题考查概率的求法，是基础题，解题时要认真审题，注意对立事件概率计算公式的合理运用.

16.

【答案】−1

【解析】

试题分析：令等式中 $x=0$ 得 $a_0=1$；再令 $x=\frac{1}{2}$，则 $a_0+\frac{a_1}{2}+\frac{a_2}{2^2}+\cdots+\frac{a_{2009}}{2^{2009}}=0$，所以

$\frac{a_1}{2}+\frac{a_2}{2^2}+\cdots+\frac{a_{2009}}{2^{2009}}=-a_0=-1$，故应填 -1.

考点：二项式定理与赋值法的综合运用.

三、解答题共 4 小题，共 40 分。解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程。

17.

【答案】(1) 平均数 $\frac{35}{4}$，方差 $\frac{11}{16}$；（2）见解析.

【解析】

【分析】

（1）当 X=8 时，利用茎叶图能求出乙组同学植树棵数的平均数和方差.

（2）当 X=9 时，由茎叶图可知，甲组同学的植树棵树是：9，9，11，11；乙组同学的植树棵数是：9，8，9，10．这两名同学植树总棵数 Y的可能取值为 17，18，19，20，21，分别求出相应的概率，由此能求出这两名同学的植树总棵数 Y的分布列.

【详解】（1）当 X=8 时，由茎叶图可知，乙组同学的植树棵数是 8，8，9，10，

所以平均数为$\frac{8+8+9+10}{4}=\frac{35}{4}$；

方差为$s^2=\frac{1}{4}[(8-\frac{35}{4})^2+(8-\frac{35}{4})^2+(9-\frac{35}{4})^2+(10-\frac{35}{4})^2]=\frac{11}{16}$。

（2）当 X=9 时，由茎叶图可知，甲组同学的植树棵数是 9，9，11，11；乙组同学的植树棵数是 9，8，9，10。分别从甲、乙两组中随机选取一名同学，共有 4×4=16 种可能的结果，这两名同学植树总棵数 Y 的可能取值为 17，18，19，20，21。

事件“Y=17”等价于“甲组选出的同学植树 9 棵，乙组选出的同学植树 8 棵”，

所以该事件有 2 种可能的结果，因此 P（Y=17）$=\frac{2}{16}=\frac{1}{8}$。

同理可得 P（Y=18）$=\frac{1}{4}$；P（Y=19）$=\frac{1}{4}$；

P（Y=20）$=\frac{1}{4}$；P（Y=21）$=\frac{1}{8}$。

所以随机变量 Y 的分布列为

Y	17	18	19	20	21
P	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{8}$

【点睛】本题考查平均数、方差的求法，考查离散型随机变量的分布列的求法，是中档题，解题时要注意茎叶图的合理运用.

18.

【答案】（1）a=6，b=2；（2）见解析

【解析】

【分析】

（1）由表格数据可知，视觉记忆能力恰为中等，且听觉记忆能力为中等或中等以上的学生共有（10+a）人．记“视觉记忆能力恰为中等，且听觉记忆能力为中等或中等以上”为事件 A，事件 A 的概率即为$\frac{2}{5}$，由此建立方程即可求出 a，b;

（2）从 40 人中任意抽取 3 人，设具有听觉记忆能力或视觉记忆能力偏高或超常的学生人数为 ξ，ξ 的可能取值为 0，1，2，3，分别求出其概率列出分布列.

【详解】（1）由表格数据可知，视觉记忆能力恰为中等，且听觉记忆能力为中等或中等以上的学生共有（10+a）人。记“视觉记忆能力恰为中等，且听觉记忆能力为中等或中等以上”为事件 A，

则 P（A）$=\frac{10+a}{40}=\frac{2}{5}$，解得 a=6，从而 b=40－（32+a）=40－38=2。

（2）由于从 40 位学生中任意抽取 3 位的结果数为C_{40}^{3}，

其中具有听觉记忆能力或视觉记忆能力偏高或超常的学生共 24 人，

从 40 位学生中任意抽取 3 位，其中恰有 k 位具有听觉记忆能力或视觉记忆能力偏高或超常的结果数为$C_{24}^{k}C_{16}^{3-k}$，

所以从 40 位学生中任意抽取 3 位，其中恰有 k 位具有听觉记忆能力或视觉记忆能力偏高或超常的概率为 P（X=k）$=\frac{C_{24}^{k}C_{16}^{3-k}}{C_{40}^{3}}$（$k$=0，1，2，3）。X 的可能取值为 0，1，2，3。

因为 P（X=0）$=\frac{C_{24}^{0}C_{16}^{3}}{C_{40}^{3}}=\frac{14}{247}$，P（X=1）$=\frac{C_{24}^{1}C_{16}^{2}}{C_{40}^{3}}=\frac{72}{247}$，

P（X=2）$=\frac{C_{24}^{2}C_{16}^{1}}{C_{40}^{3}}=\frac{552}{1235}$，P（X=3）$=\frac{C_{24}^{3}C_{16}^{0}}{C_{40}^{3}}=\frac{253}{1235}$，

所以 X 的分布列为

X	0	1	2	3
P	$\frac{14}{247}$	$\frac{72}{247}$	$\frac{552}{1235}$	$\frac{253}{1235}$

【点睛】本题考查离散型随机变量分布列的求法，考查完善统计表，考查分析问题解决问题的能力，属于中档题.

19.

【答案】(1) 见解析；(2) $\frac{1}{2}$；(3) 见解析

【解析】

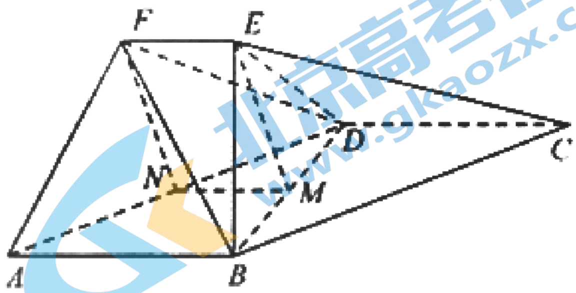
【分析】

(1) 取 AD 的中点 N，连接 MN、NF. 由三角形中位线定理，结合已知条件，证出四边形 $MNFE$ 为平行四边形，从而得到 $EM // FN$，结合线面平行的判定定理，证出 $EM //$ 平面 ADF；

(2) 建立如图所示的空间直角坐标系 B－xyz，求出平面 ADF、平面 $EBAF$ 的一个法向量，利用向量的夹角公式，可求二面角 $D-AF-B$ 的大小；

(3) 假设在线段 ED 上存在一点 P，使得 BP 与平面 ADF 平行，利用向量法即可得到结果.

【详解】(1) 取 AD 的中点 N，连接 MN，NF。



在△DAB 中，M 是 BD 的中点，N 是 AD 的中点，所以 MN∥AB，MN=$\frac{1}{2}$AB，

又因为 EF∥AB，EF=$\frac{1}{2}$AB，

所以 MN∥EF 且 MN=EF，

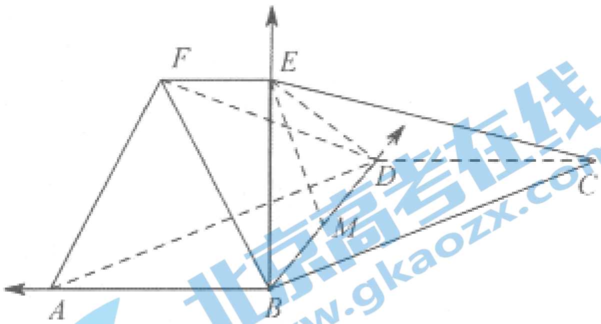
所以四边形 MNFE 为平行四边形，

所以 EM∥FN，

又因为 FN⊂平面 ADF，EM⊄平面 ADF，

故 EM∥平面 ADF。

解法二：因为 EB⊥平面 ABD，AB⊥BD，故以 B 为原点，



建立如图所示的空间直角坐标系 B－xyz。

由已知可得 B（0，0，0），A（0，2，0），D（3，0，0），C（3，－2，0），

E（0，0，$\sqrt{3}$），F（0，1，$\sqrt{3}$），M（$\frac{3}{2}$，0，0）。

（1）$\vec{EM}$=（$\frac{3}{2}$，0，$-\sqrt{3}$），$\vec{AD}$=（3，－2，0），$\vec{AF}$=（0，－1，$\sqrt{3}$）。

设平面 ADF 的一个法向量是$\vec{n}=(x,y,z)$

由$\begin{cases}\vec{n}\cdot\vec{AD}=0,\\ \vec{n}\cdot\vec{AF}=0,\end{cases}$得$\begin{cases}3x-2y=0,\\ -y+\sqrt{3}z=0.\end{cases}$

令$y=3$，则$\vec{n}$=（2，3，$\sqrt{3}$）。

又因为$\vec{EM}\cdot\vec{n}$=（$\frac{3}{2}$，0，$-\sqrt{3}$）•（2，3，$\sqrt{3}$）=3+0－3=0，

所以$\vec{EM}\perp\vec{n}$，又 EM⊄平面 ADF，所以 EM∥平面 ADF。

（2）由（1）可知平面 ADF 的一个法向量是$\vec{n}$=（2，3，$\sqrt{3}$）因为 EB⊥平面 ABD，所以 EB⊥BD，

又因为 AB⊥BD，所以 BD⊥平面 EBAF，故$\vec{BD}$=（3，0，0）是平面 EBAF 的一个法向量，

所以$\cos<\vec{BD},\vec{n}>=\frac{\vec{BD}\cdot\vec{n}}{|\vec{BD}|\cdot|\vec{n}|}=\frac{1}{2}$，又二面角 D－AF－B 为锐角，故二面角 D－AF－B 的余弦值为$\frac{1}{2}$。

（3）假设在线段 ED 上存在一点 P，使得 BP 与平面 ADF 平行。

不妨设$\vec{EP}$= $\vec{EP}$=（3，0，$-\sqrt{3}$）(0≤≤1)，

则$\vec{BP}$=（3，0，3－$\sqrt{3}$）。所以$\vec{BP}\cdot n$=6+0+3$\sqrt{3}$－3=0，

由题意得=$-\sqrt{3}$<0，所以在线段 ED 上不存在点 P，使得 BP 与平面 ADF 平行。

【点睛】本题考查线面平行，考查面面角，考查向量知识的运用，考查学生分析解决问题的能力，属于中档题.

20.

【答案】（1）$\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{2}=1$；（2）①$\sqrt{2}$，②90°．

【解析】

【分析】

（1）由题意求出 c，b，进而得到椭圆 W 的方程；

（2）①设 P（x_0，y_0），则 Q（$-x_0$，$-y_0$），C（x_0，0），可知 $S_{\Delta PQC}=|x_0y_0|$，利用点在椭圆上及均值不等式即可得到△PCQ 面积的最大值；②设 P（x_0，y_0），则 Q（$-x_0$，$-y_0$），C（x_0，0），$k=\frac{y_0}{x_0}$，直线 QR 的斜率$k_1=\frac{k}{2}$，直线 QR 的方程：$y=\frac{k}{2}(x-x_0)$ 与椭圆方程联立可得 $(2+k^2)^2-2k^2x_0x+k^2x_0^2-8=0$，求得 R 点坐标，进而得到$k_{PQ}\cdot k_{PR}=-1$，即可得到结果.

【详解】（1）直线：$y=x+\sqrt{2}$与x轴，y轴的交点分别（$-\sqrt{2}$，0），（0，$\sqrt{2}$），

可知 $c=\sqrt{2}$，$b=\sqrt{2}$，椭圆 W 的方程$\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{2}=1$。

（2）①设 P（x_0，y_0），则 Q（$-x_0$，$-y_0$），C（x_0，0），可知 $S_{\Delta PQC}=|x_0y_0|$，

有已知可知$\frac{x_0^2}{4}+\frac{y_0^2}{2}=1$，根据重要不等式得$|x_0y_0|\le\sqrt{2}$，$S_{\Delta PQC}=|x_0y_0|\le\sqrt{2}$，

当且仅当$\begin{cases}x_0=\sqrt{2},\\ y_0=1\end{cases}$或$\begin{cases}x_0=-\sqrt{2},\\ y_0=-1\end{cases}$时，面积取得最大值$\sqrt{2}$。

②设 P（x_0，y_0），则 Q（$-x_0$，$-y_0$），C（x_0，0），$k=\frac{y_0}{x_0}$。

直线 QR 的斜率$k_1=\frac{0-(-y_0)}{x_0-(-x_0)}=\frac{y_0}{2x_0}=\frac{k}{2}$。

可得直线 QR 的方程：$y=\frac{k}{2}(x-x_0)$，设点 R（x_1，y_1），

联立$\begin{cases}y=\frac{k}{2}(x-x_0),\\ x^2+2y^2=4,\end{cases}$消去y得 $(2+k^2)^2-2k^2x_0x+k^2x_0^2-8=0$，

则$-x_0+x_1=\frac{2k^2x_0}{2+k^2}$，解得$x_1=\frac{3k^2x_0+2x_0}{2+k^2}$，所以$y_1=\frac{k^3x_0}{2+k^2}$，点 R（$\frac{3k^2x_0+2x_0}{2+k^2}$，$\frac{k^3x_0}{2+k^2}$）。

因为$k_{PR}=\dfrac{\frac{k^3x_0}{2+k^2}-kx_0}{\frac{3k^2x_0+2x_0}{2+k^2}-x_0}=\frac{-2kx_0}{2k^2x_0}=-\frac{1}{k}$，所以$k_{PQ}\cdot k_{PR}=-1$，所以∠QPR=90°。

【点睛】本题考查直线与椭圆的位置关系，考查椭圆方程的求法，三角形面积的最值及角的大小，考查推理能力与计算能力，属于中档题.