七校联合体2022届高三第二次联考试卷（11月）

数 学

命题学校：广东仲元中学　命题人：罗 楠　审题人：白 帆

注意事项：

1. 答卷前，考生务必将自己的姓名、考生号等填写在答题卡和试卷指定位置上.

2. 回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑. 如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号. 回答非选择题时，将答案写在答题卡上. 写在本试卷上无效.

一、选择题：本题共8小题，每小题5分，共40分. 在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1. 已知集合 $A=\{0,1,2\}$，$B=\{x|x^2-4x+m=0\}$，若 $1\in A\cap B$，则 $A\cup B=$（　　）

A. {1，2，3}　　B. {0，1，2，4}　　C. {0，1，2}　　D. {0，1，2，3}

2. 设 $z=1+2i$，则 $\frac{(z-2)i}{z}=$（　　）

A. -1　　B. 1　　C. $-i$　　D. i

3. 已知函数 $f(x)=\sin 2x$，则（　　）

A. $f(x)$ 的周期为 $\frac{\pi}{2}$

B. 将 $f(x)$ 的图象向左平移 $\frac{\pi}{4}$ 个单位，得到的图象对应的函数解析式为 $y=\cos 2x$

C. $f(x)$ 的图象关于点 $\left(\frac{\pi}{4},0\right)$ 对称　　D. $f(x)$ 的图象关于直线 $x=\frac{\pi}{2}$ 对称

4.《莱茵德纸草书》是世界上最古老的数学著作之一. 书中有一道这样的题：把100个面包分给5个人，使每个人的所得成等差数列，且使较大的三份之和的 $\frac{1}{7}$ 是较小的两份之和，则最小一份的量为

A. $\frac{5}{2}$　　B. $\frac{5}{4}$　　C. $\frac{5}{3}$　　D. $\frac{5}{6}$

5. 某人在同一群体中调查了人们对6杯饮品口感的看法，得到数据如表：

饮品	第1杯	第2杯	第3杯	第4杯	第5杯	第6杯
好评率	0.13	0.52	0.22	0.45	0.98	0.30
差评率	0.87	0.48	0.78	0.55	0.02	0.70

根据这些数据，可知这一群体意见分歧较大的两杯饮品是（　　）

A. 第1杯与第3杯　　B. 第2杯与第4杯

C. 第1杯与第5杯　　D. 第3杯与第5杯

6. 已知抛物线 $C: y^2=x$ 的焦点为 F，$A(x_0, y_0)$ 是 C 上一点，$|AF|=\frac{5}{4}x_0$，则 $x_0=$（　　）

A. 1　　B. 2　　C. 4　　D. 8

7. 把一条线段分割为两部分，使其中一部分与全长之比等于另一部分与这部分之比，其比值是一个无理数 $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$，由于按此比例设计的造型十分美丽柔和，因此称为黄金分割．黄金分割不仅仅体现在诸如绘画、雕塑、音乐、建筑等艺术领域，而且在管理、工程设计等方面也有着不可忽视的作用．在 $\triangle ABC$ 中，点 D 为线段 BC 的黄金分割点（$BD>DC$），$AB=2$，$AC=3$，$\angle BAC=60°$，则 $\overrightarrow{AD}\cdot\overrightarrow{BC}=$（　　）

A. $\frac{7\sqrt{5}-9}{2}$　　B. $\frac{9-7\sqrt{5}}{2}$　　C. $\frac{9\sqrt{5}-7}{2}$　　D. $\frac{7-9\sqrt{5}}{2}$

8. 定义在 R 上的偶函数 $f(x)$ 满足 $f(2-x)=f(2+x)$，且当 $x\in[0,2]$ 时，$f(x)=\begin{cases}e^x-1, & 0\le x\le 1\\ x^2-4x+4, & 1<x\le 2\end{cases}$，若关于 x 的不等式 $m|x|\ge f(x)$ 的整数解有且仅有 9 个，则实数 m 的取值范围为（　　）

A. $(\frac{e-1}{7},\frac{e-1}{5}]$　　B. $[\frac{e-1}{7},\frac{e-1}{5}]$　　C. $(\frac{e-1}{9},\frac{e-1}{7}]$　　D. $[\frac{e-1}{9},\frac{e-1}{7}]$

二、选择题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分．在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求．全部选对的得 5 分，部分选对的得 2 分，有选错的得 0 分．

9. 在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，下列直线或平面与平面 ACD_1 平行的是（　　）

A. 直线 A_1B　　B. 直线 BB_1　　C. 平面 A_1DC_1　　D. 平面 A_1BC_1

10. 已知圆 $M: x^2+y^2-4x-1=0$，点 $P(x, y)$ 是圆 M 上的动点，则下列说法正确的有（　　）

A. 圆 M 关于直线 $x+3y-2=0$ 对称　　B. 直线 $x+y=0$ 与 M 的相交弦长为 $\sqrt{3}$

C. $t=\frac{y}{x+3}$ 的最大值为 $\frac{1}{2}$　　D. x^2+y^2 的最小值为 $9-4\sqrt{5}$

11. 已知函数 $f(x)=\ln x$，则

A. 当 $x_2>x_1>0$ 时，$\frac{f(x_1)-f(x_2)}{x_1-x_2}<0$　　B. 当 $x_2>x_1>1$ 时，$x_1f(x_1)<x_2f(x_2)$

C. 当 $x_2>x_1>e$ 时，$x_2f(x_1)>x_1f(x_2)$　　D. 方程 $\frac{f(x)}{x}=-1$ 有两个不同的解

12. 提丢斯.波得定律是关于太阳系中行星轨道的一个简单的几何学规则，它是 1766 年由德国的一位中学老师戴维斯.提丢斯发现的，后来被柏林天文台的台长波得归纳成一条定律，即数列 $\{a_n\}$：0.4，0.7，1，1.6，2.8，5.2，10，19.6，…表示的是太阳系第 n 颗行星与太阳的平均距离（以天文单位 A.U. 为单位）．现将数列 $\{a_n\}$ 的各项乘以 10 后再减 4，得数列 $\{b_n\}$，可以发现 $\{b_n\}$ 从第 3 项起，每一项是前一项的 2 倍，则下列说法正确的是（　　）

A. 数列$\{b_n\}$的通项公式为$b_n=3\times 2^{n-2}$

B. 数列$\{a_n\}$的第2021项为$0.3\times 2^{2021}+0.4$

C. 数列$\{a_n\}$的前n项和$S_n=0.4n+0.3\times 2^{n-1}-0.3$

D. 数列$\{nb_n\}$的前n项和$T_n=3(n-1)\cdot 2^{n-1}$

三、填空题：本题共4小题，每小题5分，共20分.

13. $(x^2-\frac{1}{x})^6$展开式中的常数项为________.

14. 若不等式$(x-a)^2<1$成立的充分不必要条件是$1<x<2$，则实数a的取值范围是________.

15. 已知A,B,P为双曲线$x^2-\frac{y^2}{4}=1$上不同的三点，且满足$\overrightarrow{PA}+\overrightarrow{PB}=2\overrightarrow{PO}$（$O$为坐标原点），直线$PA,PB$的斜率记为$m,n$，则$m^2+\frac{n^2}{9}$的最小值为________.

16. 已知三棱锥$S-ABC$的所有顶点都在球O的球面上，SC是球O的直径，若平面$SCA\perp$平面SCB，$SA=AC,SB=BC$，三棱锥$S-ABC$的体积为9，则球O的表面积为________.

四、解答题：本题共6小题，共70分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. （10分）在$\triangle ABC$中，$\angle BAC=90°$，点D在边BC上，满足$AB=\sqrt{3}BD$.

(1)若$\angle BAD=30°$，求$\angle C$；

(2)若$CD=2BD,AD=4$，求$\triangle ABC$的面积.

18. （12分）设数列$\{a_n\}$的前项和$S_n=n(n-1)t+2n(t\neq 0)$，$a_1-1,a_3-1,a_{13}-1$成等比数列.

(1)求数列$\{a_n\}$的通项；

(2)设数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n，求数列$\left\{\frac{S_n+S_{n+1}}{S_nS_{n+1}}\right\}$的前$n$项和为$T_n$.

19. （12分）某乒乓球教练为了解某同学近期的训练效果，随机记录了该同学40局接球训练成绩，每局训练时教练连续发100个球，该同学接球成功得1分，否则不得分，且每局训练结果相互独立，得到如图所示的频率分布直方图.

（1）若同一组数据用该区间的中点值作代表，

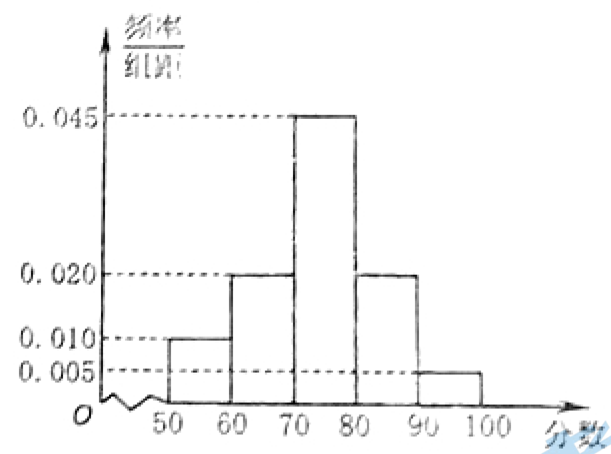
①求该同学40局接球训练成绩的样本平均数$\bar{x}$；

②若该同学的接球训练成绩X近似地服从正态分布$N(\mu,100)$，其中μ近似为样本平均数$\bar{x}$，求$P(54<X<64)$的值；

（2）为了提高该同学的训练兴趣，教练与他进行比赛，一局比赛中教练连续发100个球，该同学得分达到80分为获胜，否则教练获胜. 若有人获胜达3局，则比赛结束，记比赛的局数为Y. 以频率分布直方图中该同学获胜的频率作为概率，求$E(Y)$.

参考数据： 若随机变量$\xi \sim N(\mu,\sigma^2)$，则$P(\mu-\sigma<\xi<\mu+\sigma)\approx 0.6827$，

$P(\mu-2\sigma<\xi<\mu+2\sigma)\approx 0.9545$，$P(\mu-3\sigma<\xi<\mu+3\sigma)\approx 0.9973$.

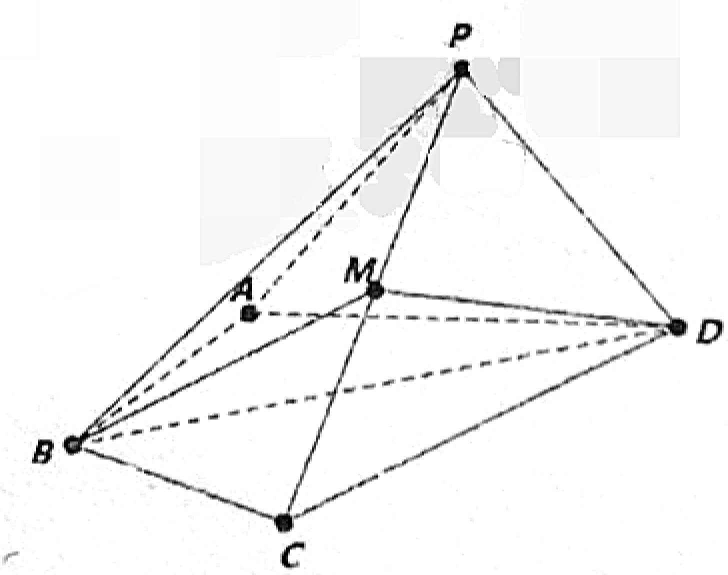


（第19题图）

20. （12分）如图，在四棱锥$P-ABCD$中，二面角$P-AD-C$是直二面角，AD为等腰直角三角形PAD的斜边，$AD=CD=2, AB=BC=1, BD=\sqrt{5}, M$为线段$PC$上的动点.

（1）当$PM=MC$时，证明：$PA//$平面MBD；

（2）若平面$MBD\perp$平面$ABCD$，求二面角$B-MD-C$的余弦值.

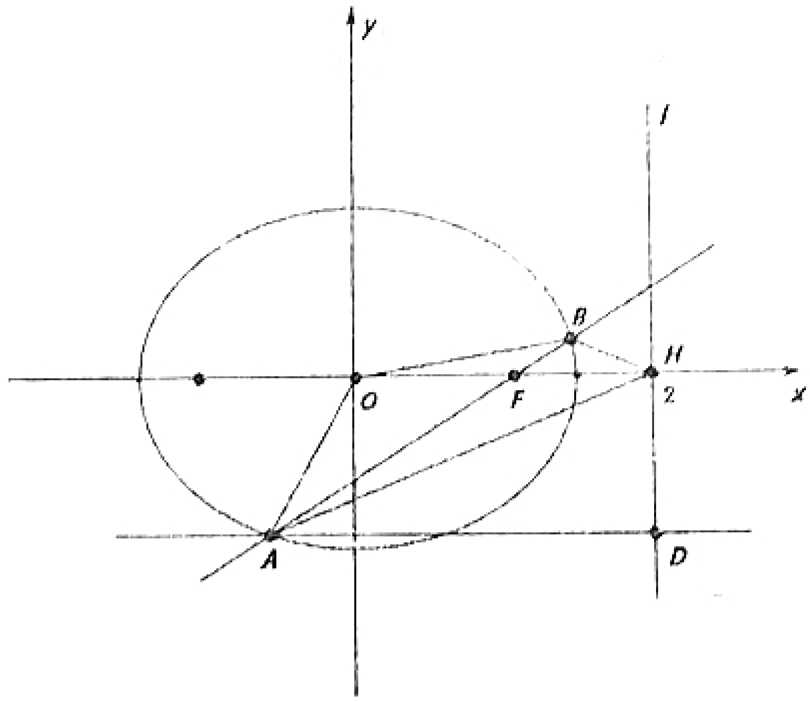


（第20题图）

21．（12分）已知过点$P(\frac{\sqrt{2}}{2},\frac{\sqrt{3}}{2})$的椭圆$C$：$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$的离心率为$\frac{\sqrt{2}}{2}$，过椭圆右焦点$F$的直线（不与$x$轴重合）与椭圆$C$相交于$A$，$B$两点，直线$l:x=2$与$x$轴相交于点$H$，过点$A$作$AD\perp l$，垂足为$D$.

(1) 求四边形$OAHB$（O为坐标原点）的面积的取值范围.

(2) 证明：直线BD过定点E，并求出点E的坐标.



（第21题图）

22．（12分）已知函数$f(x)=\ln x-ax^2-bx-2$，$a\in R$.

（1）当$b=2$时，试讨论$f(x)$的单调性；

（2）若对任意的$b\in\left(-\infty,-\frac{3}{e}\right)$，方程$f(x)=0$恒有2个不等的实根，求$a$的取值范围.