2024届湛江市普通高中毕业班调研测试
数学

注意事项：

1. 答题前，考生务必将自己的姓名、考生号、考场号、座位号填写在答题卡上。
2. 回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号。回答非选择题时，将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。
3. 考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。
4. 本试卷主要考试内容：高考全部内容。

一、选择题：本题共8小题，每小题5分，共40分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1. 已知复数 $z=-1+\frac{1-i}{1-i^2}$，则 $|z|=$

A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$　　B. $\frac{1}{2}$　　C. 2　　D. 1

2. 已知集合 $A=\{x\in\mathbf{N}|-2\leqslant x\leqslant 1\}$，$B=\{x\in\mathbf{Z}||x|\leqslant 2\}$，则 $A\cap B$ 的真子集的个数为

A. 1　　B. 2　　C. 3　　D. 4

3. 已知向量 $\boldsymbol{a}=(-1,3)$，$\boldsymbol{b}=(-1,2)$，$\boldsymbol{c}=(2,m)$，若 $\boldsymbol{b}/\!/(2\boldsymbol{a}-\boldsymbol{c})$，则 $m=$

A. -1　　B. -2　　C. 1　　D. 2

4. 已知函数 $f(x)=a\sin 2x+\cos 2x+2(a>0)$ 的最小值为0，则 $a=$

A. 1　　B. 2　　C. 3　　D. $\sqrt{3}$

5. 已知双曲线 $C:\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$ 的一条渐近线方程是 $y=\sqrt{2}x$，F_1,F_2 分别为双曲线 C 的左、右焦点，过点 F_2 且垂直于 x 轴的垂线在 x 轴上方交双曲线 C 于点 M，则 $\tan\angle MF_1F_2=$

A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$　　B. $\frac{\sqrt{2}}{3}$　　C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$　　D. $\frac{\sqrt{3}}{3}$

6. 某企业面试环节准备编号为1,2,3,4的四道试题，编号为1,2,3,4的四名面试者分别回答其中的一道试题(每名面试者回答的试题互不相同)，则每名面试者回答的试题的编号和自己的编号都不同的情况共有

A. 9种　　B. 10种　　C. 11种　　D. 12种

7. 已知函数 $f(x)$ 的定义域为 $(-\infty,0)\cup(0,+\infty)$，且 $xf(x)=(y+1)f(y+1)$，则

A. $f(x)\geqslant 0$　　B. $f(1)=1$　　C. $f(x)$ 是偶函数　　D. $f(x)$ 没有极值点

8. 已知抛物线 $C:x^2=4y$ 的焦点为 B，C 的准线与 y 轴交于点 A，P 是 C 上的动点，则 $\frac{|PA|}{|PB|}$ 的取值范围为

A. $[1,2]$　　B. $[1,+\infty)$　　C. $[1,\sqrt{2}]$　　D. $[\frac{\sqrt{2}}{2},1]$

二、选择题:本题共 4 小题,每小题 5 分,共 20 分.在每小题给出的选项中,有多项符合题目要求.全部选对的得 5 分,部分选对的得 2 分,有选错的得 0 分.

9. 某商店的某款商品近 5 个月的月销售量 y(单位:千瓶)如下表:

第 x 个月	1	2	3	4	5
月销售量 y	2.5	3.2	4	4.8	5.5

若变量 y 和 x 之间具有线性相关关系,用最小二乘法建立的经验回归方程为 $\hat{y}=0.76x+\hat{a}$,则下列说法正确的是

A. 点(3,4)一定在经验回归直线 $\hat{y}=0.76x+\hat{a}$ 上

B. $\hat{a}=1.72$

C. 相关系数 $r<0$

D. 预计该款商品第 6 个月的销售量为 7800 瓶

10. 已知大气压强 p(Pa)随高度 h(m)的变化满足关系式 $\ln p_0-\ln p=kh$,p_0 是海平面大气压强,$k=10^{-4}$.我国陆地地势可划分为三级阶梯,其平均海拔如下表:

	平均海拔/m
第一级阶梯	$\geqslant 4000$
第二级阶梯	1000～2000
第三级阶梯	200～1000

若用平均海拔的范围直接代表各级阶梯海拔的范围,设在第一、二、三级阶梯某处的压强分别为 p_1,p_2,p_3,则

A. $p_1\leqslant\frac{p_0}{e^{0.4}}$　　B. $p_0<p_3$　　C. $p_2\leqslant p_3$　　D. $p_3\leqslant e^{0.18}p_2$

11. 已知函数 $f(x)=\frac{1}{x}-\ln x-x$,下列结论正确的是

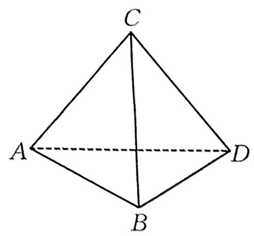
A. $f(x)$有且只有一个零点

B. $\exists n\in\mathbf{N}, f(n)>0$

C. $\exists m\in\mathbf{R}$,直线 $y=-x+m$ 与 $f(x)$的图象相切

D. $f(\frac{1}{5})+f(\frac{1}{4})+f(\frac{1}{3})+f(\frac{1}{2})+f(1)+f(2)+f(3)+f(4)+f(5)=0$

12. 如图,有一个正四面体形状的木块,其棱长为 a.现准备将该木块锯开,则下列关于截面的说法中正确的是



A. 过棱 AC 的截面中,截面面积的最小值为$\frac{\sqrt{2}a^2}{4}$

B. 若过棱 AC 的截面与棱 BD(不含端点)交于点 P,则$\frac{1}{3}<\cos\angle APC\leqslant\frac{1}{2}$

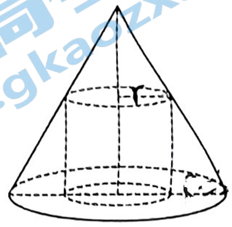
C. 若该木块的截面为平行四边形,则该截面面积的最大值为$\frac{a^2}{4}$

D. 与该木块各个顶点的距离都相等的截面有 7 个

三、填空题:本题共 4 小题,每小题 5 分,共 20 分. 把答案填在答题卡中的横线上.

13. 若 $f(x)=2^{ax}$ 是增函数,则 a 的取值范围为___▲___.

14. 如图,一个圆柱内接于圆锥,且圆柱的底面圆半径是圆锥底面圆半径的一半,则该圆柱与圆锥的体积的比值为___▲___.



15. 已知直线 $l:x+y-2=0$ 关于 $y=a$ 的对称直线与圆 $(x-1)^2+y^2=1$ 存在公共点,则 a 的取值范围为___▲___.

16. 已知正项数列$\{a_n\}$满足 $a_{n+1}=\dfrac{a_n^2+1}{2a_n-1}$,$a_{2023}=\sqrt{1+\sqrt{1+a_{2023}}}$,则 $a_1=$___▲___.

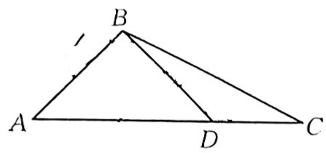
四、解答题:本题共 6 小题,共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. (10 分)

如图,在△ABC 中,点 D 在边 AC 上,且 $AB\perp BD$. 已知 $\cos A=2\sin\dfrac{A}{2}\sin\dfrac{\angle ABC+C}{2}$,$AB=\sqrt{2}$.

(1)求 A;

(2)若△BCD 的面积为$\dfrac{1}{2}$,求 BC.



18. (12 分)

函数 $y=2\sin x-1$ 在$(0,+\infty)$上的零点从小到大排列后构成数列$\{a_n\}$.

(1)求$\{a_n\}$的通项公式;

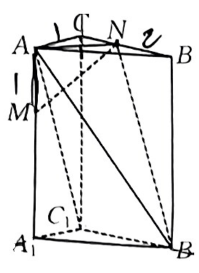
(2)设 $b_n=a_{2n-1}+a_{2n}$,求数列$\{b_n\}$的前 n 项和 S_n.

19. (12 分)

如图,在直三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中,$AC\perp CB$,点 N 在棱 BC 上,点 M 在棱 AA_1 上,$AC=1$,$BC=2$,$AA_1=3$,$AM=1$.

(1)若 $MN\perp AB_1$,求 CN;

(2)若 $CN=\dfrac{1}{2}$,求二面角 $N-AB_1-C_1$ 的余弦值.



20.(12 分)

甲、乙两人准备进行羽毛球比赛,比赛规定:一回合中赢球的一方作为下一回合的发球方.若甲发球,则本回合甲赢的概率为$\frac{2}{3}$,若乙发球,则本回合甲赢的概率为$\frac{1}{3}$,每回合比赛的结果相互独立.经抽签决定,第 1 回合由甲发球.

(1)求前 4 个回合甲发球两次的概率;

(2)求第 4 个回合甲发球的概率;

(3)设前 4 个回合中,甲发球的次数为 X,求 X 的分布列及期望.

21.(12 分)

已知点 $F(0,\sqrt{3})$和直线 $l:y=\frac{4\sqrt{3}}{3}$,动点 T 到点 F 的距离与到直线 l 的距离之比为$\frac{\sqrt{3}}{2}$.

(1)求动点 T 的轨迹 C 的方程;

(2)过点 $A(1,2)$的直线交 C 于 P,Q 两点,若点 B 的坐标为$(1,0)$,直线 BP,BQ 与 y 轴的交点分别是 M,N,证明:线段 MN 的中点为定点.

22.(12 分)

(1)证明:函数 $f(x)=-\cos x+\frac{1}{(x+1)^2}$在$(-1,\frac{1}{2})$上单调递减.

(2)已知函数 $h(x)=\cos ax+x-\ln(x+1)$,若 $x=0$ 是 $h(x)$的极小值点,求实数 a 的取值范围.