

数学试题

注意事项:

答卷前,考生务必将自己的姓名、考场号、座位号、准考证号填写在答题卡上。
回答选择题时,选出每小题答案后,用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号。回答非选择题时,将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。
考试结束后,将本试卷和答题卡一并交回。

考试时间为 120 分钟,满分 150 分

一、选择题:本题共 8 小题,每小题 5 分,共 40 分。在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的。

1. 已知集合 $A = \{x \mid x - 2 \leq 0\}$, 集合 $B = \{0, 1, 2, 3\}$, 集合 $C = \{x \mid -1 < x < 1\}$, 则 $(A \cap B) \cup C =$

A. $(-1, 1]$

B. $(-1, 1] \cup \{2\}$

C. $(-1, 2]$

D. $\{0\}$

2. 已知复数 z 满足 $(1+i)z = 2-i$, 其中 i 为虚数单位, 则在复平面内 \bar{z} 对应的点位于

A. 第一象限

B. 第二象限

C. 第三象限

D. 第四象限

3. 已知数列 $\{a_n\}, \{b_n\}$ 均为公差不为 0 的等差数列, 且满足 $a_3 = b_2, a_6 = b_4$, 则 $\frac{a_4 - a_1}{b_3 - b_2} =$

A. 2

B. 1

C. $\frac{3}{2}$

D. 3

4. 关于 x 的不等式 $ax^2 + 2ax + 1 > 0$ 恒成立的一个充分不必要条件是

A. $0 \leq a \leq 1$

B. $0 \leq a < 1$

C. $0 < a \leq 1$

D. $0 < a < 1$

5. 已知指数函数 $y = f(x)$ 的图象与直线 $y = x$ 相切于点 P , 则 $f(x)$ 的解析式可能是

A. $y = e^x$

B. $y = (\sqrt{2})^x$

C. $y = e^{\frac{x}{e}}$

D. $y = \left(\frac{1}{e}\right)^x$

6. 记 S_n 为各项均为正数的等比数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和, $S_3 = \frac{7}{8}, a_3 = \frac{1}{2}$, 则 $a_5 =$

A. $\frac{1}{4}$

B. $\frac{1}{8}$

C. 1

D. 2

7. 在 $\triangle ABC$ 中, 点 F 为 AB 的中点, $\vec{AE} = 2\vec{EC}$, BE 与 CF 交于点 P , 且满足 $\vec{BP} = \lambda \vec{BE}$, 则 λ 的值为

A. $\frac{3}{5}$

B. $\frac{1}{7}$

C. $\frac{3}{4}$

D. $\frac{2}{3}$

8. 设 $a = \ln \frac{2023}{2022}$, $b = \frac{1}{2022}$, $c = \log_2 \frac{1}{2023}$, 则

A. $a < c < b$

B. $c < b < a$

C. $b < c < a$

D. $c < a < b$

二、选择题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求。全部选对的得 5 分，部分选对的得 2 分，有选错的得 0 分。

9. 已知 $\alpha > 0$, 且 $\alpha \neq k\pi + \frac{\pi}{2}$ ($k \in \mathbf{Z}$), 则下列选项中一定大于 $\sin \alpha$ 的是

A. α

B. $\frac{\cos 2\alpha + 1}{2(1 - \sin \alpha)}$

C. $\tan \alpha$

D. $1 - \cos^2 \alpha$

10. 已知平面向量 $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = 0$, $|\mathbf{a} - \mathbf{b}| = 2$, 则 $3|\mathbf{a}| + 2|\mathbf{b}|$ 的可能值为

A. 3

B. 4

C. $4\sqrt{3}$

D. $6\sqrt{2}$

11. 已知 $y = f(x)$ 是定义域为 \mathbf{R} 的奇函数, 若 $y = f(2x + 1)$ 的最小正周期为 1, 则下列说法正确的是

A. $f(0) = 0$

B. 1 是 $f(x)$ 的一个周期

C. $f(1) = f(-1) = 0$

D. $f\left(\frac{1}{2}\right) + f\left(\frac{3}{2}\right) = 0$

12. 如果一个人爬楼梯的方式有两种, 一次上 1 个台阶或 2 个台阶, 设爬上第 n 个台阶的方法数为 a_n , 则下列结论正确的是

A. $a_6 = 13$

B. $3a_n = a_{n-2} + a_{n+2}$

C. $a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_7 = 51$

D. $a_1^2 + a_2^2 + a_3^2 + \dots + a_n^2 = a_n \cdot a_{n+1} - 1$

三、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13. 若单位向量 \mathbf{a}, \mathbf{b} 满足 $|\mathbf{a} + 2\mathbf{b}| = \sqrt{3}$, 则 \mathbf{a} 与 \mathbf{b} 的夹角为 _____

14. 若 $y = \cos\left(2x + \frac{\pi}{3}\right)$ 的图象向右平移 φ ($\varphi > 0$) 个单位长度得到 $y = \cos 2x$ 的图象, 则 φ 的值可以是 _____ (写出满足条件的一个值即可)

15. 已知 $x > 0, y > 0$ 且 $\frac{x}{3x+2} + \frac{y}{2y+1} = \frac{1}{6}$, 则 $x + 2y$ 的最小值为 _____

16. 已知关于 x 的方程 $(\ln x)^2 - 3ax \ln x + 2a^2 x^2 = 0$ 有 4 个实数根, 则 a 的取值范围是 _____

四、解答题：本题共 6 小题，共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17.(10 分)已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_{n+1} = \begin{cases} a_n + 1, n \text{ 为奇数时,} \\ a_n - 2, n \text{ 为偶数时,} \end{cases} a_1 = 1.$

- (1)若数列 $\{b_n\}$ 为数列 $\{a_n\}$ 的奇数项组成的数列, $\{c_n\}$ 为数列 $\{a_n\}$ 的偶数项组成的数列, 求出 c_1, c_2, c_3 , 并证明: 数列 $\{b_n\}$ 为等差数列;
- (2)求数列 $\{a_n\}$ 的前 22 项和.

18.(12 分)已知向量 $\mathbf{a} = (2\sin x, \cos x - \sin x)$, $\mathbf{b} = (\cos x, \sqrt{3}(\cos x + \sin x))$, 函数 $f(x) = \mathbf{a} \cdot \mathbf{b} - 1$.

- (1)求函数 $y = f(x)$ 的值域;
- (2)函数 $y = f(x)$ 在 $x \in [0, m]$ 上有 10 个零点, 求 m 的取值范围.

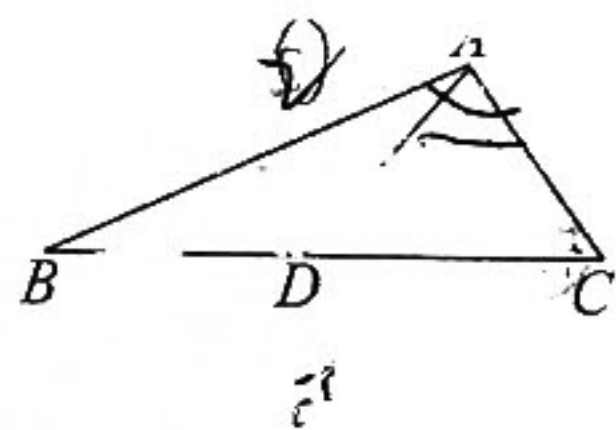
19.(12 分)已知函数 $f(x) = x(\ln x - a)$.

- (1)当 $a = 2$ 时, 求函数 $y = f(x)$ 的极值点;
- (2)当 $x \geq 1$ 时, $f(x) \geq -\ln x - 2$ 恒成立, 求 a 的取值范围.

20.(12分)如图, $\triangle ABC$ 中, 点 D 为边 BC 上一点, 且满足 $\frac{AD}{AB} = \frac{CD}{BC}$.

(1) 证明: $\angle BAC + \angle DAC = \pi$;

(2) 若 $AB=2, AC=1, BC=\sqrt{7}$, 求 $\triangle ABD$ 的面积.



21.(12分) 已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , $a_1=2$, 当 $n \geq 2$ 时, $2(n-1)S_n = 2nS_{n-1} + n^2 - n$.

(1) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(2) 求证: $\frac{1}{a_1^2} + \frac{1}{a_2^2} + \frac{1}{a_3^2} + \dots + \frac{1}{a_n^2} < \frac{2}{3}$.

22.(12分) 已知函数 $f(x) = 2x + \frac{a}{e^{2x}}$.

(1) 讨论函数 $f(x)$ 的单调性;

(2) 若函数 $f(x)$ 有两个零点 x_1, x_2 , 求证: $x_1 x_2 < 1$.

关于我们

北京高考在线创办于 2014 年，隶属于北京太星网络科技有限公司，是北京地区极具影响力的中学升学服务平台。主营业务涵盖：北京新高考、高中生涯规划、志愿填报、强基计划、综合评价招生和学科竞赛等。

北京高考在线旗下拥有网站门户、微信公众平台等全媒体矩阵生态平台。平台活跃用户 40W+，网站年度流量数千万量级。用户群体立足于北京，辐射全国 31 省市。

北京高考在线平台一直秉承 “精益求精、专业严谨” 的建设理念，不断探索 “K12 教育+互联网+大数据” 的运营模式，尝试基于大数据理论为广大中学和家长提供新鲜的高考资讯、专业的高考政策解读、科学的升学规划等，为广大高校、中学和教科研单位提供 “衔接和桥梁纽带” 作用。

平台自创办以来，为众多重点大学发现和推荐优秀生源，和北京近百所中学达成合作关系，累计举办线上线下升学公益讲座数百场，帮助数十万考生顺利通过考入理想大学，在家长、考生、中学和社会各界具有广泛的口碑影响力

未来，北京高考在线平台将立足于北京新高考改革，基于对北京高考政策研究及北京高校资源优势，更好的服务全国高中家长和学生。



微信搜一搜

北京高考资讯